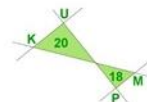
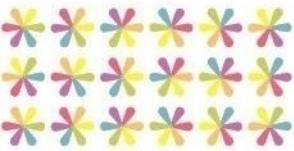


ZAKAJ POUK MATEMATIKE S PREISKOVANJEM?

Mali in ne tako mali primeri

Dr. sc. Matija Bašić & prof. dr. sc. Željka Milin Šipuš

PMF – Matematički odsjek, Sveučilište u Zagrebu, Hrvatska

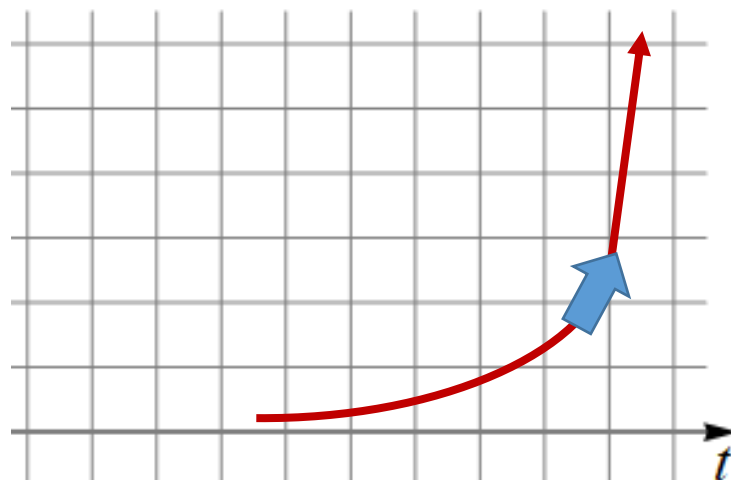


AKADEMSKO ZNANJE IN ZNANJE ZA POUČEVANJE

Rast znanja

(eng. knowledge growth)

- Google: Okoli 399 000 000 rezultatov
- Hitrost rasti znanja (knowledge growth rate) - od linearne do eksponentne
- Do 1900: znanje se **podvoji** vsako stoletje
- Danes se znanstvena produkcija **podvoji** vsakih 9 let
- V nanotehnologiji seznanje **podvoji** vsake 2 leti
- V biomedicini se znanje **podvoji vsakih 18 mesecev**
- Pričakujemo lahko, da se bo s “internetom stvari” znanje **podvojilo** vsakih 12 ur

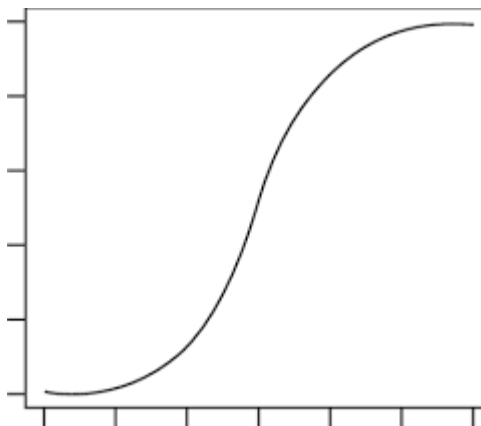


AKADEMSKO ZNANJE IN ZNANJE ZA POUČEVANJE

Znanje posameznika

$$\frac{dx(t)}{dt} = x(t)(1 - x(t))$$

$$x(t) = \frac{x_0}{x_0 + e^{-t}(1 - x_0)}$$



AKADEMSKO ZNANJE IN ZNANJE ZA POUČEVANJE **MATEMATIKE**

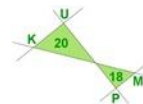
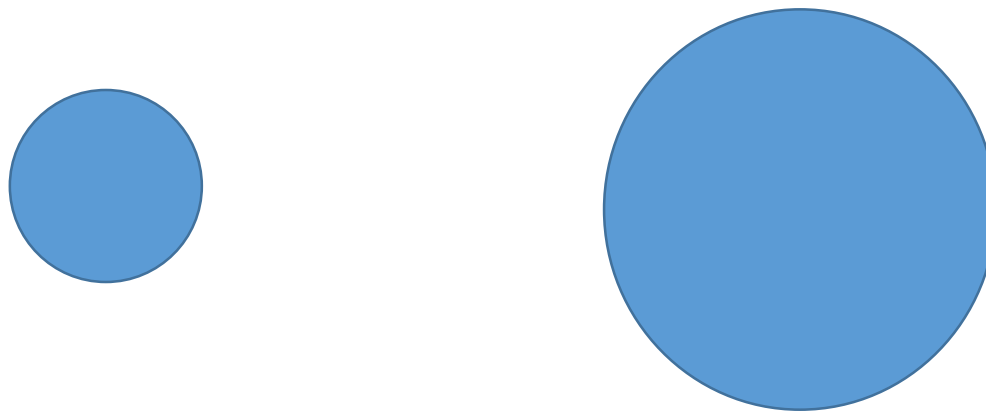
Rast znanja:

- V matematiki
- V tehniki in tehnologiji
- V biomedicini
- Pri poučevanju
- Pri poučevanju matematike
- Pri poučevanju naravoslovja
- O kognitivnem razvoju
- ICT

AKADEMSKO ZNANJE IN ZNANJE ZA POUČEVANJE **MATEMATIKE**

Rast znanja v:

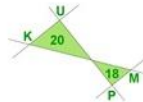
- Spoznanjih o rasti znanja pri posamezniku (psihologija, nevroznanost,...)



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

The fact that primary and secondary school students all over the world study a subject called “mathematics”, with relatively similar contents and methods, is intrinsically linked to certain assumptions *about the relevance if not necessity of this subject for every citizen in modern society*. The formulation of these assumptions change over time and they are of course the object of constant debates, **but an invariant common contention seems to be the utility of what is taught in the actual or future lives of students**, or at least *its roles outside of school mathematics*.

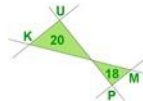
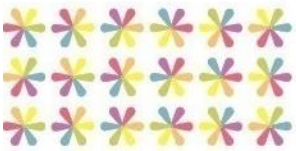
Britta Eyrich Jessen, Tinne Hoff Kjeldsen, Carl Winsløw, Modelling: From theory to practice, CERME 9, Prague, 2015.



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

Dejstvo, da se učenci v osnovnih šolah in dijaki v srednjih šolah po vsem svetu učijo predmet, ki se imenuje "matematika", z relativno podobnimi vsebinami in metodami, je pomembno povezan s določenimi predpostavkama ***o pomembnosti, če ne nujnosti tega predmeta za vsakega državljana v sodobni družbi***. Formulacija teh predpostavk se s časom spreminja, seveda so tudi predmet stalnih razprav, ***vendar se zdi, da ves čas ostaja vprašljiva koristnost tega, kar se poučuje, v današnjem in bodočem življenju učenca***, ali vsaj ***vloga*** naučenega ***izven šolske matematike***.

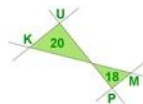
Britta Eyrich Jessen, Tinne Hoff Kjeldsen, Carl Winsløw, Modelling: From theory to practice, CERME 9, Prague, 2015.



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

KAKO ZAGOTOVITI:

- relevantno matematiko?
- pripravljenost na samostojno učenje (“tega, kar se ne uči v šolah”)?
- drugačno izkušnjo učenja?
- vzpodbudno učno okolje?

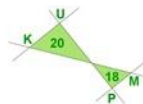


MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

- Carol Dweck, *Growth mindset*
- Jo Boaler, Stanford University, *Mathematical mindset*


“Rastoči mentalni sklop” - sposobnost in inteligenca lahko rasteta in se spreminjata pod vplivom “dobrega” dela, vztrajnosti in...

- plastičnosti možganov
- učenčevega odnosa do učenja
- učiteljevega odnosa do pouka
- načinu dela



MERIA


← → ↻ ⓘ meria-project.eu ☆ ⋮

 Mathematics Education - Relevant, Interesting and Applicable


[Home](#) [News](#) [About project](#) [Activities and results](#) [Partners](#)

Mathematics Education


Relevant, Interesting and Applicable


Aim of the project


To enhance quality and relevance of mathematics education in secondary schools using inquiry based teaching and supporting teachers' professional development across Europe.


Main Objective

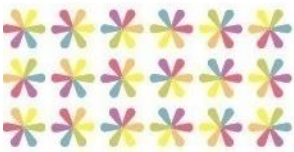
To promote a positive attitude towards mathematics and show that mathematics is engaging, important and useful. The MERIA project activities address the low achievers in mathematics with the ultimate aim of improving students' knowledge and attitudes towards mathematics.


Partners

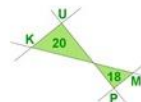
Project MERIA is a meeting point for schools, educational agencies, professional associations and higher education institutions from four European countries (Croatia, Denmark, the Netherlands and Slovenia).


