

Od zaprtih k odprtim problemom

Silva Kmetič
mag. Mojca Suban Ambrož

POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE



Zakaj odprte problemske naloge?



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

- ker matematični in življenjski problemi niso enolično rešljivi,
- ker omogočajo razvoj kompleksnih (problemskih, procesnih ...) znanj,
- ker povezujejo znanje znotraj predmeta in medpredmetno,
- ker razvijajo razumevanje posameznih pojmov in predmeta celostno,
- ker spodbujajo divergentno mišljenje, sklepanje, ustvarjalnost ...
- ker omogočajo samodiferenciacijo ...

Zakaj odprte problemske naloge?

- ker so odprti problemi predvideni z učnim načrtom,
- ker želimo z reševanjem odprtih nalog izboljšati reševanje zaprtih nalog.

Cilji povezani z odprtimi problemi



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

OŠ

- rešijo odprte probleme, razčlenijo problemsko situacijo in postavljajo raziskovalna vprašanja

GIM

- rešujejo odprte in zaprte probleme,
- postavlja ključna raziskovalna vprašanja, hipoteze;

SSI

- zmožnost za raziskovanje in reševanje matematičnih problemov
- poznavanje strategij reševanja zaprtih in odprtih matematičnih problemov ...

Terminologija

Odprte

- naloge
- problemi
- vprašanja

Zaprte

- naloge
- problemi
- vprašanja

Naloga s kotom

primer (pol)odprte naloge iz TIMSS-a 2011

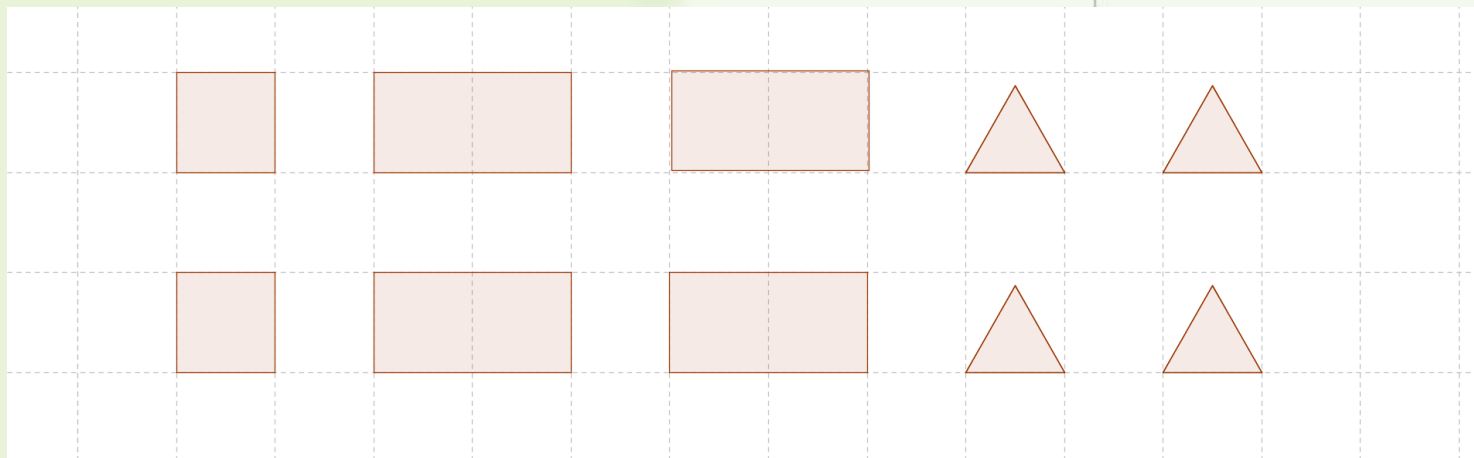


Nariši kot, ki bo meril več kot 90° in manj kot 180° .

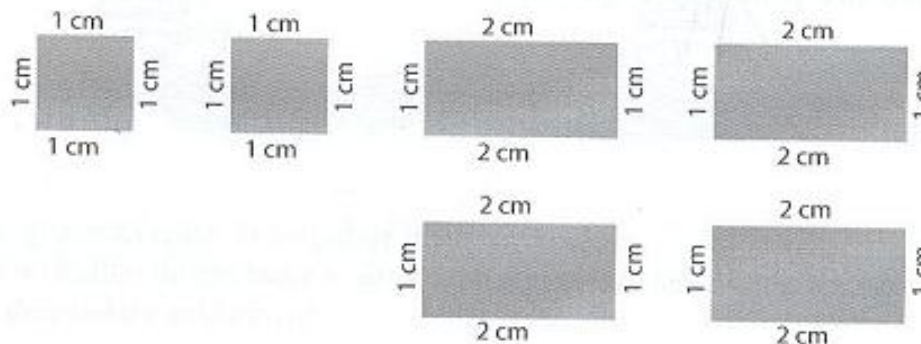
Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki pravih odgovorov	Odstotki pravih odgovorov med deklcami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
2007	2007	21,5	21,3	21,6
2011	2011	8,1	9,3	6,9

