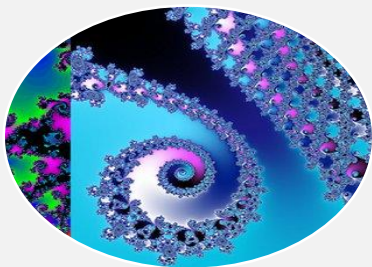


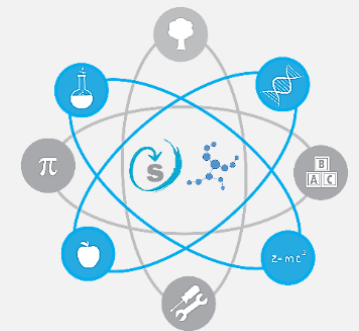
3. konferenca učiteljev naravoslovnih predmetov

Povezujemo znanje za boljšo pismenost & Scientix

Učenje in poučevanje matematične pismenosti



Izr. prof. dr. Amalija Žakelj





- Ena od ključnih kompetenc za uspešnost v kompleksnih družbenih razmerah, ki jih opredeljujejo neprestane spremembe je **interaktivna uporaba orodij** (jezika, simbolnih sistemov in besedil). To zmožnost bi lahko opisali tudi kot **pismenost** in je temeljno orodje za uspešno delovanje v družbi, na delavnem mestu, v osebnih in socialnih dialogih (Rychen, Hersch Salganick, 2003, str. 99).
- Nacionalna strategija za razvoj pismenosti, 2006, Resolucija o nacionalnem programu za jezikovno politiko 2014—2018, MK 2013, OECD PISA (**Sistematični razvoj vseh oz. različnih pismenosti in konkretizacija na izvedbeni ravni**).
- **Matematična pismenost.** Matematika je znanost, ki proučuje tako **abstraktne strukture** kot **strukture, ki izhajajo iz realnega sveta**, zato moramo pri pouku matematike enakovredno razvijati tako formalno matematično znanje in matematično mišljenje kot matematično pismenost.

Pismenosti

- Matematična pismenost
- Komponentne matematične pismenosti

Učenje in poučevanje matematične pismenosti

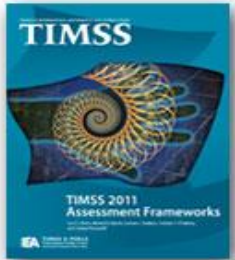
- Razvoj matematične pismenosti skozi predstavljanje in reševanje problemov/modeliranje



Matematična pismenost in raziskava PISA



Kaj so bistveni poudarki nacionalnih in mednarodnih raziskav?



TIMSS

konceptualno znanje,
matematični problemi,
kurikul

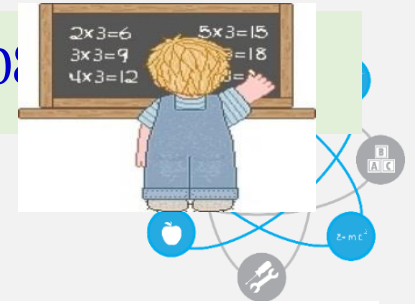


PISA

matematična
pismenost,
problemi z
življenjskimi
situacijami,
uporaba znanja,
bralna pismenost

NPZ

osnovno in
konceptualno
znanje,
proceduralno
znanje,
problemsko
znanje



Matematična pismenost je posameznikova sposobnost:

- prepoznavanja in razumevanja **vloge, ki jo ima matematika** v svetu,
- sposobnost postavljanja dobro **utemeljenih odločitev** in
- sposobnost **uporabe** in vpletenosti **matematike** na načine, ki izpolnjujejo potrebe posameznikovega življenja kot konstruktivnega in razmišljujočega posameznika.

Matematična pismenosti (PISA 2012)



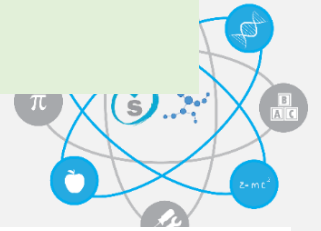
Matematična pismenost je posameznikova zmožnost **formuliranja** pojavov v matematičnem jeziku, **uporabe** in **interpretiranja** matematičnih rešitev v raznolikih kontekstih.

Obsega **matematično razmišljanje** in **uporabo matematičnih** konceptov, postopkov, dejstev in orodij, s katerimi opisujemo, razlagamo in predvidevamo pojave.

Posamezniku pomaga **prepoznati vlogo matematike** v svetu in sprejemati dobro utemeljene presoje in odločitve, kakršne potrebujejo ustvarjalni, dejavni in razmišljujoči državljani.



Vidiki matematične pismenosti



Matematično pismenost v raziskavi PISA 2012 določajo naslednji, medsebojno povezani vidiki:

- **matematične vsebine** in njihova uporaba,
- **matematični procesi**, ki opisujejo, kaj naredijo učenci, da bi kontekst problema povezali z matematiko in tako rešili problem, in katere kompetence zahtevajo tovrstni procesi, ter
- **konteksti**, v katere so umeščene naloge.



Matematična pismenosti v raziskavi PISA

(OECD, 2003; Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2006, PI 2008)

Matematična pismenost



V ospredju matematične pismenosti je **povezava matematike z realnim svetom**, torej uporaba matematike v različnih problemskih situacijah (osebnih, poklicnih, družbenih in znanstvenih), v katere so umeščeni problemi.

Matematično pismenost, kot je definirana za potrebe raziskave PISA, bi lahko imeli za **določeno osnovno matematično pismenost**, ki je potrebna za kvalitetno življenje v sodobni družbi.

Vsekakor je **za določene profesionalne smeri potrebna višja matematična pismenost**, vendar so v različnih strokah potrebne različne matematične vsebine in različne sposobnosti, zato je skorajda nemogoče postaviti okvire in definicije za „*vse te matematične pismenosti*“.

