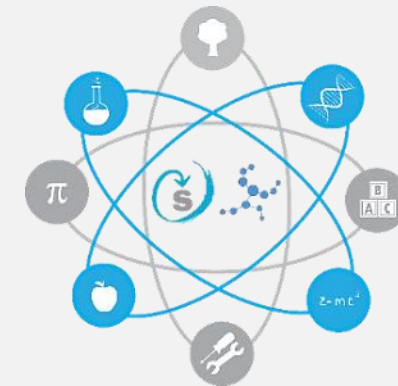


# 3. konferenca učiteljev naravoslovnih predmetov

## Povezujemo znanje za boljšo pismenost & Scientix

# Do odprtih matematičnih problemov v procesu učenja in poučevanja

Silva Kmetič  
mag. Mojca Suban

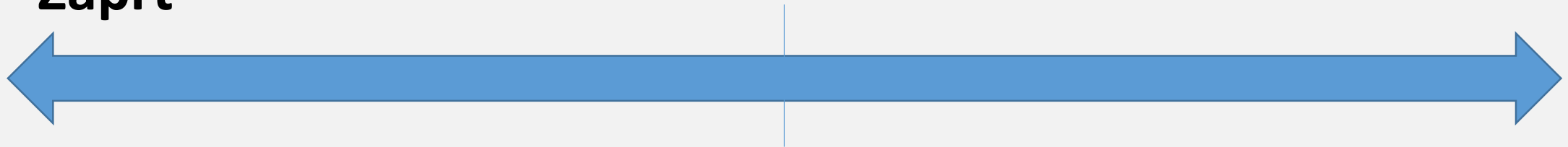


# Primer odprtega problema



**Odprt**

**Zaprt**



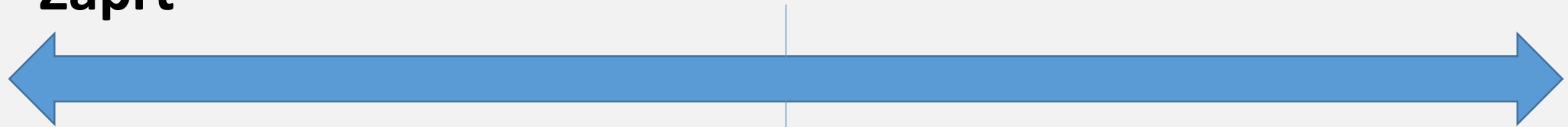
Zapišite svoj primer in ga umestite glede na stopnjo odprtosti.

# Primer odprtega problema

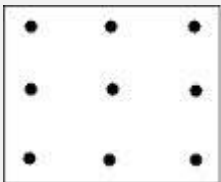


**Odprt**

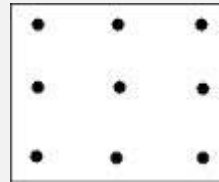
**Zaprt**



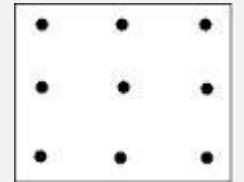
Koliko je različnih trikotnikov na geoplošči 3x3?



Razišči ploščine trikotnikov na geoplošči 3x3.



Razišči trikotnike na geoplošči 3x3.



# Cilji povezani z odprtimi problemi



## OŠ

- rešijo odprte probleme, razčlenijo problemsko situacijo in postavljajo raziskovalna vprašanja

## GIM

- rešujejo odprte in zaprte probleme,
- postavljajo ključna raziskovalna vprašanja, hipoteze;

## SSI

- zmožnost za raziskovanje in reševanje matematičnih problemov
- poznavanje strategij reševanja zaprtih in odprtih matematičnih problemov ...

# Udeleženci



## 1.korak

- Raziščejo primer (doživijo vlogo učenca in izdelajo primer pričakovanega izdelka ).
- Raziskovanje zaključijo s pisnim poročilom in predstavitvijo primera.

## 2.korak

- Didaktična analiza primera (prednosti in slabosti).
- Umestitev dejavnosti v učni načrt glede na potrebno predznanje.
- Načrtovanje procesa učenja.

# Terminologija



Odprte	<ul style="list-style-type: none"><li>• naloge</li><li>• problemi</li><li>• vprašanja</li></ul>
Zaprte	<ul style="list-style-type: none"><li>• naloge</li><li>• problemi</li><li>• vprašanja</li></ul>

Pomeni pridevnika odprt oz. zaprt se razlikujejo v odvisnosti od avtorja ali eksternega preverjanja (NPZ, TIMSS, PISA).