Primer odprte naloge

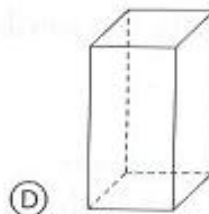
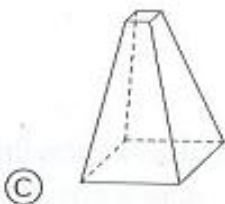
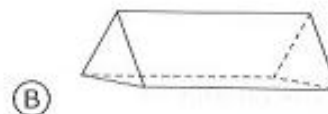
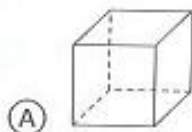
Na voljo imaš skladne kvadrate, pravokotnike in enakostranične trikotnike, kot je na sliki. Razišči, katera geometrijska telesa lahko sestaviš iz njih. Vsako telo lahko sestavljaš iz danega nabora likov.



Naloga TIMSS 2011



Suzana ima 6 kosov kartona, kot prikazuje skica. Katerega od naslednjih geometrijskih teles lahko sestavi Suzana, če uporabi vseh 6 kosov kartona in jih ne reže?



Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	65,9	13,8	5,2	7,8	72,3	60,5
	2011	71,1	13,3	3,7	5,7	72,1	70,4

Zmnožki dveh ulomkov

1. Izberi in zapiši dve naravni števili manjši od 10.
2. Izračunaj produkt teh dveh števil.

2x3, 2x1, 2x4
1x3, 1x4, 1x5,
1x9
3x2, 3x3

< 10

3x4, 5x2, 6x2,
4x3, 3x5, 3x6 ...

> 10

razvrščanje,
primerjanje
števil,
poglobljeno
razmišljanje o
zmnožkih

Zmnožki dveh ulomkov

1. Zapiši dva ulomka manjša od 1.
2. Izračunaj njun produkt.
3. Izberi še tri dvojice ulomkov in izračunaj zmnožke.
4. Kaj bi lahko raziskovali?

Raziskovalna vprašanja:
Izbira vprašanj(a).
Napovedi.

Ugotovitve:

Za primerjaje množenecv in zmnožka je pomembno število 1.

Če množim ulomka manjša od 1, dobim zmnožek, ki je manjši od 1.

Če množim _____, potem je _____

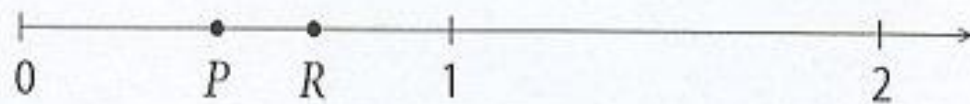
Zmnožki dveh ulomkov

Kdaj je zmnožek manjši od obeh množencev?

Kdaj je zmnožek med obema množencema?

Kdaj je zmnožek večji od vsakega množenca?

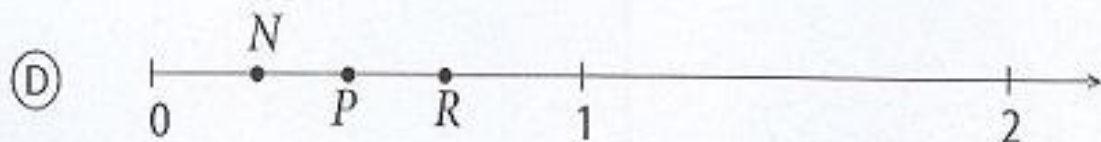
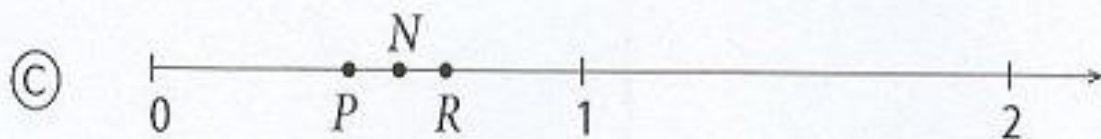
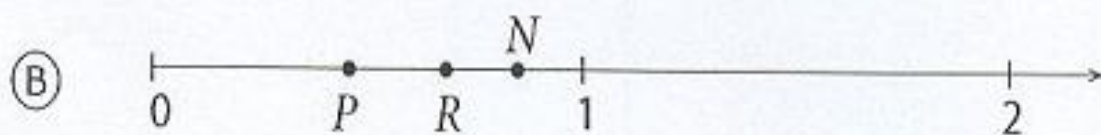
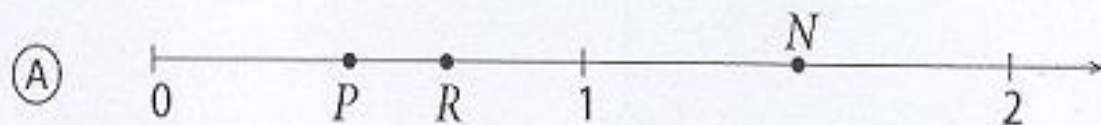
Podaj primere,
opiši z
besedami.