Project details

Programme: Erasmus+ Key
Action: Cooperation for innovation and the exchange of good practices
Action type: Strategic Partnerships for school education
Coordinator: Faculty of Science, University of Zagreb
Start date: 1st September 2016 | End date: 31th August 2019
EC contribution: 268,300.00 €



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

MERIA

Koordinator: Prirodoslovno-matematički fakultet, SuZ, Zagreb

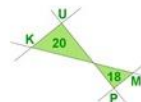
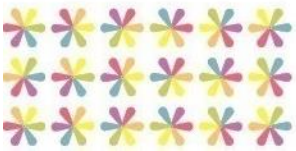
Partnerji:

HR - FER, FOI, HMD, XV gimnazija

SLO - Univerza v Ljubljani, ZRSŠ

DK - University of Copenhagen,
Vordingborggymnasium,
Matematiklærerforeningen

NL – University of Utrecht, Freudenthal
University



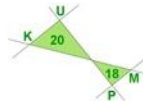
MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

TRADICIONALNI vs. SODELOVALNI PRISTOP

Ideja učenja s preiskovanjem je povezana *povečanimi zahtevami in cilji matematičnega izobraževanja!*

Učenje s preiskovanjem (inquiry-based learning = IBL)

- v naravoslovnih znanostih
- v matematiki...



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

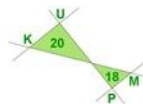
Učenje s preiskovanjem (inquiry-based learning = IBL)

predstavlja idejo, da so učenci vzpodbujani, da delajo na podoben način, kot matematiki, fiziki,... in lahko:

- postavljajo vprašanja
- predlagajo in testirajo hipoteze
- razvijajo lastne strategije in poti reševanja,...

Poučevanje matematike s preiskovanjem (inquiry-based teaching = IBMT)

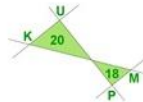
se nanaša na poučevalni pristop, ki učencem omogoča preiskovanje



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

Pristopi k učenju, ki podpirajo idejo “učenca v središču učnega procesa”

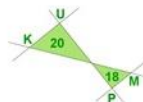
- Reševanje probemov
- Matematično modeliranje
- poučevanje matematike s preiskovanjem
 - **PREISKOVALNI PRISTOP** (ang. inquiry based mathematics teaching)
 - **VODENO ODKRIVANJE** (ang. discovery based teaching, guided reinvention)



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

TRADICIONALNI vs. SODELOVALNI PRISTOP

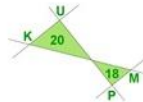
- Pristopa nista v nasprotju!
- Raziskave PISA, TALIS ugotavljajo, da so najbolj dominantni pristopi t.i. *strukturirane poučevalne prakse (structured teaching practices)*
- Pri spremljevalni raziskavi v **PISI 2003** v Nemčiji so ugotovili, da:
 - učitelji kot najbolj pomemben cilj matematičnega izobraževanja navajajo obvladovanje rutinskih postopkov in algoritmov
 - učitelji menijo, da bi se morali učenci učiti samostojno, vendar so hkrati do rezultatov takega učenja (oz. do tega, kar bi se učenci pravzaprav naučili) zelo skeptični



MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE

Znanstvene raziskave o učinkovitosti takega pristopa ne zajamejo vsega, vendar obstajajo meta-analize, ki potrjujejo:

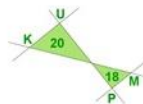
- da imajo učenci **večjo motivacijo** in prepričanje, da je matematika **pomembna** za življenje in delo (Bruder, Prescott, 2013)
- povečevanje zmogljivosti učencev za **kritično mišljenje**, posebej pri učencih, ki prej niso bilo vzpodbujani, da razmišljajo na tak način (Hattie, 2009)
- da učenci govorijo o **užitku pri ukvarjanju z matematiko**, pri čemer so učenci iz tradicionalnih učilnic obremenjeni s pomanjkanjem razumevanja (Boaler, 1998)
- da študenti v visokem izobraževanju **raje vpisujejo matematične predmete** in težijo k tistim, ki imajo preiskovalni pristop (Kogan, Laursen, 2013)
- da obstaja tudi pozitiven učinek na ocene u visokem izobraževanju
- da obstaja tudi pozitiven učinek na stališča deklet...



UČENJE S PREISKOVANJEM

UČENJE S PREISKOVANJEM NI NOVOST...