# Odperta in zaprta vprašanja/navodila



1. Čokolada stane 1,99 evra, lizalka pa 0,34 evra. Koliko boš plačal, če kupiš oboje?
2. Načrtaj ostrokotni, pravokotni in topokotni trikotnik (pri danih podatkih ali poljubno).
3. Reši dano enačbo.
4. Razstavi dani mnogočlenik.
5. Skiciraj graf dane kvadratne funkcije.

1. Čokolada in lizalka staneta 2,33 evra. Koliko bi lahko stala lizalka in koliko čokolada?
2. Skiciraj značilne predstavnike trikotnikov.
3. Poišči primere enačb z eno rešitvijo.
4. Poišči primere mnogočlenikov, ki so v ekvivalentnem zapisu produkt dveh nerazcepnih faktorjev.
5. Skiciraj graf nenegativne kvadratne funkcije, ki poteka skozi točko (1, 3).

Sadjar Tone je obral 2 t jabolk. V jeseni je prodal  $\frac{2}{5}$  obranih jabolk. Preostalo količino jabolk je zložil v zaboje in jih shranil v hladilnico. V vsak zaboj je dal 50 kg jabolk.



Primer naloge, kjer odprta naloga pomeni, da je treba prikazati postopek reševanja. (Klasifikacija NPZ in TIMSS)

Ker je cilj reševanja dan, sodi naloga glede klasificirana glede na cilj med zaprte probleme.

a) Koliko zabojev jabolk je shranil v hladilnici?

Reševanje:



## Tip naloge, primer NPZ

- **ZAPRTI TIP:** alternativni tip, izbirni tip, urejanje, povezovanje...
- 
- **ODPRTI TIP:** dopolnjevanje, zapisi strategij reševanja...

x je realno število in  $x^2 = 256$ . Koliko je x?

1.  $x = 16$
2.  $x = 16^2$
3.  $x = 16^{-2}$
4.  $|x| = 16$
5.  $x = \sqrt{256}$

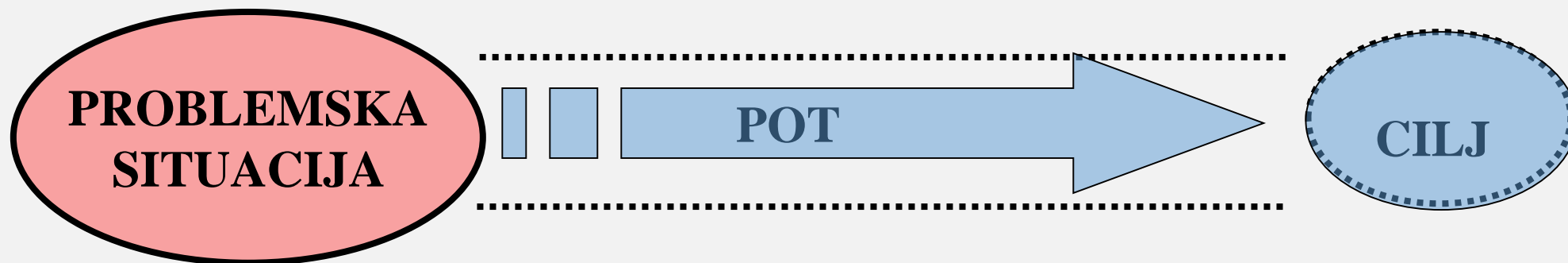
## Tip naloge, drugačna opredelitev

- **ZAPRTI TIP:** alternativni tip, izbirni tip, urejanje, povezovanje...
- **(POL)ODPRTI TIP:** dopolnjevanje, zapisi strategij reševanja...
- **ODPRTI TIP:** odprte možnosti glede cilja raziskovanja.
  - Bistvo učenja je razvoj procesnih znanj kot so: iskati raziskovalna vprašanja, iskati strategijo, rešitev, sklepati in utemeljevati, interpretirati, razložiti poti reševanja, primerjati rešitve, primerjati in interpretirati grafe ...

# Odprt problem



- dana problemska situacija, cilj je neznan
- učenec išče cilj (oblikuje raziskovalna vprašanja, hipoteze, izbere eno ali več vprašanj na katera bo poskušal odgovoriti)
- učenec išče pot do cilja (izbira strategije, rešuje problem, napiše poročilo ...)