Na zgornji številski premici predstavljata P in R dva ulomka.

$$P \cdot R = N$$

Katera slika prikazuje pravilno mesto N na številski premici?



Pravilni odgovor: D
 Kognitivno področje: sklepanje
 Mejniki znanja: najvišja raven znanja
 Vsebinsko področje: števila; ulomki in decimalni zapis števil

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	43,1	23,2	10,3	19,7	20,6	18,9
	2011	47,6	17,9	9,4	21,0	17,3	24,3

Naloga TIMSS 2011

Katero od naslednjega je NAJBOLJŠI približek za $\frac{7,21 \cdot 3,86}{10,09}$?

(A) $\frac{7 \cdot 3}{10}$

(B) $\frac{7 \cdot 4}{10}$

(C) $\frac{7 \cdot 3}{11}$

(D) $\frac{7 \cdot 4}{11}$

Primer odprte naloge



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

A. Zapiši nekaj trojic naravnih števil x , y in z tako, da bo številki izraz $\frac{x \cdot y}{z}$ enak $\frac{7 \cdot 4}{10}$.

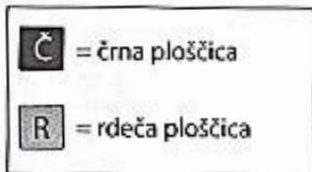
B. Zapiši nekaj trojic decimalnih števil x , y in z tako, da bo številki izraz $\frac{x \cdot y}{z}$ čim boljši približek za $\frac{7 \cdot 4}{10}$.

Polona ima rdeče in črne ploščice. Iz njih sestavlja kvadratne like.

Lik 3×3 ima 1 črno
in 8 rdečih ploščic.



Lik 4×4 ima 4 črne
in 12 rdečih ploščic.



Spodnja tabela prikazuje število ploščic za prve tri like, ki jih je sestavila Polona. Polona je za sestavljanje likov uporabila enak vzorec. Dopolni tabelo za lik 6×6 in lik 7×7 .

Lik	Število črnih ploščic	Število rdečih ploščic	Skupno število ploščic
3×3	1	8	9
4×4	4	12	16
5×5	9	16	25
6×6	16		
7×7	25		

Naloga TIMSS 2011

Nalogo predelajte v odprto nalogo.

Uporabi podatke iz prejšnje tabele in odgovori na naslednja vprašanja.

- A. Polona je sestavila lik, ki je imel **skupaj** 64 ploščic. Koliko je bilo črnih in koliko rdečih ploščic?

Odgovor: _____ črnih ploščic _____ rdečih ploščic

- B. Polona je sestavila nov lik tako, da je uporabila 49 **črnih** ploščic. Koliko **rdečih** ploščic je Polona uporabila za ta lik?

Odgovor: _____ rdečih ploščic

- C. Nato je Polona sestavila še en lik tako, da je uporabila 44 **rdečih** ploščic. Koliko črnih ploščic bi Polona potrebovala, da bi dokončala še črni del lika?

Odgovor: _____ črnih ploščic



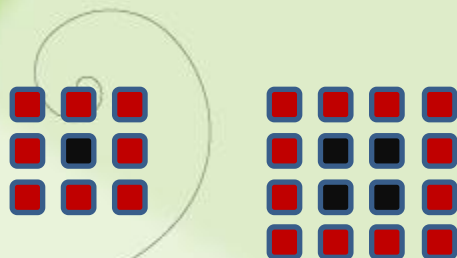
POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Polona bi rada dodala v tabelo vrstico, iz katere bi lahko ugotovila število ploščic za katerikoli lik. S pomočjo podatkov iz tabele na prejšnji strani dopolni vrstico za lik $n \times n$ v spodnji tabeli.