RAZVIJANJE MATEMATIČNE PISMENOSTI SKOZI IZZIVE V ŽIVLJENJSKEM KONTEKSTU

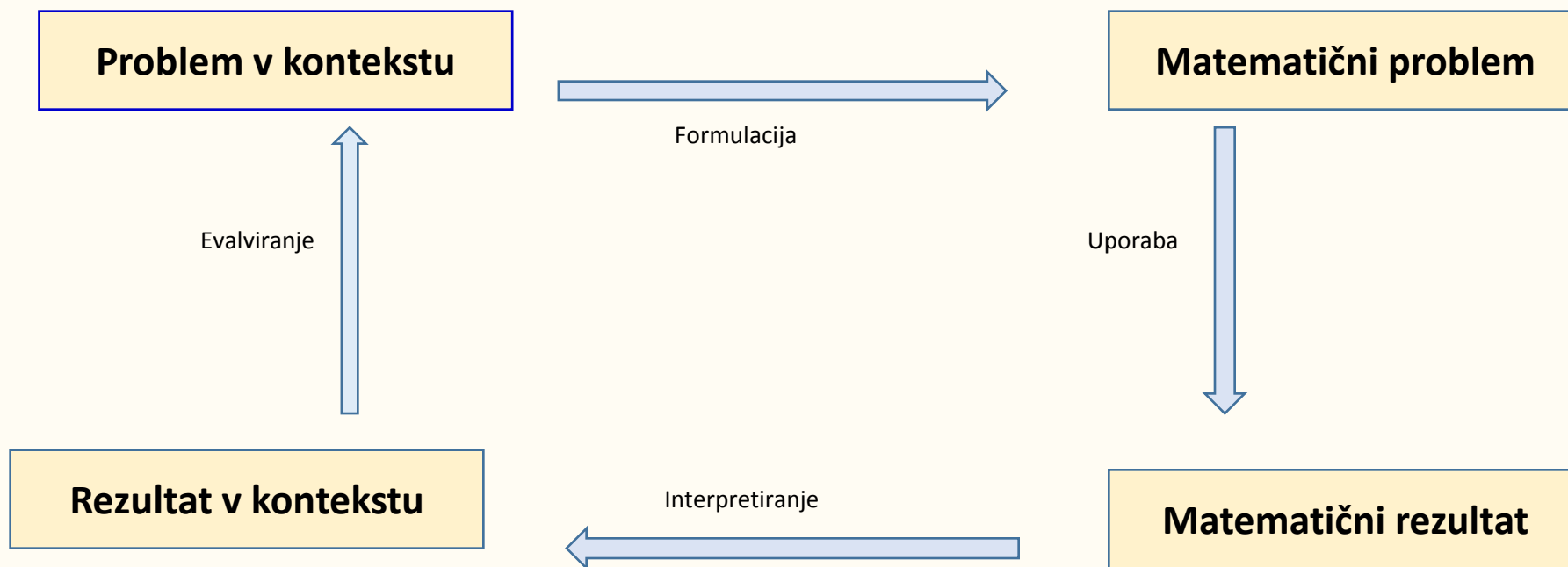
Matematične vsebine

Matematični kontekst: osebni, družbeni, poklicni, znanstveni

MATEMATIČNO RAZMIŠLJANJE IN DEJANJA

Procesi (*temelji na temeljnih matematičnih kompetencah*): formulacija, uporaba, interpretiranje, evalviranje

Temeljne matematične kompetence: sporočanje, matematiziranje, **modeliranje**, prikazovanje, sklepanje in utemeljevanje, oblikovanje strategij za reševanje problemov, uporaba simbolnega, formalnega in tehniškega jezika in operacij, uporaba matematičnih orodij



Matematična pismenost je umeščena v kontekst izziva ali problema, ki se pojavi v resničnem svetu.



OPREDELITEV IZZIVA

Izzivi so opredeljeni na dva načina:

z vrsto

KONTEKSTA

z matematično

VSEBINO

(PISA 2012)

osebni
družbeni

poklicni
znanstveni

spremenljivke in odnosi
liki in telesa
količina
verjetnost in delo s podatki

REŠEVANJE IZZOV, ki se pojavijo v resničnem svetu.



KOGNITIVNI PROCESI

s pomočjo katerih so učenci udeleženi kot aktivni reševalci problemov.



VSEBINA

(Matematično področje)

Spremembe in odnosi
(funkcije in relacije)

Liki in telesa

Količine *(števila in velikost)*

Verjetnost in delo s podatki

KOGNITIVNI PROCESI

formuliranje situacij

uporaba matematičnih konceptov,
dejstev, postopkov, sklepov

interpretiranje (uporaba) in evalviranje
matematičnih rezultatov

KONTEKST

osebni

družbeni

poklicni

znanstveni



KOGNITIVNI PROCESI

s pomočjo katerih so učenci udeleženi kot aktivni reševalci problemov.

FORMULIRANJE

- **opredeljevanje matematičnih vidikov** problema, ki je umeščen v kontekst resničnega sveta in prepoznavanje pomembnih spremenljivk
- **prepoznavanje** matematične strukture v problemih ali situacijah
- **poenostavljanje situacije** ali problema z namenom prilagoditve matematični analizi

UPORABA

- izpeljevanje in izvajanje strategij
- uporaba matematičnih orodij
 - uporaba matematičnih dejstev, pravil, algoritmov in struktur pri iskanju rešitev
 - uporaba števil, grafičnih in statističnih podatkov, algebraičnih izrazov in enačb ter geometrijskih prikazov
 - oblikovanje matematičnih diagramov, grafov in struktur ter izpeljevanje matematičnih podatkov iz njih
 - uporaba različnih prikazov ...

INTERPRETIRANJE

razmišljanje o matematičnih rešitvah ali ugotovitvah

vrednotenje matematičnih rešitev ali sklepanj na podlagi konteksta, v katerega je umeščen problem

Kognitivni procesi: Formuliranje (PISA 2012)

V redno prodajno ceno MP3 izdelkov je vključena 37,5 % trgovska marža. Ceno brez te marže imenujemo veleprodajna cena. Marža se izračuna kot neki odstotek od veleprodajne cene.

Ali spodnje formule prikazujejo pravilno razmerje med veleprodajno ceno (v) in redno prodajno ceno (p)? Pri vsaki od naslednjih formul obkroži "Da" ali "Ne".

NAMEN: Določiti algebraično formulo, ki pravilno opisuje odnos med dvema spremenljivkama, kjer ena vključuje fiksni odstotek trgovske marže.

Matematično področje: Spremenljivke in odnosi

Kontekst: Poklicni

Kognitivni procesi: Prepoznavanje matematične strukture v problemih ali situacijah

<i>Formula</i>	<i>Ali je formula pravilna?</i>
$p = v + 0,375$	Da / Ne
$v = p - 0,375p$	Da / Ne
$p = 1,375v$	Da / Ne
$v = 0,625p$	Da / Ne

Kognitivni procesi: Interpretiranje (PISA 2012)

V Zedlandiji sta dve časopisni hiši, ki iščeta prodajalce. Na spodnjih oglasih je opisano, kako svoje prodajalce plačujeta.

ZEDLANDSKA ZVEZDA

POTREBUJEŠ DODATEN ZASLUŽEK?

PRODAJAJ NAŠ ČASOPIS

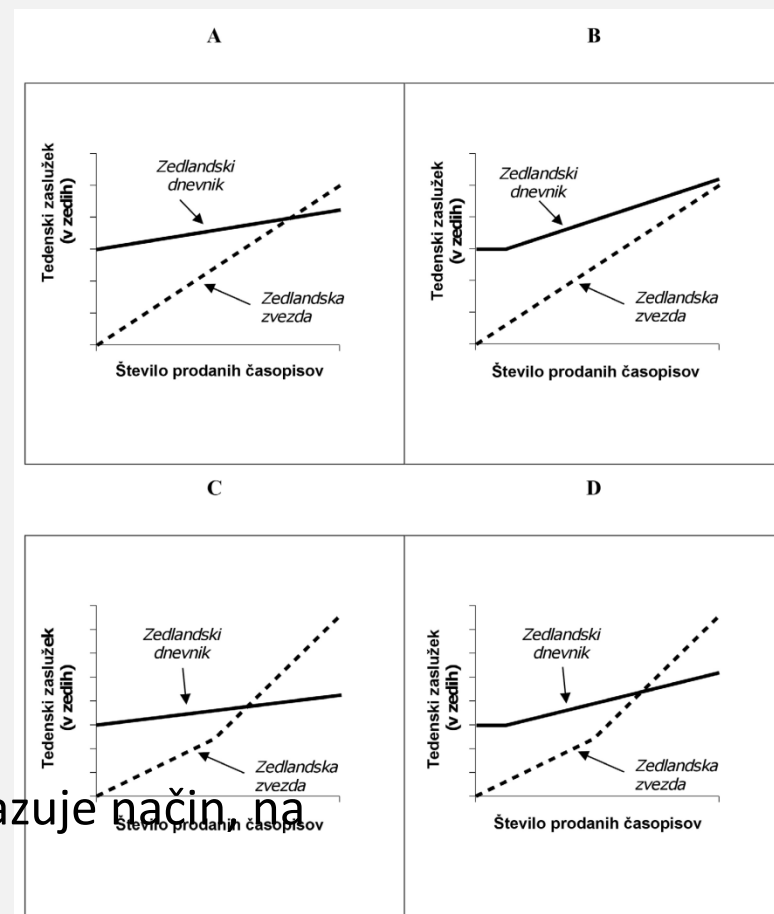
Plačilo: 0,20 zeda na izvod za prvih 240 prodanih časopisov na teden, plus 0,40 zeda za vsak dodatni prodani izvod.