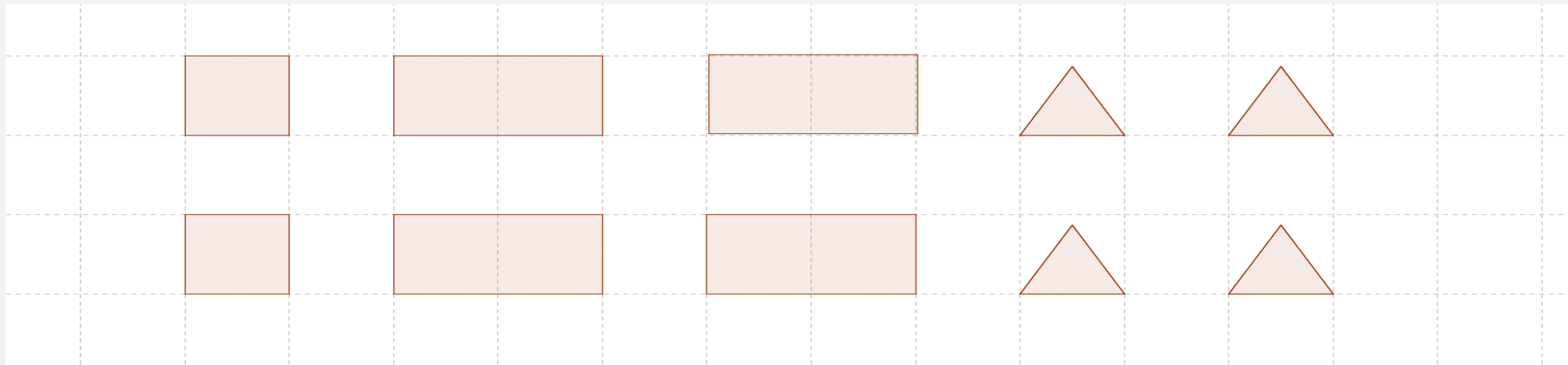




## Delavnica: Primer odprtega problema

Na voljo imaš skladne kvadrate, pravokotnike in enakostranične trikotnike, kot je na sliki.

Kaj lahko vprašaš?



(Kvadratna-centimetrska mreža)

# Primeri vprašanj pred izvedbo delavnice



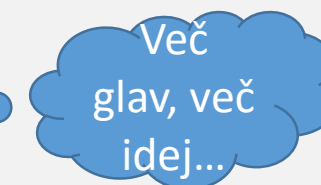
- Kateri liki so na sliki?
- Koliko je posameznih likov?
- Koliko merijo stranice likov?
- Kateri liki imajo največji obseg?
- Kateri liki imajo najmanjšo ploščino in zakaj?
- Katere like lahko sestavimo na dogovorjeni način?
  - s trikotniki
  - s kvadrati
  - s pravokotniki
  - s kombinacijo likov.

- Katera telesa lahko sestavimo?
  - s trikotniki
  - s kvadrati
  - s pravokotniki
  - s kombinacijo likov.
- Kolikšne so površine (prostornine) teles?
- ...

# Nekaj vprašanj po izvedbi



- Kolikšna so razmerja ploščin (obsegov) posameznih dvojic likov?
- Koliko odstotkov ploščine kvadrata ima vsak lik?
- Kolikšen del pravokotnika predstavljajo ostali liki?
- Na koliko načinov lahko sestaviš kvadrat. Nariši jih.
- Koliko ploščinsko enakih likov lahko sestaviš?
- Kateri lik ima največjo ploščino (obseg)?
- Poišči simetrije likov.
- Na koliko načinov lahko like pobarvaš?
- Zapiši formule za ploščino in obseg likov.
- Iz likov sestavi figuro.
- Iz likov sestavi vzorec.
- Sestavi mrežo telesa.
- Ali lahko z liki sestavimo več kot dve telesi naenkrat?
- Ali lahko iz vseh likov sestavimo eno telo?
- Ali lahko sestavimo grad?
- Katere (religijske) simbole lahko sestavimo?
- Katere in koliko prometnih znakov lahko sestaviš z danimi modeli likov?
- V naravi poišči predmete narisanih oblik.