- Johan Friedrich Herbart (1776 – 1841)
- John Dewey (1859-1952)
- Polya, Piaget, Vygotski, Ausubel, Bruner,...



TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE



Antropološka teorija didaktike (ATD)

- Y. Chevallard (1946), Francuska

Didaktična transpozicija

- Kako **poenostaviti** matematično teorijo, ne da bi izgubila svoje temeljne dele in pomembne podrobnosti?

TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE

Antropološka teorija didaktike (ATD)

- Posečevanje spomenika (ang. visiting the monuments)
- *Propitivanje sveta (ang. questioning the world)*

Znanstvene in
raziskovalne
ustanove

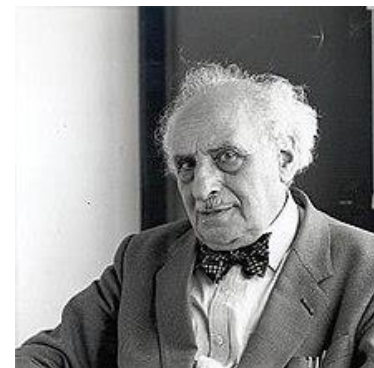
Akademsko
znanje

Tekstualizacija

Zunanja
transpozicija



TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE



Realistično matematično izobraževanje (RMI)

- H. Freudenthal (1905-1990), Nizozemska
- Matematika je **človeška aktivnost**
- Učenec ni samo “**prejemnik gotove matematike**” (eng. receiver of ready-made mathematics), ampak (ponovno) **odkriva** matematiko (ang. **guided reinvention**)
- Učenec – ima (omejeno) svobodu pri (ponovnem) odkrivanju
Učitelj – vodi, ne poučuje

TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

- Pomemben je *kontekst*, v katerem lahko učenec situacijo prepozna kot realno in pomembno.
- Poudarjen je proces, v katerem nastaja matematični koncept, saj drugače izginejo *intuicija, smisel in motivacija*, ki pripeljejo do koncepta.
- Poudarek je na razumevanju, namesto na računskih algoritmih
- *Anti-didaktička inverzija*

TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

- *Horizontalna in vertikalna matematizacija*

Horizontalna matematizacija je matematično orodje, ki pomaga pri reševanju problema iz realne situacije

- formuliranje problema v matematičnem jeziku
- vizualiziranje na različne načine
- odkrivanje povezav, odnosov in zakonitosti

Freudenthal: “Horizontalna matematizacija vodi iz realnega sveta v svet simbolov.”

TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

- *Horizontalna in vertikalna matematizacija*

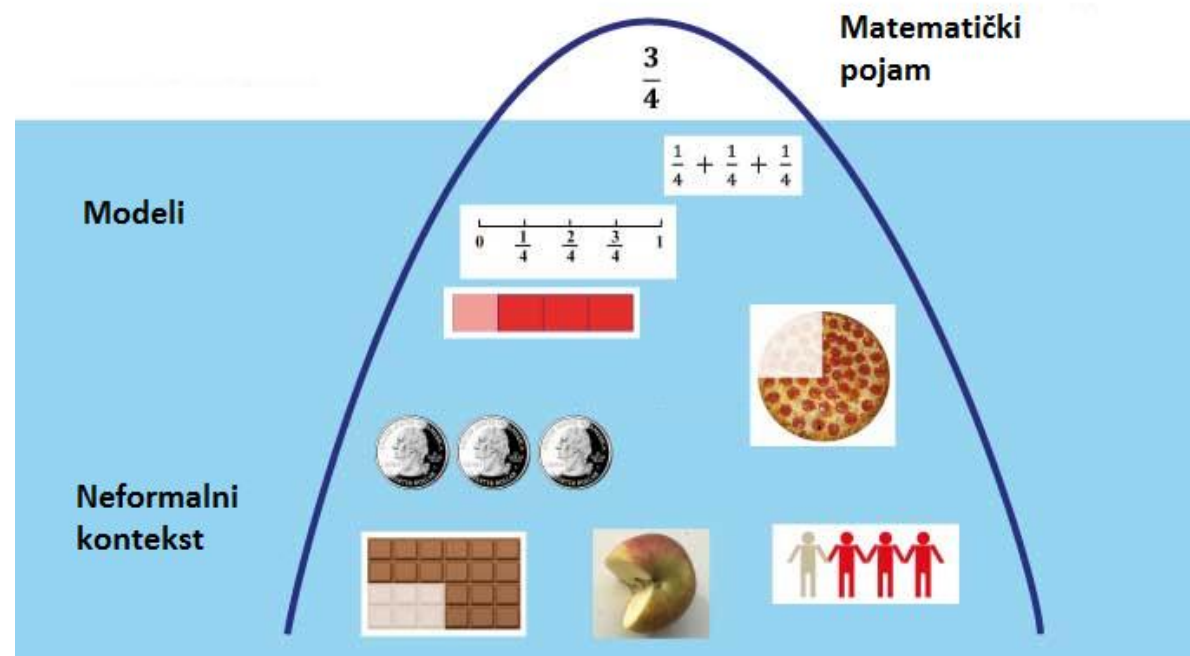
Vertikalna matematizacija je proces reorganizacije znotraj matematike