ZEDLANDSKI DNEVNIK

DOBRO PLAČILO ZA MALO DELA!

Prodajaj *Zedlandski dnevnik* in zasluži 60 zedov na teden, plus dodatnih 0,05 zeda na prodani časopis.

Janez se želi prijaviti za prodajalca časopisov. Izbrati mora med *Zedlandsko zvezdo* in *Zedlandskim dnevnikom*. Kateri od spodnjih grafov pravilno prikazuje način, na katerega časopisni hiši plačujeta prodajalce? Obkroži A, B, C ali D.



NAMEN: Prepoznati pravilen matematični model v primeru, ko sta dve linearni zvezi podani v obliki grafa

Matematično področje: Spremenljivke in odnosi

Kontekst: Poklicni

Kognitivni procesi: Razmišljanje o matematičnih rešitvah ali ugotovitvah

Kognitivni procesi: Interpretiranje (P)



Klemen si v tabeli ogleda podatke za Francijo in Norveško. Klemen pravi: “Ker je odstotek vseh gospodinjstev, ki imajo TV-sprejemnik, v obeh državah skoraj enak, ima Norveška več gospodinjstev, naročenih na kabelsko televizijo.” Pojasni, zakaj je ta trditev nepravilna. Utemelji svoj odgovor.

V spodnji tabeli so prikazani podatki o številu gospodinjstev, ki imajo v lasti televizor (TV-sprejemnik), v petih državah.

Prikazan je tudi odstotek tistih gospodinjstev, ki imajo v lasti TV-sprejemnik in so naročena na kabelsko televizijo.

Država	Število gospodinjstev, ki imajo TV-sprejemnik	Odstotek gospodinjstev, ki imajo TV-sprejemnik, v primerjavi z vsemi gospodinjstvi	Odstotek gospodinjstev, ki so naročena na kabelsko televizijo, v primerjavi z gospodinjstvi, ki imajo TV-sprejemnik
Japonska	48,0 milijonov	99,8 %	51,4 %
Francija	24,5 milijona	97,0 %	15,4 %
Belgija	4,4 milijona	99,0 %	91,7 %
Švica	2,8 milijona	85,8 %	98,0 %
Norveška	2,0 milijona	97,2 %	42,7 %

Vir: ITU, Kazalci telekomunikacij v svetu 2004/2005

ITU, Poročilo o razvoju telekomunikacij/ICT v svetu 2006

NAMEN: Razumevanje sorazmerij na osnovi podatkov, podanih v tabeli

Matematično področje: Verjetnost in delo s podatki

Kontekst: Družbeni

Kognitivni procesi: Razmišljanje o matematičnih rešitvah ali ugotovitvah, sklepanje



Učenje in poučevanje matematične pismenosti



Elementi poučevanja z učinkovitim razvijanjem matematične pismenosti (Felda in Cotič 2015, povzeto po Clarke et al., 2002).

Učitelj, ki učinkovito razvija zgodnjo matematično pismenost,

Matematična vsebina

se osredotoči na pomembne matematične ideje,
jasno predstavi matematično vsebino učencem;

Značilnosti nalog

predvidi **smiselne naloge**, ki omogočajo **različne možnosti;**

Materiali, pripomočki in reprezentacije

uporabi **različne materiale**, reprezentacije oziroma kontekste za isti koncept;

Prilagoditve, povezave

se prilagodi situaciji, povezuje novosti z vsebinami iz **predhodnih učnih ur ali s predhodnimi izkušnjami;**

Organizacija pouka, pristop poučevanja

vkluči in osredotoči matematično mišljenje učencev z **uvodno aktivnostjo** s celim razredom, izbira zelo **različne individualne ali skupinske dejavnosti** v okviru osrednjega dela učne ure in prilagaja svojo vlogo v njej;

Elementi poučevanja z učinkovitim razvijanjem matematične pismenosti (Felda in Cotič 2015, povzeto po Clarke et al., 2002).

	Učitelj, ki učinkovito razvija zgodnjo matematično pismenost,
Učecha se skupnost in razredna interakcija	uporabi različne vrste vprašanj za preverjanje mišljenja in razumevanja učencev ter postavljanja izzivov, pusti učence, da sami iščejo določene rešitve, spodbuja učence, da razložijo svoja matematična razmišljanja in zamisli, spodbuja učence, da poslušajo in ocenijo, kako so drugi razmišljali , in da jim pomagajo pri razumevanju, pozorno poslušajo posamezne učence, gradi na matematičnih zamislih in strategijah učencev;
Pričakovanja	ima visoka, vendar realna pričakovanja od otrok , spodbuja in ceni trud, vztrajnost in zbranost;
Refleksija	poudari ključne matematične ideje med učno uro in/ali ob zaključku učne ure, po učni uri reflektira odgovore in učenje otrok v povezavi z dejavnostmi in učno vsebino;
Načini preverjanja	zbira podatke z opazovanjem in/ali poslušanjem učencev ter si jih ustrezno zabeleži, uporablja različne načine preverjanja, učno pripravo prilagaja glede na izsledke preverjanja;
Osebnostne lastnosti učitelja	verjame, da je učenje matematike lahko prijetno in da bi tako moralo biti, je samozavesten glede svojega znanja matematike in glede na stopnjo, na kateri poučuje, pokaže ponos in zadovoljstvo ob posameznikovem uspehu .

Kako do matematične pismenosti?



Šolski kontekst

pri pouku matematike

pri drugih predmetih

na naslednjih stopnjah šolanja

Matematika v realnem svetu

prepoznavanje in razumevanje matematike v realnem svetu

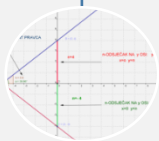
Pet korakov celotnega cikla matematizacije:

1. Problemom, postavljen v realno okolje
2. Prepoznavanje matematike v problemu
3. Odstranjevanje realne situacije
4. Reševanje matematičnega problema
5. Razmislek: Kaj je pomen matematične rešitve v smislu realnega sveta?

