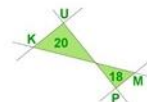
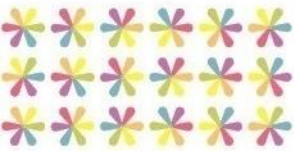


ZAŠTO ISTRAŽIVAČKI USMJERENA NASTAVA MATEMATIKE?

Manji i ne tako mali primjeri

Dr. sc. Matija Bašić & prof. dr. sc. Željka Milin Šipuš

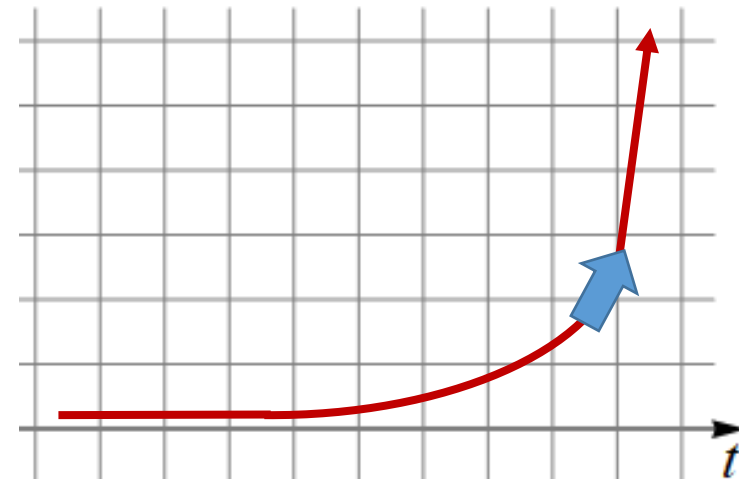
PMF – Matematički odsjek, Sveučilište u Zagrebu, Hrvatska



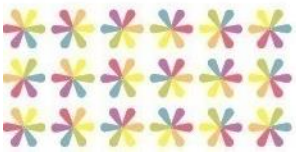
AKADEMSKO ZNANJE I ZNANJE ZA POUČAVANJE

Rast znanja

(eng. knowledge growth)



- Google: Oko 399 000 000 rezultata
- Brzina rasta znanja (knowledge growth rate) – od linearnog do eksponencijalnog
- Do 1900: znanje se **udvostručuje** svako stoljeće
- Sada se znanstvena produkcija **udvostručuje** svakih 9 godina
- U nanotehnologiji, znanje se **udvostručuje** svake 2 godine
- U biomedicini, znanje se **udvostručuje** svakih 18 mjeseci
- Predviđa se da će se sa “internetom stvari” znanje **udvostručavati** svakih 12 sati