- zapis zveze s formulo
- dokaz zakonitosti
- povezovanje modela in formul
- posploševanje...

TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE

Realistično matematično obrazovanje (RMI)

- Progresivna matematizacija
- Porajajoči modeli

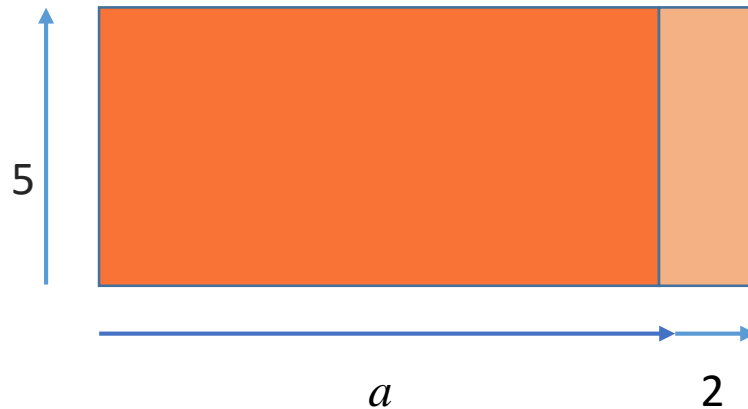


REALISTIČNI MODELI

PRIMER – ALGEBRA

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

Distributivnostni zakon v **realističnem** geometrijskem kontekstu:



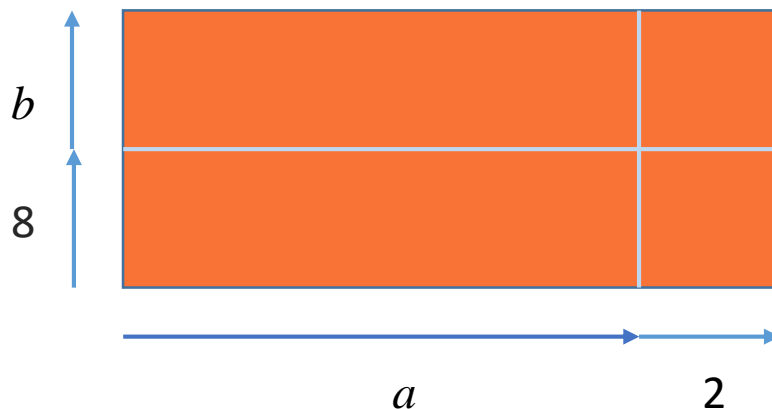
$$5(a + 2) = 5a + 5 \cdot 2$$

BOGAT KONTEKST

KI GA JE MOGOČE UPORABITI V VEČ KOT SAMO ENI NALOGI

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

Distributivnostni zakon v **realističnem** geometrijskem kontekstu:

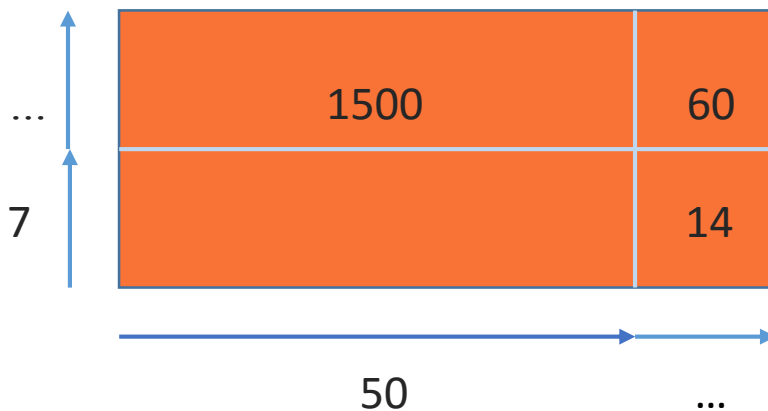


BOGAT KONTEKST

KI GA JE MOGOČE UPORABITI V VEČ KOT SAMO ENI NALOGI

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

Varijanta: Zapiši števila, ki manjkajo.