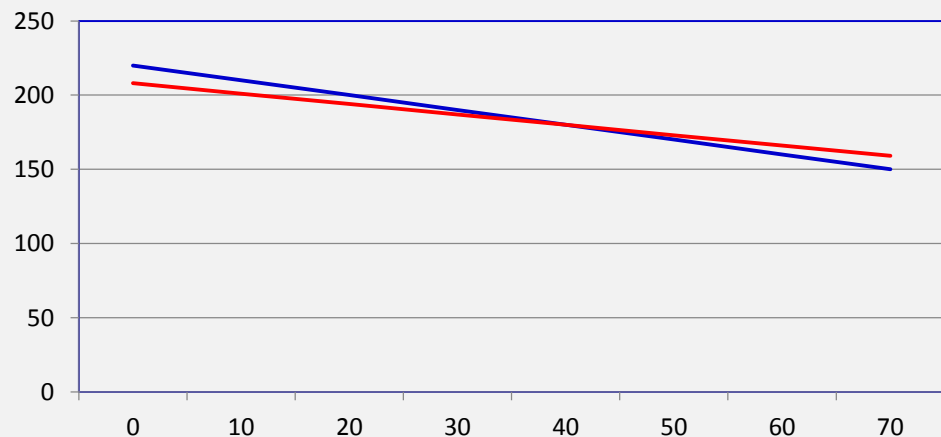
Primer: Srčni utrip

GRAF LINEARNE FUNKCIJE

Šolski kontekst



Za katere vrednosti spremenljivke x leži graf funkcije $f(x) = -0,7 \cdot x + 208$ nad grafom funkcije $g(x) = -x + 220$?



— y1
— y2

SRČNI UTRIP

realni svet



Dolga leta je veljalo:

Priporočeni maksimalni srčni utrip:

$220 - \text{starost}$

Danes: Priporočeni maksimalni srčni utrip:

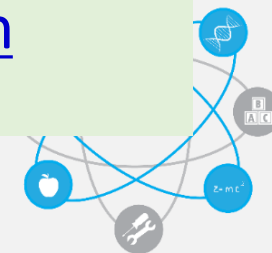
$208 - (0,7 \cdot \text{starost})$

“Če uporabimo novo formulo namesto stare, se priporočeno maksimalno število utripov srca na minuto pri mladih ljudeh malo zniža, pri starejših pa malo zviša.”

Od katere starosti naprej se pri uporabi nove formule priporočeno maksimalni srčni utrip zviša?

stara		nova	
x	y	x	y
0	220	0	208
10	210	10	201
20	200	20	194
30	190	30	187
40	180	40	180
50	170	50	173
60	160	60	166
70	150	70	159
...		...	

Usvajanje in uporaba matematičnih konceptov in idej v življenjskih okoliščinah



Šolski kontekst

1. reševanje matematičnega problema
2. pomen rešitve v kontekstu šolske matematike

Procesi:

uporaba matematičnih konceptov, dejstev, postopkov

Matematizacija

Prepoznavanje in razumevanje matematike v realnem svetu

Pet korakov celotnega cikla matematizacije:

1. Problemska situacija v realnem okolju
2. V problemski situaciji prepoznati matematiko
3. Prevesti realistični problem v matematični problem: $y = 220 - x$ $y = 208 - 0,7 \cdot x$
4. Reševanje matematičnega problema
5. Vrednotenje matematične rešitve z vidika matematike
6. Vrednotenje matematične rešitve z vidika realističnega problema.

Procesi:

Uporaba matematičnih konceptov, dejstev, postopkov

Vrednotenje matematičnih rešitev ali sklepanj na podlagi konteksta, v katerega je umeščen problem

Vrednotenje pomena rešitev z vidika realistične situacije



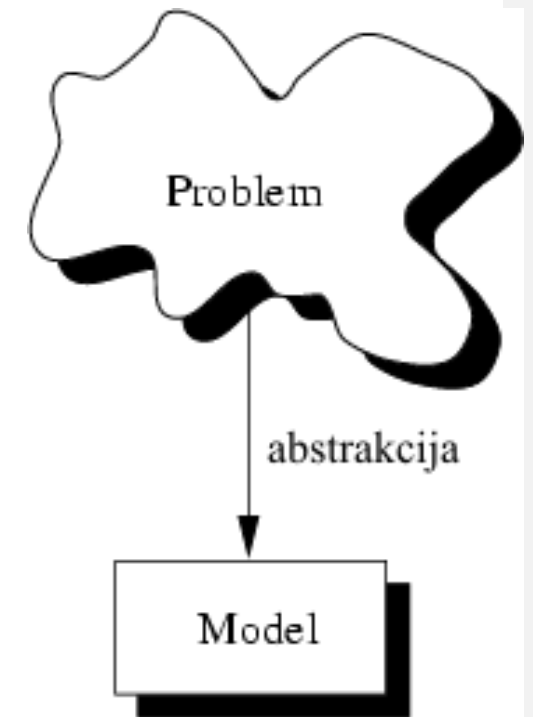
Lastnosti modelov in modeliranja





Razvoj matematične pismenosti na primerih modeliranja (OECD, 2003)

- modeliranje realističnih situacij
- modeliranje realističnih situacij z empiričnimi podatki
- proces modeliranja



razred reproduciranja

razred povezovanja

razred reflektiranja

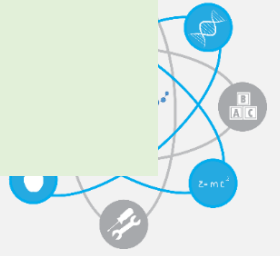
modeliranje

- **izbrati in uporabiti model**
- razmišljati o rezultatih modela z vidika realistične situacije
- rutinska uporaba modela

- prevesti realnost v matematične strukture iz konteksta, ki je manj znan
- **postavitev modela** glede na zbrane podatke

- prevesti realnost v matematične strukture iz kompleksnih neznanih kontekstov
- **preveriti veljavnost modela** in ga kritično vrednotiti
- **kritični pogled na model**, njegova izboljšava, presoja veljavnosti modela

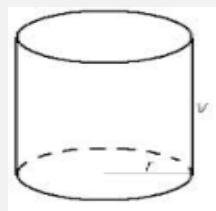
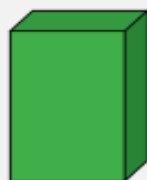
Proces modeliranja



- Modeliranje je proces.
- Pogosto šele po več **zaporednih korakih** oz. razmislekih in testiranjih oblikujemo končni model.

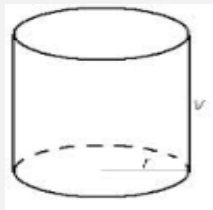
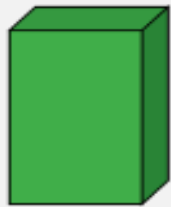


1 Kaj lahko povemo o parih slik?





1 Kaj lahko povemo o parih slik?



Opazimo:

- Vsak par predmetov prikazuje po en konkreten predmet iz naše okolice: Zoisovo piramido, oblikovano iz kamnitih kvadrov, papirnato embalažo za sok ter cevi.
- Predmeti ob njih so znana geometrijska telesa: piramida, kvader in valj, ki so prej naštetim predmetom bolj ali manj podobna.
- Primer geometrijskega modela za Zoisovo piramido je piramida. Primer geometrijskega modela za embalažo soka je npr. kvader. Primer geometrijskega modela za cev je lahko valj.