# Raziskovanje oprtega problema



## 1. korak

- Vprašanja ali/in hipoteze
- Presoja o smiselnosti vprašanj
- Izbiranje vprašanja - cilja raziskovanja

## 2. korak

- Iskanje poti
- Raziskovanje oz. reševanje problema

## 3. korak

- Pogled nazaj, presoja postopka in rezultata
- Oblikovanje poročila

**Učitelj med raziskovanjem:**

1. Moderira
2. Usmerja
3. Nudi sprotno vzpodbudo, povratno informacijo delno in zaključno ...

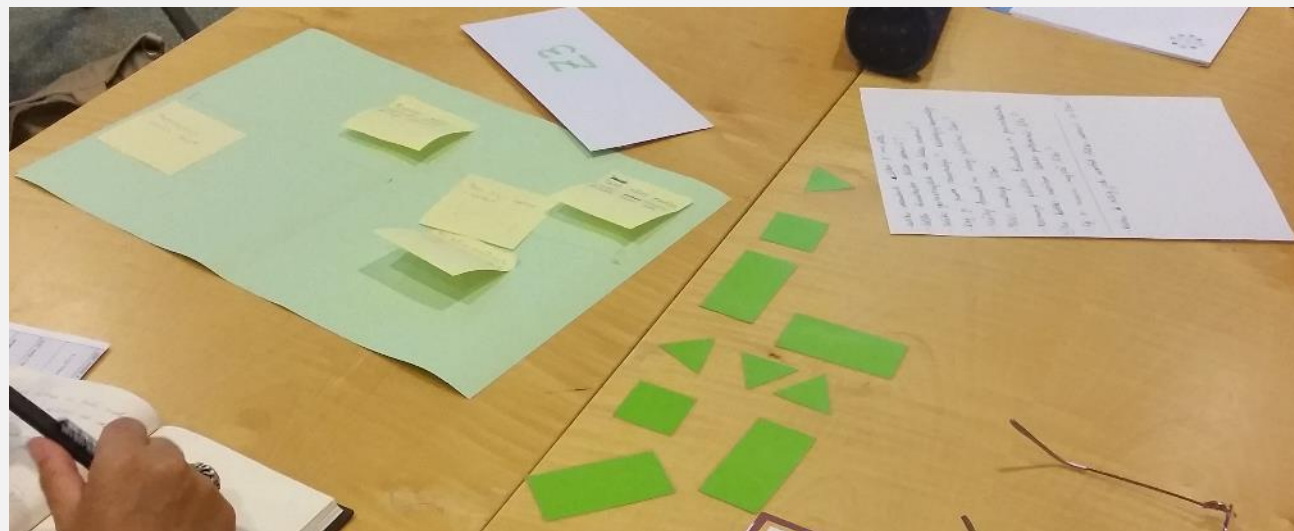
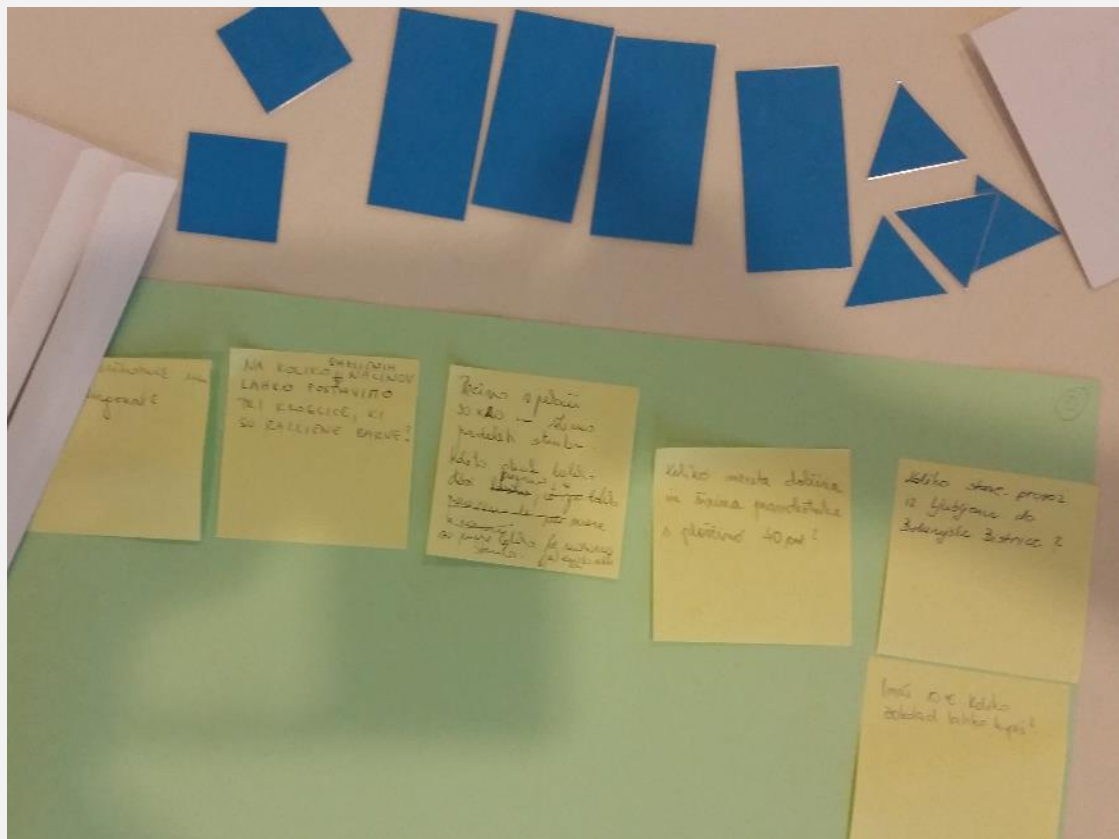
# Poročilo