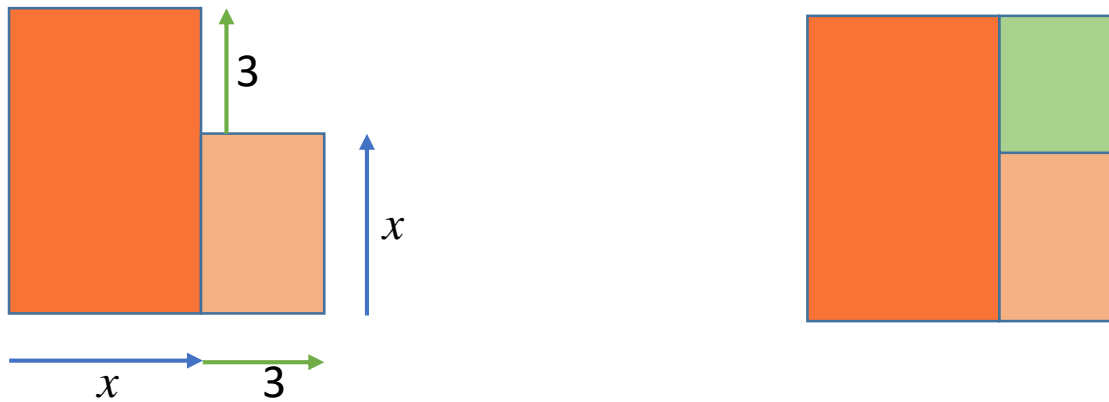


REALISTIČNI MODELI

PRIMER – ALGEBRA

Realistično matematično izobraževanje (RMI)

Algebrska formula v **realističnem** geometrijskem kontekstu:

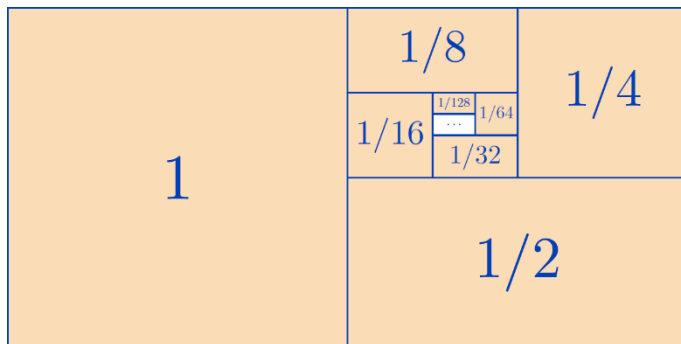


$$x^2 + 6x = (x + 3)^2 - 9$$

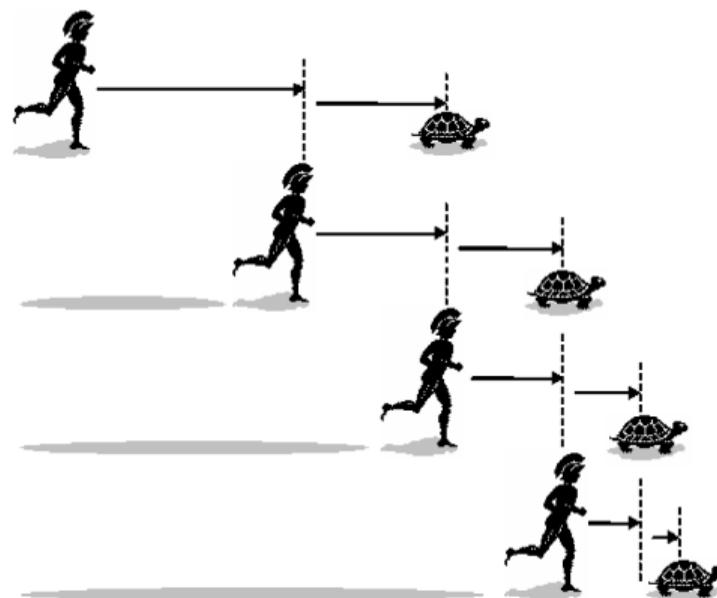
BOGATI PROBLEMI IN KONTEKSTI

PRIMER – AHIL IN ŽELVA

- Interdisciplinarna tema: filozofija, fizika, matematika
- Uvod v pojem neskončnosti, neskončne vsote s končno vrednostjo