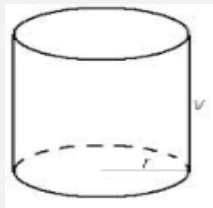
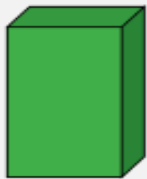


1 Kaj lahko povemo o parih slik?

Opazimo:

Vsak par predmetov prikazuje po en konkreten predmet iz naše okolice: Zoisovo piramido, oblikovano iz kamnitih kvadrov, papirnato embalažo za sok ter cevi.

- Predmeti ob njih so znana geometrijska telesa: piramida, kvader in valj, ki so prej naštetim predmetom bolj ali manj podobna.
- Primer geometrijskega modela za Zoisovo piramido je piramida. Primer geometrijskega modela za embalažo soka je npr. kvader. Primer geometrijskega modela za cev je lahko valj.



1. Povzetek

Model je posebna vrsta predstavitve.

Za model je značilna **strukturna podobnost in zamenljivost** med objektom in njegovo predstavitvijo: valj je lahko model za cev in obratno, cev je lahko model za valj.

2 Na kaj lahko pomislimo, ko želimo čim hitreje napolniti bazen?

... na velikost bazena in število cevi, po katerih teče voda v bazen ...

... zanima nas odnos med časom in številom cevi ...



Primer:

V *TOPLICAH* napolnijo bazen v 5 urah po 4 ceveh z enako zmogljivostjo. Koliko takih cevi z enako zmogljivostjo bi potrebovali, da bi bil bazen poln v 2 urah?



2 Na kaj lahko pomislimo, ko želimo čim hitreje napolniti bazen?

... na velikost bazena in število cevi, po katerih teče voda v bazen ...

... zanima nas odnos med časom in številom cevi ...

Ugotovimo:



Primer:

V *TOPLICAH* napolnijo bazen v 5 urah po 4 cevi z enako zmogljivostjo. Koliko takih cevi z enako zmogljivostjo bi potrebovali, da bi bil bazen poln v 2 urah?

V realistični situaciji prepoznamo obratno sorazmerje, uporabimo odvisnost $y = \frac{k}{x}$ ter oblikujemo model $y = \frac{20}{x}$.

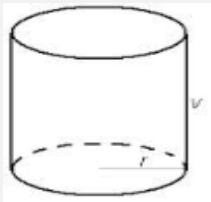
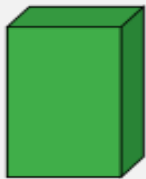
Z uporabo modela izračunamo, da potrebujemo 10 cevi, da napolnimo bazen v 2 urah ($x = \frac{20}{2} = 10$), ali pa 2 cevi, da ga napolnimo v 10 urah ($x = \frac{20}{10} = 2$).



2. Povzetek

Modeliranje je izdelava primerne matematične predstavitve za

obravnavani objekt



ali

realistično situacijo.



V *TOPLICAH* napolnijo bazen v 5 urah po 4 ceveh z enako zmogljivostjo. Koliko takih cevi z enako zmogljivostjo bi potrebovali, da bi bil bazen poln v 2 urah?



Model nam služi kot **nadomestek ali pomoč pri razmišljanju** in reševanju problemov različnih vrst.

3 Kako bi določili uporabnost mobilnega telefona?



Pomislimo na lastnosti mobilnih telefonov, npr. hitrost prenosa podatkov, moč baterije, velikost delovnega pomnilnika.

- Revija **POTROŠNIK** proizvajalcem mobilnih telefonov podeljuje certifikat odličnosti po modelu $M1 = 3h + b$
- Revija **MOBI** podeljuje certifikat odličnosti *po modelu* $M2 = h + 2b$ (h pomeni hitrost prenosa podatkov, b moč baterije).

Vrednosti obeh spremenljivk določijo eksperti po ocenjevalnem sistemu: *odlično (3 točke), dobro (2 točki), zadovoljivo (1 točka).*

3 Kako bi določili uporabnost mobilnega telefona?



Ugotovimo:

- Za ocenjevanje kakovosti istih naprav imamo dva različna modela. Kateri, primernejši?
- Model revije POTROŠNIK daje večji pomen hitrosti prenosa podatkov, model revije MOBI pa velikosti delovnega pomnilnika.
- Strokovnjaki pri reviji POTROŠNIK svoj model **utemeljujejo** z mnenji uporabnikov, ki najbolj cenijo hitrost prenosa podatkov, medtem ko strokovnjaki revije MOBI svoj model utemeljujejo s potrebami njihovih uporabnikov, ki zagovarjajo predvsem moč baterije.

3. Povzetek:

Pogosto je pri modeliranju realističnih situacij, pri katerih **kriterije** izbiramo sami, **možnih več rešitev, več modelov**. Izbiro primernosti modela utemeljimo.

4 Kako lahko šola izbira dijake za vpis?



Na srednji šoli Savlje vsako leto razpišejo prosta mesta za devetošolce v njihovi regiji:

$$e = 0.5p$$

(*e* pomeni število vpisanih dijakov, *p* število devetošolcev v regiji, ki so tekoče leto stari od 14 do 15 let).

Razmislek: Je prav, da vpisujejo samo devetošolce, stare med 14 in 15 let? Je model pravilen, je primeren?

Koliko devetošolcev in koliko stari devetošolci se bodo vpisali na šolo, je stvar odločitve in presoje, ne pa pravilnosti modela.

Z modelom se v danem primeru lahko strinjamo ali ne, ne moremo pa za dani primer soditi, ali je pravilen ali ne. Smiselno pa lahko razpravljamo o njegovi primernosti. Izbiro modela zato utemeljimo.

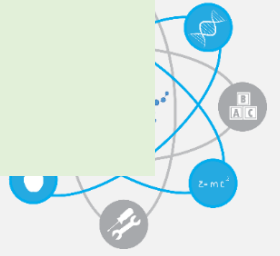
4. Povzetek

Pri modeliranju realističnih situacij, pri katerih je možnih več rešitev, **ne govorimo o pravilnosti modela, temveč o primernosti modela**. Model je lahko bolj ali manj primeren.

PRIMER MODELIRANJE REALISTIČNE SITUACIJE

Izbira športnika šole

Na šoli Sončni vrh nameravajo izmed učencev njihove šole izbrati *športnika šole*. Predlagaj, kako bi kar najbolj pravično glede na rezultate izbrali *športnika šole*.



Razumevanje izhodiščne situacije in Analiziranje situacije

Razmislimo o problemu in se odločimo, katere **kriterije** bomo upoštevali.

- Kdo je lahko športnik šole?
- Katere lastnosti mora imeti?
- Katere dosežke upoštevati?

Pri izbiri **spremenljivk** se odločamo v skladu z namenom in izbiro **kriterijev**.



Razumevanje izhodiščne situacije

Razmislimo o problemu in se odločimo, katere *kriterije* bomo upoštevali. Kdo je lahko športnik šole? Katere lastnosti mora imeti? Katere dosežke upoštevati?

