

# Reševanje problemske naloge iz raziskave PISA 2003, preverjanje matematične pismenosti učiteljev in dijakov ter opisniki za ocenjevanje problemskih nalog pri matematiki

Jasna Kos in Simona Vreš

POTI DO KAKOVOSTNEGA  
ZNANJA NARAVOSLOVJA  
IN MATEMATIKE



# PROBLEMSKE NALOGE

- **Problemske naloge v prenovljenem učnem načrtu za gimnazijo**
- **Odziv dijakov**
- **Reševanje problemskih nalog:**

razmišljanje in izpeljevanje zaključkov, argumentiranje, komuniciranje, oblikovanje modelov, formuliranje in reševanje problemov, uporabljanje simboličnega, formalnega in tehničnega jezika, uporaba pripomočkov

- **Ocenjevanje problemskih nalog**





# 3. NALOGA



POTI DO KAKOVOSTNEGA  
ZNANJA NARAVOSLOVJA  
IN MATEMATIKE

**Če kmet poveča sadovnjak, kaj se hitreje večja: število jablan ali število iglavcev? Razloži, kako si prišel do odgovora.**

n =	št. iglavcev	povečanje št. iglavcev	št. jablan	povečanje št. jablan
1	8		1	
2	16	8	4	3
3	24	8	9	5
4	32	8	16	7
5	40	8	25	9



# OCENJEVANJE



## VREDNOTENJE

2

1

0

### A. Se loti problema

Dober poskus

Nekaj poskusov

Sploh ne poskusi reševati

### B. Problem razume

Problem popolnoma razume

Ne razume dela problema

Problema sploh ne razume

### C. Izbere in uporabi strategijo reševanja

Izbere pravilno strategijo, ki bi lahko pripeljala do pravilne rešitve, če jo učenec uporabi brez napak ali z manjšimi napakami

Izbere delno pravilno strategijo, ki izhaja iz delno pravilne interpretacije problema ali izbere ustrezno strategijo in jo slabo uporabi

Ni poskusov ali uporabi popolnoma neustrezno strategijo

### D. Poišče odgovor

Pravilen odgovor, naveden, pravilno opisan, označen

Napaka pri prepisu podatkov ali računska napaka, delni odgovor ali napačno označen odgovor

Ni odgovora, neuspešen pri podajanju odgovora ali napačen odgovor, ki izhaja iz neustrezne strategije

### E. Razloži

Razlaga je jasna in povezana

Nepopolna razlaga ali razlagi je težko slediti

Razlage ni ali pa je nepovezana in neurejena

### F. Uporabi matematično simboliko

Uporablja ustrezno matematično simboliko in matematični jezik

Uporabljena matematična simbolika je nepopolna, le ponekod uporabi ustrezne označbe in simbole

Ne uporablja matematične simbolike ali matematične znake uporablja napačno

# REŠITVE



POTI DO KAKOVOSTNEGA  
ZNANJA NARAVOSLOVJA  
IN MATEMATIKE

## Pravilen odgovor

**1. vprašanje:** število jablan  $n^2$ , število iglavcev  $8n$

**2. vprašanje:**  $n = 8$ , (tudi  $n=0$ , ki ga dijak izloči)

**3. vprašanje:** Odgovor jablane z utemeljeno razlago, npr.

- Jablane =  $n \cdot n$  in iglavci =  $8 \cdot n$ . Oba obrazca imata faktor  $n$ , ampak jablane imajo drugi  $n$ , ki se bo povečal, medtem ko faktor 8 ostane enak. Število jablan se poveča hitreje.
- Število jablan se hitreje veča, ker je to število kvadrirano, namesto pomnoženo z 8.
- Število jablan je kvadratno. Število iglavcev je linearno. Zato bo število jablan hitreje naraščalo.
- Dijak kot odgovor uporabi risbo, da bi pokazal, da  $n^2$  preseže  $8n$  za  $n$  večji od 8.

# VREDNOTENJE



POTI DO KAKOVOSTNEGA  
ZNANJA NARAVOSLOVJA

## VREDNOTENJE

2

1

0

### A. Se loti problema

Dijak pri reševanju naloge uporablja spremenljivko  $n$  in posplošuje.

Dijak pravilno reši del naloge.

Dijak npr. prešteva jablane in iglavce in pride vsaj do pravilne ugotovitve za  $n=5$  ali uporabi tabelo.

Dijak ni reševal nobenega izmed delov naloge.