- Več primerov – **DELAVNICA**



TEORIJE UČENJA IN POUČEVANJA MATEMATIKE

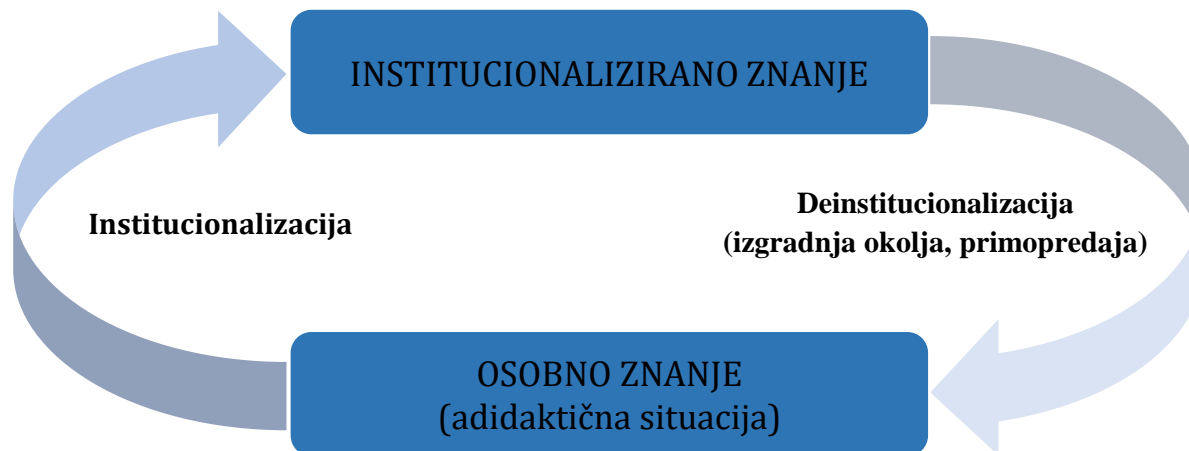


Teorija didaktičkih situacij (TDS)

- G. Brousseau (1933), Francija
- Učitelj samo *oblikuje/pripravi* probleme in situacije, ki vzpodbujajo učenčevo pričakovano učenje.
- Učenec deluje kot matematik (**adidaktično**); autonomno delovanje je predpogoj za učenje.

TEORIJA DIDAKTIČNIH SITUACIJ

- **didaktične situacije** so okolja, v katerih ima učitelj vlogo *moderatorja*
- razlikujemo
 - institucionalizirano znanje – akumulirano, deljeno znanje, ki ga najdemo v učbenikih
 - osebno znanje – izgrajeno v interakciji z matematičnim problemom



FAZE v TDS-u

PRIMO-PREDAJA (DEVOLUCIJA)

- Učenci prevzamejo nalogo in odgovornost za vključevanje v dejavnost in učenje

DELOVANJE (AKCIJA)

- Učenci didaktično preiskujejo problem in kreirajo znanje v interakciji z didaktičnim okoljem

FORMULACIJA

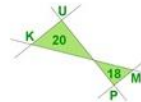
- Učenci formulirajo in sporočajo svoje hipoteze in sklepe.

POTRDITEV

- Učenci navedejo argumente za svoje sklepe, razložijo svoje postopke in preverijo, ali so zares rešili problem

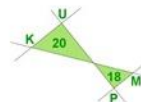
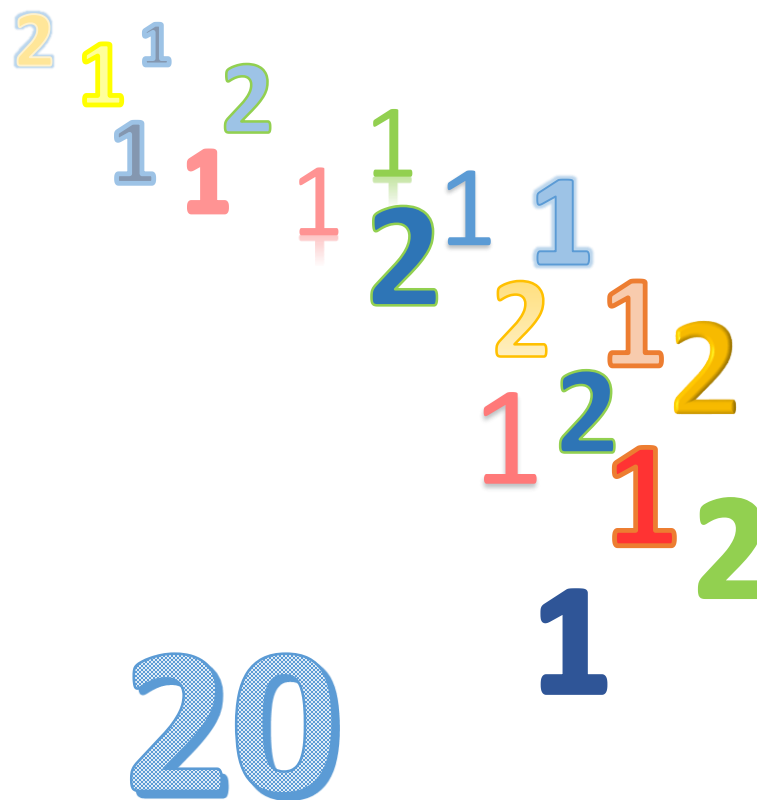
INSTITUCIONALIZACIJA