Analiziranje situacije

Pri izbiri spremenljivk se odločamo v skladu z namenom in izbiro kriterijev. V danem primeru bomo izbirali športnika šole, zato je smiselno, da npr. upoštevamo udeležbo in dosežke *na šolskih tekmovanjih, prav tako pa tudi* dosežke pri *regijskih tekmovanjih*.

Postavitev kriterijev:

- aktivna udeležba na šolskih tekmovanjih
- dosežki na šolskih tekmovanjih
- dosežki na regijskih tekmovanjih
- članstvo v regijski reprezentanci



Razumevanje izhodiščne situacije

Razmislimo o problemu in se odločimo, katere *kriterije* bomo upoštevali. Kdo je lahko športnik šole? Katere lastnosti mora imeti? Katere dosežke upoštevati?

Analiziranje situacije

Pri izbiri spremenljivk se odločamo v skladu z namenom in izbiro kriterijev. V danem primeru bomo izbirali športnika šole, zato je smiselno, da npr. upoštevamo udeležbo in dosežke *na šolskih tekmovanjih*, prav tako pa tudi dosežke pri *regijskih tekmovanjih*.



Postavitev kriterijev:

- aktivna udeležba na šolskih tekmovanjih
- dosežki na šolskih tekmovanjih
- dosežki na regijskih tekmovanjih
- članstvo v regijski reprezentanci

Spremenljivke:

- t: število aktivnih udeležb na šolskih tekmovanjih
- n: število medalj na šolskih tekmovanjih
- m: število medalj na regijskih tekmovanjih
- r: članstvo v regijski reprezentanci

Razumevanje izhodiščne situacije

Razmislimo o problemu in se odločimo, katere *kriterije* bomo upoštevali. Kdo je lahko športnik šole? Katere lastnosti mora imeti? Katere dosežke upoštevati?

Analiziranje situacije

Pri izbiri spremenljivk se odločamo v skladu z namenom in izbiro kriterijev. V danem primeru bomo izbirali športnika šole, zato je smiselno, da npr. upoštevamo udeležbo in dosežke *na šolskih tekmovanjih*, prav tako pa tudi dosežke pri *regijskih tekmovanjih*.

Postavitev kriterijev:

- aktivna udeležba na šolskih tekmovanjih
- dosežki na šolskih tekmovanjih
- dosežki na regijskih tekmovanjih
- članstvo v regijski reprezentanci

Spremenljivke:

- t: število aktivnih udeležb na šolskih tekmovanjih
- n: število medalj na šolskih tekmovanjih
- m: število medalj na regijskih tekmovanjih
- r: članstvo v regijski reprezentanci



Ocenjevalni sistem:

- vrednost spremenljivke t: število aktivnih udeležb na šolskih tekmovanjih
- vrednost spremenljivke n: število medalj na šolskih tekmovanjih
- vrednost spremenljivke m: število medalj na regijskih tekmovanjih
- vrednost spremenljivke r:
 - je član državne reprezentance 3 točke
 - ni član državne reprezentance 0 točk



Izdelava modela

Odločimo se, da bomo nekoliko bolj upoštevali število medalj na regijskih in šolskih tekmovanjih in spremenljivko m pomnožimo s faktorjem 3, spremenljivko n pa s faktorjem 2. Ostali dve spremenljivki pomnožimo p s faktorjem 1.

Oblikujemo model: $M = t + 2 \cdot n + 3 \cdot m + r$

Športnik šole je učenec, ki doseže največje število točk po modelu $M = t + 2 \cdot n + 3 \cdot m + r$

Uporaba modela



Zberemo podatke za učence, ki se aktivno ukvarjajo s športom in so usvojili vsaj eno medaljo na šolskih ali regijskih tekmovanjih. Zmagovalca izberemo z uporabo modela. Za vsakega športnika izračunamo dosežene točke in rezultate prikažimo v tabeli.

Tabela: Podatki o aktivnih športnikih

športniki	t	n	m	r
Juš	8	3	1	ne
Bor	9	4	2	ne
Tomaž	6	5	4	da
Bina	10	2	0	ne
Gal	9	1	0	ne
Sara	9	3	1	da
Matevž	10	6	5	da
Alenka	8	2	0	da
Katarina	9	4	5	da

Tabela: Dosežene točke aktivnih športnikov na šoli

športniki	t	2·n	3·m	r	skupaj
Juš	8	6	3	0	17
Bor	9	8	6	0	23
Tomaž	6	10	12	3	31
Bina	10	4	0	0	14
Gal	9	2	0	0	11
Sara	9	6	3	3	21
Matevž	10	12	15	3	40
Alenka	8	4	0	3	15
Katarina	9	8	15	3	35

Ugotovimo: Po izbranem točkovanju je največje število točk dosegel Matevž, kar pomeni, da je usvojil naslov *športnik šole*.

Refleksija procesa modeliranja in evalvacija modela



Utemeljitev modela z vidika matematike in z vidika realistične situacije

Kritični pogled na model

Izboljšava modela



Utemeljitev modela z vidika matematike in z vidika realistične situacije

- **Z vidika matematike** je model korekten in uporaben.
- **Z vidika realistične situacije** je utemeljitev bolj zahtevna.
 - Pogosto matematični model ne more vključiti vseh okoliščin, ki se v realni situaciji lahko zgodijo: npr. bolezen, dodatni treningi.
 - *Razmislek glede nabora spremenljivk in ocenjevalnih kriterijih.*

Kritični pogled na model

Ali je formula za izračun skupnega števila točk poštena?

So preveč poudarjeni dosežki na tekmovanjih (število medalj), premalo pa pozitivne lastnosti in karakterne značilnosti dobrega športnika?

Model ne razlikuje zlatih, srebrnih ali bronastih medalj.

Izboljšava modela

Izdelaj model, ki bo upošteval zgornje pripombe.

Pri modeliranju so vhodni podatki običajno nedorečeni. Reševalce se sam odloči katere podatke bo upošteval. Pogosto jih lahko spremeni še v postopku modeliranja.



Primer modeliranja realistične situacije z empiričnimi podatki



Primer modeliranja realistične situacije z empiričnimi podatki



Zdravila (prirejeno po Mousoulides, Pittalis & Christou, 2006)

V farmacevtski družbi *MEDICAL* želijo oblikovati model, po katerem bi določali učinkovitost izbranih zdravil za določeno bolezen.

Pomembno je, da zdravilo učinkuje hitro. Imajo zbrane podatke o hitrosti učinkovanja štirih vrst zdravil (na populaciji med 50 in 60 letom starosti): *kat*, *sac*, *ral*, *kef*.

Glede na dane podatke predlagaj model za določitev najučinkovitejšega zdravila za izbrano bolezen.

Tabela: Hitrosti učinkovanju zdravil

oseba	kat	sac	ral	kef
	t (min)	t (min)	t(min)	t(min)
Ana	20	10	12	10
Borut	18	19	14	12
Cene	19	13	15	17
David	22	11	15	17
Edo	15	11	7	17
Franci	14	12	9	19
Gregor	23	10	9	22
Hana	12	9	8	22
Ivo	11	8	8	21
Jaka	10	8	15	10
Karmen	7	14	19	7
Lili	9	13	10	7
Maja	10	12	10	7
Nina	17	17	23	19
Oton	13	11	24	18
Pavle	12	11	23	14
Rok	14	13	10	12
Sabina	14	20	8	10
Teja	8	25	17	10



Razumevanje izhodiščne situacije

Postavitev ključnega vprašanja:

Katero zdravilo najhitreje učinkuje? Ali z drugimi besedami: Katero zdravilo ima najkrajši reakcijski čas?

Analiziranje situacije in postavitve kriterijev

Nalogo lahko rešujemo v skupinah in skupaj premislimo **izbiri kriterijev**.

Prvi krog: Usmeritev samo na del podatkov

V prvem krogu se usmerimo na opazovanje najkrajših reakcijskih časov.



	kat	sac	ral	kef
	t(min)	t(min)	t(min)	t(min)
najkrajši reakcijski čas	7	8,8	7	7,7,7

Določimo kriterij 1:

Zdravilo je najučinkovitejše, če ima najkrajši reakcijski čas.

Analiziramo podatke in ugotovimo: kef ima trikrat reakcijski čas 7, ral in kat imata po enkrat najnižji reakcijski čas 7, sac ima dvakrat najkrajši reakcijski čas 8.

Predlog za razvrstitev zdravil glede na kriterij1:
kef, kat, ral, sac

Drugi krog: Usmeritev na večje število podatkov



V drugem krogu se usmerimo na opazovanje najkrajših in najdaljših reakcijskih časov

Določimo kriterij 2: Zdravilo je najučinkovitejše, če ima najkrajši reakcijski čas in čim nižji najdaljši reakcijski čas.

Analiziramo podatke v tabeli in ugotovimo:

kef ima trikrat najkrajši reakcijski čas 7 in petkrat reakcijski čas 10; pri zdravilu ral se največkrat ponovi reakcijski čas 8; pri zdravilu sac beležimo najdaljši reakcijski čas 25.

	kat	sac	ral	kef
	t(min)	t(min)	t(min)	t(min)
najkrajši reakcijski časi	7, 8	8, 8, 9	7, 8, 8, 8	7, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 10
najdaljši reakcijski časi	23, 22	25, 20	24, 23, 23	22, 22, 21

Predlog za razvrstitev zdravil glede na kriterij 2: kef, ral, kat, sac

Pomislek: V prvem in drugem krogu smo analizirali in primerjali najkrajše in najdaljše reakcijske čase. **Kaj pa ostali podatki?**



Tretji krog: Usmeritev na vse podatke

V tretjem krogu se usmerimo na vse podatke. Za vsako zdravilo izračunamo vsoto vseh reakcijskih časov

	kat	sac	ral	kef
	t(min)	t(min)	t(min)	t(min)
vsota reakcijskih časov	268	247	256	271

Določimo kriterij 3: Zdravilo je najučinkovitejše, če ima najmanjšo vsoto vseh reakcijskih časov.

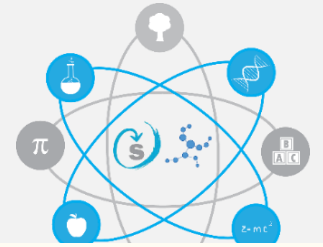
Predlog za razvrstitev zdravil glede na kriterij 3: sac, ral, kat, kef

Izdelava modela

Najučinkovitejše je tisto zdravilo, ki ima najmanjši povprečni reakciji čas:

$$X_s = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n;$$

x_i je reakcijski čas, n število podatkov, s oznaka za izbrano zdravilo.



Uporaba modela

Uporabimo model M in razvrstimo zdravila po hitrosti učinkovanja: sac, ral, kat, kef.

Uporabnost modela

Model je uporaben pri ugotavljanju učinkovitosti zdravil, pri katerih je pomembna **hitrost učinkovanja** idr.

Model

Najučinkovitejše je tisto zdravilo, ki ima najmanjši povprečni reakciji čas:

$$X_s = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n;$$

x_i je reakcijski čas, n število podatkov, s oznaka za izbrano zdravilo.

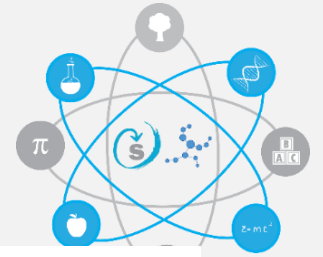
Veljavnost modela



Razmislek o modelu in utemeljitev modela

- Je res povprečna vrednost dobra izbira?
- Pri povprečni vrednosti izgubimo informacijo o zelo velikih odklonih.
- Bi bilo v danem primeru smiselno izločiti skrajne vrednosti?
 - Razvrstitev zdravila glede na mediano?
 - Upoštevati razpršenost podatkov?
 - Glede na razmislek bomo model testirali še na druge parametre kot so mediana in razpršenost podatkov.

		kat	sac	ral	kef
		t(min)	t(min)	t(min)	t(min)
1.		7	8	7	7
2.		8	8	8	7
3.		9	9	8	7
4.		10	10	8	10
5.	1. kvartil	10	10	9	10
6.		11	11	9	10
7.		12	11	10	10
8.		12	11	10	12
9.		13	11	10	12
10.	media na	14	12	12	14
11.		14	12	14	17
12.		14	13	15	17
13.		15	13	15	17
14.		17	13	15	18
15.	3. kvartil	18	14	17	19
16.		19	17	19	19
17.		20	19	23	21
18.		22	20	23	22
19.		23	25	24	22



		kat	sac	ral	kef
		t(min)	t(min)	t(min)	t(min)
1.		7	8	7	7
2.		8	8	8	7
3.		9	9	8	7
4.		10	10	8	10
5.	1. kvartil	10	10	9	10
6.		11	11	9	10
7.		12	11	10	10
8.		12	11	10	12
9.		13	11	10	12
10.	media na	14	12	12	14
11.		14	12	14	17
12.		14	13	15	17
13.		15	13	15	17
14.		17	13	15	18
15.	3. kvartil	18	14	17	19
16.		19	17	19	19
17.		20	19	23	21
18.		22	20	23	22
19.		23	25	24	22

Razvrstitev zdravila glede na mediano?

Najnižjo mediano 12 imata sac in ral. To pomeni, da je polovica vseh reakcijskih časov nižjih od 12.

Razvrstitev zdravila glede na mediano: sac, ral, kat, kef

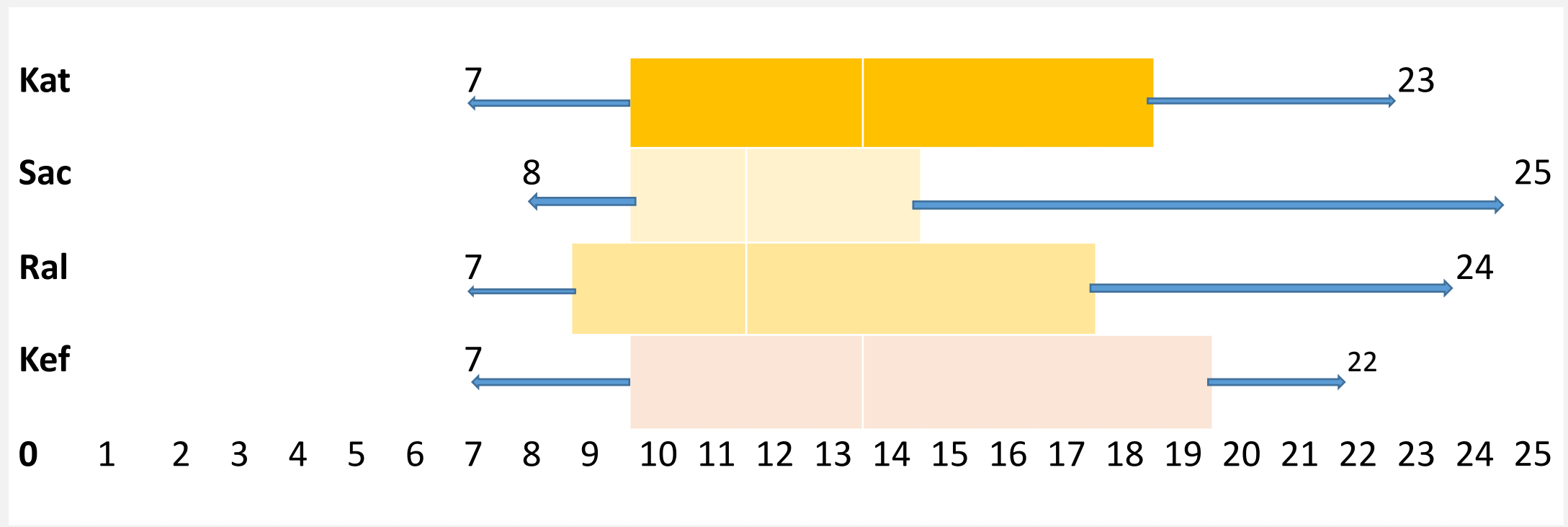
Kaj pa razpršenost podatkov?

Za vse štiri skupine podatkov narišimo diagrame škatle z brki ter primerjajmo diagrame.

Kaj kaže analiza razpršenosti podatkov?



Primerjava diagramov



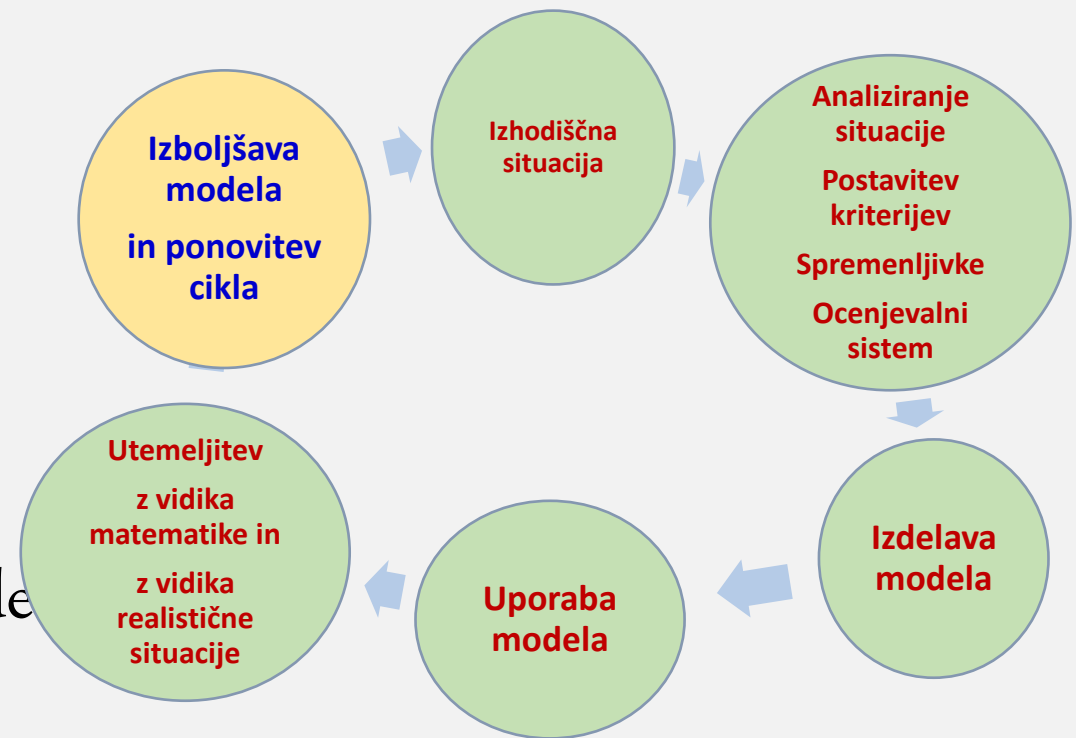
Povzetek o modeliranju



- Pri **empiričnem pristopu modeliranja** model postavimo na osnovi zbranih podatkov.
- Pri modeliranju se učimo postavljati predpostavke in posploševati.
- Pri izbiri najbolj primernega modela je potrebno upoštevati tudi kontekst (realistično situacijo).

Modeliranje je proces. 

Pogosto šele po več **zaporednih korakih** oz. razmislekih in testiranjih oblikujemo končni model



Zaključek

Lastnosti modelov in modeliranja

- *Modeliranje* je izdelava primerne matematične predstavitve za obravnavani objekt ali realistično situacijo. Rezultat modeliranja je *model*.
- *Model* nam služi kot *nadomestek ali pomoč pri razmišljanju* in reševanju problemov različnih vrst.
- Za model je značilna *podobnost in zamenljivost* med objektom in njegovo predstavitvijo.
- Pri modeliranju realističnih situacij, pri katerih *kriterije izbiramo sami*, praviloma velja, da je *možnih več rešitev, več modelov*.
- Pri modeliranju realističnih situacij, pri katerih je možnih več rešitev, ne govorimo o pravilnosti modela, temveč o *primernosti modela*. Model je lahko bolj ali manj primeren.

Zaključek

Učenje in poučevanje matematične pismenosti



KAJ JE MATEMATIČNA POSMENOST?

- Matematična pismenost je **uporaba matematičnega znanja** v različnih življenjskih okoliščinah.
- **Matematična pismenost** temelji na matematičnem znanju in zaživi v naravnem in socialnem okolju. Posameznik jo razvija vse življenje.

RAZVOJ MATEMATIČNE PISMENOSTI

- V šoli jo razvijamo s holističnim pristopom učenja in poučevanja: z raziskovalno dejavnostjo, reševanjem problemov iz vsakdanjega življenja, vključevanjem aktualnih vsebin in sodobnih tehnologij.
- Učenci se matematično opismenjujejo **pri pouku matematike, pri drugih predmetih kot tudi v različnih življenjskih okoliščinah.**
- Reševalci morajo sprejemati odločitve o tem, katere informacije so v dani problemski situaciji pomembne in kako naj jih smiselno uporabijo

KAJ OMOGOČA?

- Matematično pismen posameznik se lažje sporazumeva, oblikuje lastna stališča in presoja stališča in trditve drugih ljudi.
- Obvladovanje komponent matematične pismenosti olajša reševanje problemov z življenjskimi situacijami, ki zahtevajo sposobnost uporabe šolskega znanja in spretnosti v manj strukturiranem kontekstu kot je šolska situacija.