- Poročilo oblikujte v treh do petih povedih.
- Kaj ste ugotovili in kako?



# Pri reševanju so bili dobrodošli modeli likov





# Poročilo



- Če uporabim modele vseh likov ...
- Če uporabim modele vseh trikotnikov ...
- Če uporabim modele kvadratov in pravokotnikov ...
- ...

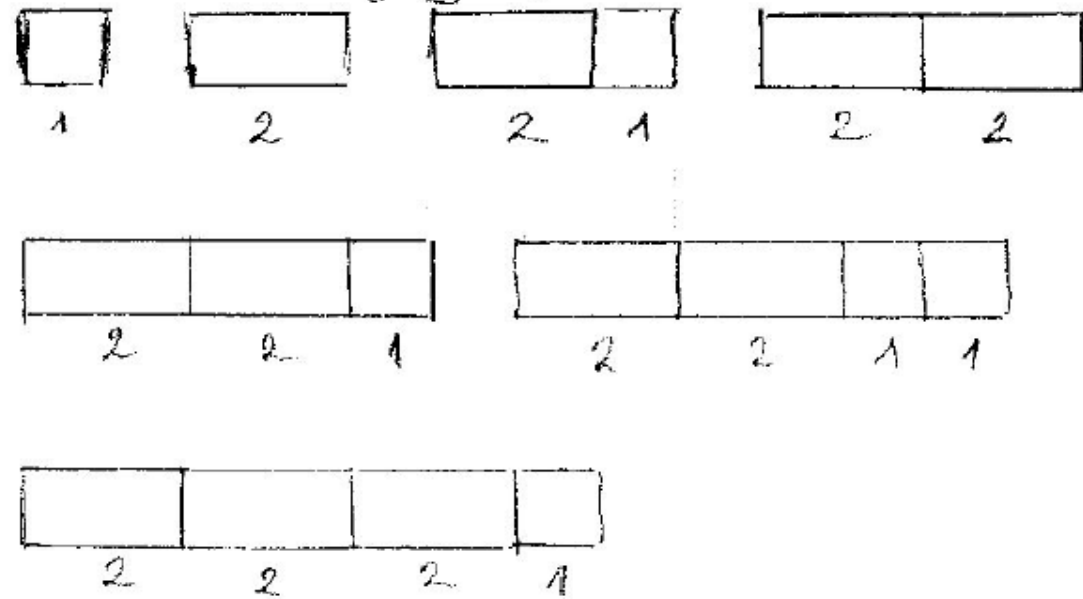
Spodbujamo  
natančnost in  
sistematičnost ...