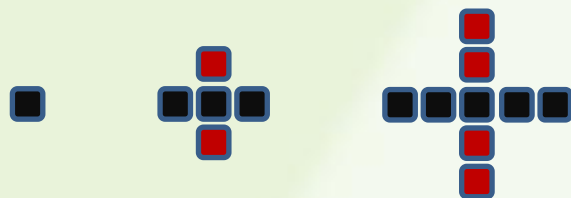
Lik	Število črnih ploščic	Število rdečih ploščic	Skupno število ploščic
$n \times n$	$(n - 2)^2$		

Primer odprte naloge

Na voljo imaš rdeče in črne ploščice. Sestavi zaporedje kvadratnih likov, kjer boš uporabil enak vzorec. Npr.:



Na voljo imaš rdeče in črne ploščice. Sestavi zaporedje pravokotnih likov/likov/slik, kjer boš uporabil enak vzorec. Npr.:



Rezultati naloge s ploščicami



POTI DO KAKOVOSTNEGA
ZNANJA NARAVOSLOVJA
IN MATEMATIKE

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki pravih odgovorov	Odstotki delno pravih odgovorov	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	60,5	8,7	66,8	54,1
	2011	61,2	6,4	61,0	61,4

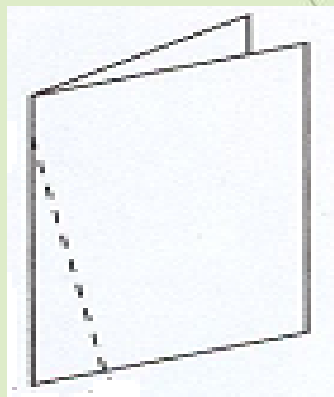
Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki pravih odgovorov	Odstotki delno pravih odgovorov	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	33,9	4,7	37,3	30,5
	2011	31,9	4,0	33,6	30,4

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki pravih odgovorov	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	21,7	24,8	18,6
	2011	23,6	23,6	23,7

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki pravih odgovorov	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	14,1	14,8	13,5
	2011	13,5	13,6	13,5

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki pravih odgovorov	Odstotki delno pravih odgovorov	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	1,5	16,5	13,9	8,9
	2011	3,5	14,8	12,7	9,1

Razišči like

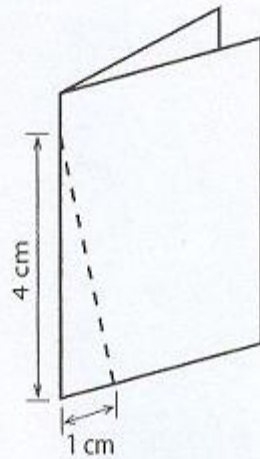


Kos papirja v obliki pravokotnika prepognemo na polovico, kot kaže slika. Nato po črtkani črti odrežemo košček in papir spet razpremo. Kakšne oblike je izrezani razprti lik?

Razišči, kateri liki lahko še nastanejo. Pri rezanju upoštevaj, da po razprtju kos papirja ne razpade na več delov.

Razišči like

Kos papirja v obliki pravokotnika prepognemo na polovico. Eno od polovic papirja pa prepognemo po diagonali. Razišči like, ki so nastali s prepogibanjem, na razprtem listu papirja.



Kos papirja v obliki pravokotnika prepognemo na polovico, kot kaže slika. Nato po črtkani črti odrežemo košček in papir spet razpremo. Kakšne oblike je izrezani lik?

- (A) enakokraki trikotnik
- (B) dva enakokraka trikotnika
- (C) pravokotni trikotnik
- (D) enakostranični trikotnik

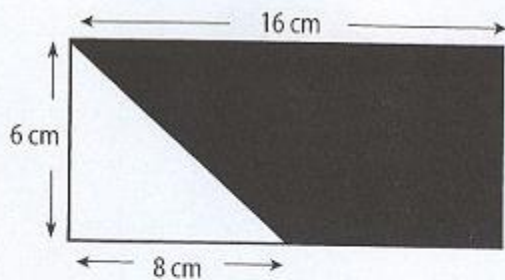
Pravilni odgovor: A

Kognitivno področje: poznavanje dejstev in postopkov

Mejnik znanja: visoka raven znanja

Vsebinsko področje: geometrija; geometrijske oblike

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	58,4	7,4	15,1	18,7	63,4	53,4
	2011	55,6	8,0	11,9	23,0	57,9	53,3



Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina osenčenega dela na zgornji sliki?

- (A) 24
- (B) 44
- (C) 48
- (D) 72

Pravilni odgovor: D

Kognitivno področje: uporaba znanja

Mejnik znanja: najvišja raven znanja

Vsebinsko področje: geometrija; geometrijsko merjenje

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	22,2	15,5	27,5	33,6	33,2	34,1
	2011	19,6	16,1	25,8	35,2	37,3	33,0



<http://www.mymodernmet.com/profiles/blogs/simon-beck-snow-art>