- Osebno znanje učenca se reformulira in eksplicitno poveže z institucionaliziranim ciljnim znanjem



PRIMJER – UTRKA DO 20

Dva igralca igrajo igro: pri začetni številki 1 ali 2 dodajte številke 1 ali 2. Izgubite enega, ki pravi 20.



PRIMER – DIRKA DO 20

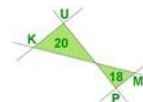
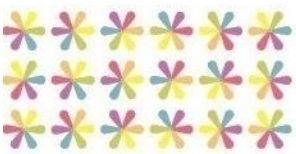
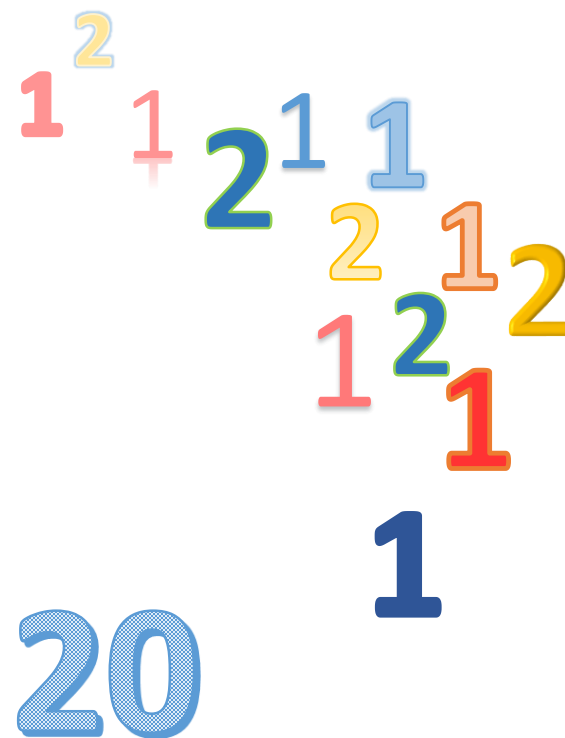
Primopredaja: igralci prištevajo število 1 in 2, izgubi tisti, ki prvi reče 20

Delovanje: učenci igrajo igro

Formulacija: opis (delne) strategije

Potvrditev: strategija, ki zagotavlja zmago v vsaki igri

Institucionalizacija: pojem ostanka (pri deljenju s 3)



PRIMER – POVEČANJE PLOŠČINE

Primopredaja

Poglejte fotografijo. Kaj se zgodi s ploščino trikotnika na sliki, če celo fotografijo povečamo?

Reševanje

Formulacija

Potrditev

Institucionalizacija

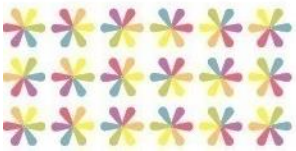


ALI SMO ODGOVORILI NA VPRAŠANJE - ZAKAJ POUČEVANJE MATEMATIKE S PREISKOVANJEM?

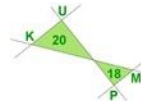
- Ali se lahko učenci učijo, če jih direktno ne poučujemo?
- Koliko učence voditi?
- Ali smo prepričani v rezultat učenja?
- Kako je z vrednotenjem, posebej zunanjim?
- Mi nismo tako delali, zakaj bi spremenili poučevanje?
- Ali uspemo obdelati vso snov?



HVALA ZA POZORNOST!



4. mednarodna konference o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT