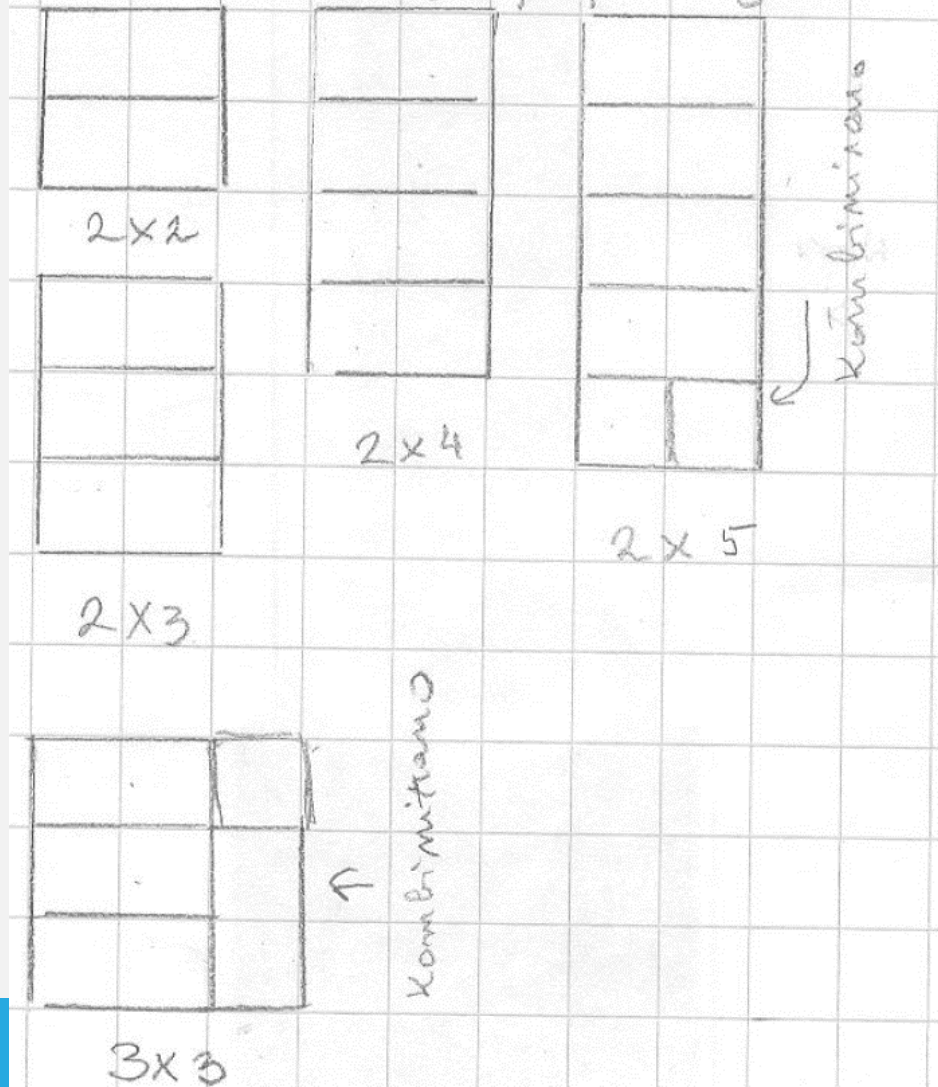
# Poročilo: Če uporabim modele kvadratov in pravokotnikov ...



1. NAČIN - Zloganje po kratki stranici



2. NAČIN - Zloganje po dolgi stranici



Možne dolžine pravokotnikov:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Najboljši je sestavljen iz vseh  
liho. Pokriva 10 kvadratov.

# Več glav več ve ...



Udeleženci so našli več kot šest prvotno pričakovanih teles.



**Telo je sestavljeno iz  
štirih trikotnikov in štirih  
pravokotnikov.**

Sestavimo lahko:

- Tristrano prizmo (2 e. trikotnika, 3 pravokotniki)
- Štiristrano prizmo (2 kvadrata, 4 pravokotniki)
- Piramido (tetraeder: 4 e. trikotniki)
- Štiristrano piramido (1 kvadrat, 4 e. trikotniki)
- Sestavljeno telo – štiristrana prizma in štiristrana piramida (2 ali 1 kvadrat, 4 pravokotniki, 4 e. trikotniki)
- Sestavljeno telo – tristrana prizma in tristrana piramida/tetraeder (1 e. trikotnik, 3 pravokotniki, 3 e. trikotniki)

# Udeleženci



## 1.korak

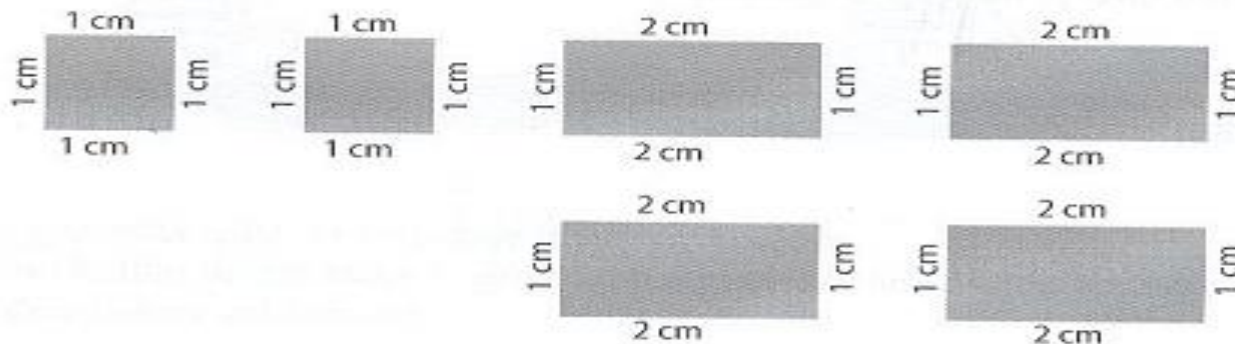
- Raziščejo primer (doživijo vlogo učenca in izdelajo primer pričakovanega izdelka ).
- Raziskovanje se zaključijo s pisnim poročilom in predstavitvijo primera.



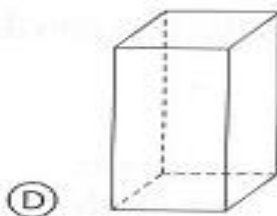
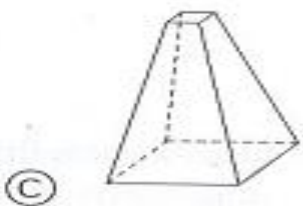
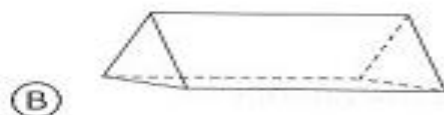
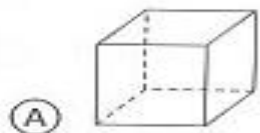
## 2.korak

- Didaktična analiza primera (prednosti in slabosti).
- Umestitev dejavnosti v učni načrt glede na potrebno predznanje.
- Načrtovanje procesa učenja.

# Naloga TIMSS 2011, 4. razred (Zaprta naloga)



Suzana ima 6 kosov kartona, kot prikazuje skica. Katerega od naslednjih geometrijskih teles lahko sestavi Suzana, če uporabi vseh 6 kosov kartona in jih ne reže?



Pravilni odgovor: D

Kognitivno področje: poznavanje dejstev in postopkov

Mejniki znanja: srednja raven znanja

Vsebinsko področje in poglavje: geometrijske oblike in merjenje; 2 in 3-dimenzionalne

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	65,9	13,8	5,2	7,8	72,3	60,5
	2011	71,1	13,3	3,7	5,7	72,1	70,4

# Prednosti in slabosti raziskovanja in reševanja odprtih problemov v primerjavi z zaprtimi



## **Prednosti**

- Različni miselni procesi (analiza, sinteza ...)
- Vključenih več pojmov
- Povezovanje pojmov
- ...

## **Slabosti**

- ?



# Zakaj odprte problemske naloge?



- ker matematični in življenjski problemi niso enolično rešljivi,
- ker omogočajo razvoj kompleksnih (problemskih, procesnih ...) znanj,
- ker povezujejo znanje znotraj predmeta in medpredmetno,
- ker celostno razvijajo razumevanje posameznih pojmov in predmeta,
- ker spodbujajo divergentno mišljenje, sklepanje, ustvarjalnost ...
- ker omogočajo samodiferenciacijo učenja,
- ker so odprti problemi predvideni z učnim načrtom,
- ker želimo z reševanjem odprtih problemov izboljšati reševanje zaprtih.



Hiperbolična zvezda





# Viri



- Japelj Pavešić, B. (2012) Matematične naloge raziskave TIMSS : mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja, Pedagoški inštitut, Ljubljana
- Žakelj, A. in drugi (2013): Problemske naloge in Primeri problemskih nalog v Suban M., Kmetič S. : Posodobitev pouka v osnovnošolski praksi, Matematika (str. 85 – 185)