### B. Problem razume

Dijak zapiše obe formuli v prvem delu, enakost v drugem delu, zapiše ali grafično ponazori neenakost v tretjem delu, čeprav so morda v enačbah ali reševanju napake.

Dijak zapiše obe formuli v prvem delu naloge (lahko je katera izmed njiju tudi napačna) in enakost v drugem delu naloge.

Postopki reševanja pri vseh treh delih naloge so neustrezni.

### C. Izbere in uporabi strategijo reševanja

- Dijak uporabi dve pravilni strategiji.
- Pri drugem delu naloge si dijak podatke sistematično zapisuje v tabelo ali zapiše ustrezno enakost  $n^2 = 8n$  in začne razmišljati o rešitvah.
  - Pri tretjem delu naloge začne raziskovati odnos med  $n^2$  in  $8n$  (s tabelo ugotavlja, kaj se hitreje večja ali nariše graf).

Dijak uporabi eno pravilno strategijo, npr. rešuje enačbo v drugem delu naloge ali nariše graf v tretjem delu naloge.

- Dijak ne uporabi nobene pravilne strategije.
- Rešitve ugane.

# VREDNOTENJE



POTI DO KAKOVOSTNEGA  
ZNANJA NARAVOSLOVJA  
V OŠ/OTS

## VREDNOTENJE

2

1

0

### D. Poišče odgovor

Dijak pravilno odgovori na vsa tri vprašanja in zapiše utemeljitev pri tretjem vprašanju.

Dijak pravilno odgovori na eno ali dve vprašanji.

Dijak na nobeno izmed vprašanj ne odgovori pravilno.

### E. Razloži

Pri tretjem delu naloge dijak pravilno rešitev matematično korektno utemelji.

Pri tretjem delu naloge dijak pravilno rešitev pomanjkljivo utemelji. Njegova razlaga je delno nerazumljiva.

Dijak pri tretjem delu naloge sicer pravilne rešitve ne utemelji ali pa utemeljitev ne temelji na matematičnih zakonitostih.

### F. Uporabi matematično simboliko

Dijak pri vseh treh delih naloge uporabi ustrezno matematično simboliko in terminologijo.

Dijak samo pri delu naloge uporabi ustrezno matematično simboliko in terminologijo.

Dijak pri reševanju ne uporablja matematične simbolike ali pa so njegovi zapisi nekorektni.  
Vsi uporabljeni matematični zapisi so nekorektni.



# IZDELEK DIJAKA

## 1. vprašanje:

Poišči formuli, s katerima lahko izračunaš število jablan in število iglavcev za poljubno število vrst jablan ( $n$ ).

$$\text{jablan} = n^2 \quad \checkmark$$

$$\text{iglavcev} = n \cdot 8 \quad \checkmark$$

## 2. vprašanje:

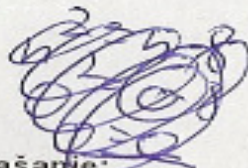
Število jablan in iglavcev pri razporeditvi, ki je opisana zgoraj, lahko izračunaš s pomočjo dveh formul:

- Število jablan =  $n^2$
- Število iglavcev =  $8n$

kjer je  $n$  število vrst jablan.

Obstaja vrednost spremenljivke  $n$ , pri kateri je število jablan enako številu iglavcev. Poišči to vrednost in zapiši, kako si to izračunal.

Vrednost spremenljivke je



$$n^2 = n \cdot 8$$

$$\text{ali } 8^2 = 8 \cdot 8$$

$$64 = 64$$

8. to je to je  $n$   
enak faktorji (8).  
 $\checkmark$

## 3. vprašanje:

Če kmet povečuje sadovnjak, kaj se hitreje veča: število jablan ali število iglavcev? Razloži, kako si prišel do odgovora.

O: število jablan se hitreje veča, ko je

~~več jablan kot iglavcev~~  
1 Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem

Če povečamo število jablan, se število jablan veča hitreje kot število iglavcev.  $\checkmark$

(2, 2, 1, 1, 1, 1) 8 točk

23 40  
36 48  
~~64 = 48~~  
49 = 56  
7  
12  
15

# IZDELEK DIJAKA

## 1. vprašanje:

Poišči formuli, s katerima lahko izračunaš število jablan in število iglavcev za poljubno število vrst jablan ( $n$ ).

$$\begin{aligned} \text{št. jablan} &: n^2 \quad \checkmark \\ \text{št. iglavcev} &: 8n \quad \checkmark \end{aligned}$$

## 2. vprašanje:

Število jablan in iglavcev pri razporeditvi, ki je opisana zgoraj, lahko izračunaš s pomočjo dveh formul:

- Število jablan =  $n^2$
- Število iglavcev =  $8n$

kjer je  $n$  število vrst jablan.

Obstaja vrednost spremenljivke  $n$ , pri kateri je število jablan enako številu iglavcev. Poišči to vrednost in zapiši, kako si to izračunal.

$$\begin{aligned} n^2 &= 8n \quad \checkmark \\ n^2 - 8n &= 0 \quad \checkmark \\ n(n - 8) &= 0 \quad \checkmark \end{aligned} \quad \begin{aligned} m_1 &= 0 \quad \checkmark \\ m_2 &= 8 \quad \checkmark \end{aligned} \quad \text{super}$$

## 3. vprašanje:

Če kmet povečuje sadovnjak, kaj se hitreje veča: število jablan ali število iglavcev? Razloži, kako si prišel do odgovora.

Število iglavcev

**(2,1,1,1,0,2) 7 točk**

## 2. vprašanje: JABOLKA

Število jablan in iglavcev pri razporeditvi, ki je opisana zgoraj, lahko izračunaš s pomočjo dveh izrazov:

- Število jablan =  $n^2$
- Število iglavcev =  $8n$

kjer je  $n$  število vrst jablan.

Obstaja vrednost  $n$ , pri kateri je število jablan enako številu iglavcev. Poišči vrednost  $n$  in pokaži, kako si to izračunal.

$$a_n = n^2$$
$$a_n = 8n$$

$$a_n = a_n$$
$$n^2 = 8n$$
$$n^2 - 8n = 0$$
$$n(n-8) = 0$$

$$n_1 = 0 \quad \checkmark$$
$$n_2 = 8$$

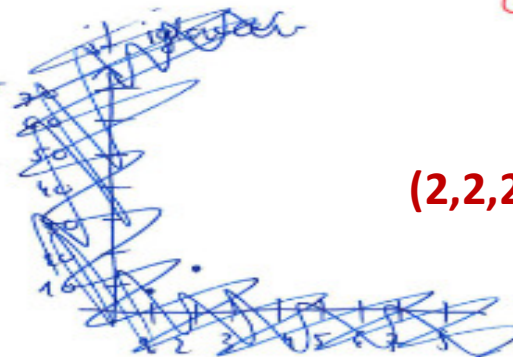
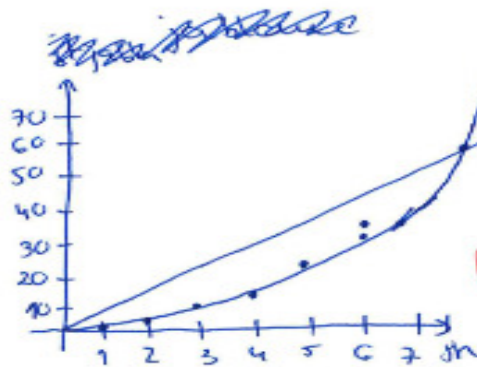
$$n = 8 \quad \checkmark$$

$$n^2 = 8^2 = 64$$
$$8n = 8 \cdot 8 = 64$$

## 3. vprašanje: JABOLKA

Recimo, da hoče kmet posaditi veliko večji sadovnjak z drevesi v veliko vrstah. Če kmet povečuje sadovnjak, kaj se hitreje veča: število jablan ali število iglavcev? Razloži, kako si prišel do odgovora.

Hitreje se veča število jablan, saj se veča s kvadratom. Število iglavcev pa le z večkratnikom števila osem. Število jablan pri  $n=8$  že doseže število iglavcev. Število iglavcev se po  $n=8$  manjša od števila jablan.



(2,2,2,2,2,2) 12 točk

# DOSEŽKI DIJAKOV



**1. letnik:** Dijaki se še ne znajo pravilno matematično izražati, imajo težave pri utemeljevanju.

- 48 dijakov.
- 6 izdelkov ovrednotenih z 12 točkami in štirje z 11 točkami.
- 11 izdelkov ovrednotenih samo z 1 točko.
- Povprečje: 5 točk.

**4. letnik:** sistematično reševanje, natančnejše utemeljitve

- 24 izdelkov.
- 9 izdelkov ovrednotenih z 12 točkami in 7 z 11 točkami.
- Povprečje: 10,8 točk (le 3 izdelki manj kot 10 točk).

**Dijaki četrtega letnika v primerjavi z dijaki prvega letnika uspešneje uporabljajo matematično simboliko in matematični jezik.**