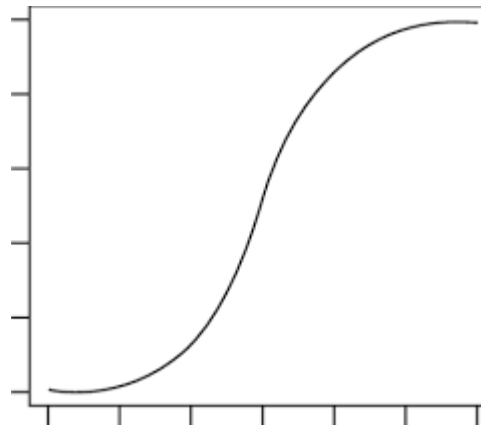


AKADEMSKO ZNANJE I ZNANJE ZA POUČAVANJE

Znanje pojedinca

$$\frac{dx(t)}{dt} = x(t)(1 - x(t))$$

$$x(t) = \frac{x_0}{x_0 + e^{-t}(1 - x_0)}$$



AKADEMSKO ZNANJE I ZNANJE ZA POUČAVANJE **MATEMATIKE**

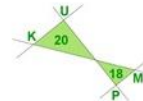
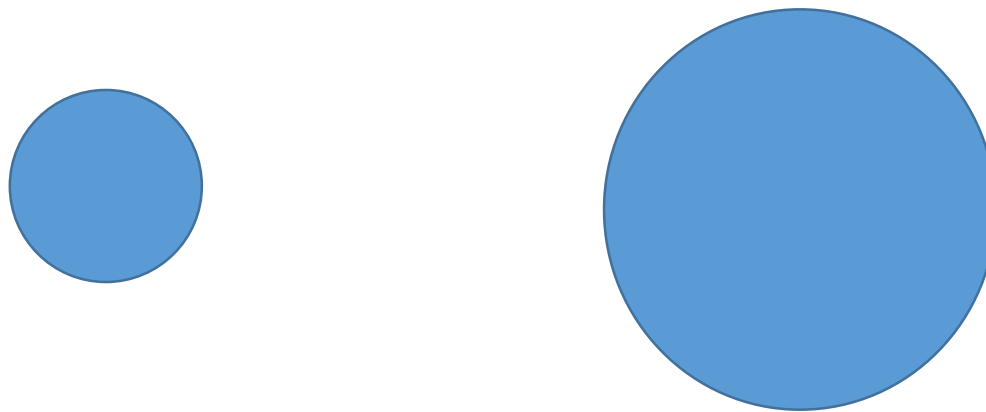
Rast znanja:

- U matematici
- U tehnici i tehnologiji
- U biomedicini
- U poučavanju
- U poučavanju matematike
- U poučavanju prirodoslovlja
- O kognitivnom razvoju
- ICT

AKADEMSKO ZNANJE I ZNANJE ZA POUČAVANJE **MATEMATIKE**

Rast znanja u:

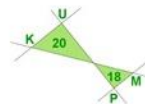
- Spoznajama o rastu znanja kod pojedinca (psihologija, neuroznanost,...)



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

The fact that primary and secondary school students all over the world study a subject called “mathematics”, with relatively similar contents and methods, is intrinsically linked to certain assumptions *about the relevance if not necessity of this subject for every citizen in modern society*. The formulation of these assumptions change over time and they are of course the object of constant debates, **but an invariant common contention seems to be the utility of what is taught in the actual or future lives of students**, or at least *its roles outside of school mathematics*.

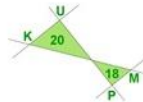
Britta Eyrich Jessen, Tinne Hoff Kjeldsen, Carl Winsløw, Modelling: From theory to practice, CERME 9, Prague, 2015.



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

Činjenica da učenici osnovnih i srednjih škola diljem svijeta uče predmet pod nazivom "matematika", s relativno sličnim sadržajima i metodama, bitno je povezan s određenim pretpostavkama *o važnosti, ako ne nužnosti ovog predmeta za svakog građanina u suvremenom društvu*. Formulacija tih pretpostavki mijenja se tijekom vremena i one su, naravno, predmet stalnih rasprava, **ali čini se da je invarijantna zajednička tvrdnja korisnost onoga što se podučava u sadašnjim ili budućim životima učenika**, ili barem njezina *uloga izvan škole matematike*.

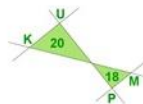
Britta Eyrich Jessen, Tinne Hoff Kjeldsen, Carl Winsløw, Modelling: From theory to practice, CERME 9, Prague, 2015.



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

KAKO OSIGURATI:

- relevantnu matematiku?
- spremnost na samostalno učenje (“onoga što se ne uči u školi”)?
- drugačije iskustvo učenja?
- motivirajuće okruženje za učenje?

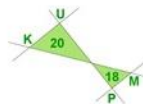
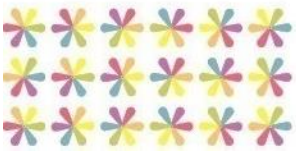


MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

- Carol Dweck, *Growth mindset*
- Jo Boaler, Stanford University, *Mathematical mindset*

“Rastući mentalni sklop” - sposobnost i inteligencija mogu rasti i mijenjati se pod ujecajem “dobrog” rada, upornosti i...

- plastičnosti mozga
- studentskog stava o učenju
- nastavničkog stava o nastavi
- načina rada



MERIA

The screenshot shows the homepage of the MERIA project website. At the top left is the project logo, a stylized 'M' composed of colorful geometric shapes. To its right is the text 'Mathematics Education - Relevant, Interesting and Applicable'. A navigation menu includes 'Home', 'News', 'About project', 'Activities and results', and 'Partners'. The main content area features a large graphic of the 'M' logo and the text 'Mathematics Education Relevant, Interest and Applicable'. Below this are four colored boxes: blue for 'Aim of the project', red for 'Main Objective', green for 'Partners', and orange for 'Project details'. The footer contains logos for the Ministry of Education, Science and Sports of the Republic of Slovenia and the European Union.

← → 🔄 meria-project.eu ☆ ⋮

Mathematics Education
Relevant, Interesting and Applicable

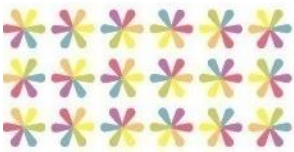
Home News About project Activities and results Partners

Aim of the project
To enhance quality and relevance of mathematics education in secondary schools using inquiry based teaching and supporting teachers' professional development across Europe.

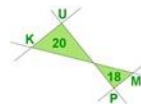
Main Objective
To promote a positive attitude towards mathematics and show that mathematics is engaging, important and useful. The MERIA project activities address the low achievers in mathematics with the ultimate aim of improving students' knowledge and attitudes towards mathematics.

Partners
Project MERIA is a meeting point for schools, educational agencies, professional associations and higher education institutions from four European countries (Croatia, Denmark, the Netherlands and Slovenia).

Project details
Programme: Erasmus+ Key
Action: Cooperation for innovation and the exchange of good practices
Action type: Strategic Partnerships for school education
Coordinator: Faculty of Science, University of Zagreb
Start date: 1st September 2016 | End date: 31th August 2019
EC contribution: 268,300.00 €



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



MERIA

Koordinator: Prirodoslovno-matematički fakultet, SuZ, Zagreb

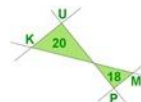
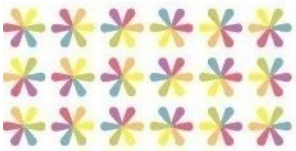
Partneri:

HR - FER, FOI, HMD, XV gimnazija

SLO - Univerza v Ljubljani, ZRSŠ

DK - University of Copenhagen, Vordingborggymnasium, Matematiklærerforeningen

NL – University of Utrecht, Freudenthal University



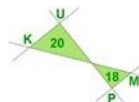
MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

TRADICIONALNI vs. SURADNIČKI PRISTUP

Ideja **učenja istraživanjem** povezana je s *povećanim zahtjevima i ciljevima matematičkog obrazovanja!*

Učenje istraživanjem (inquiry-based learning = IBL)

- u prirodnim znanostima
- u matematici...



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

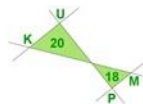
Učenje istraživanjem (inquiry-based learning = IBL)

promovira ideju da su učenici pozvani raditi na sličan način kao matematičari, fizičari,... te mogu

- postavljati pitanja
- predlagati i testirati hipoteze
- razvijati vlastite strategije i putove za rješenje,...

Istraživački usmjerena nastava matematike (inquiry-based teaching = IBMT)

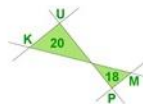
odnosi se na nastavni pristup koji učenicima omogućuje učenje istraživanjem



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

Pristupi učenju koji promiče ideju “učenika u središtu nastavnog procesa”

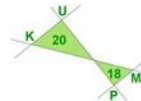
- Rješavanje problema
- Matematičko modeliranje
- Istraživački usmjerena nastava matematike
 - **ISTRAŽIVAČKI PRISTUP** (eng. inquiry based mathematics teaching)
 - **VOĐENO OTKRIVANJE** (eng. discovery based teaching, guided reinvention)



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

TRADICIONALNI vs. SURADNIČKI PRISTUP

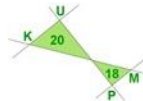
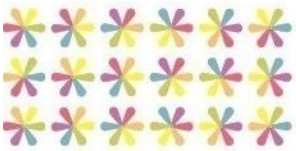
- Ti pristupi nisu jedan drugome suprotstavljeni!
- Istraživanja PISA, TALIS utvrđuju da su najdominantniji pristupi tzv. *strukturirane nastavne prakse (structured teaching practices)*
- Popratno istraživanje uz **PISA 2003** u Njemačkoj utvrdilo je da:
 - nastavnici kao najvažniji cilj matematičkog obrazovanja navode vladanje rutinama i algoritmima
 - nastavnici smatraju da bi učenici trebali učiti samostalno, ali su istovremeno vrlo sumnjičavi prema rezultatu tog učenja, tj. prema onom što zapravo učenici na taj način nauče



MATEMATIČKO OBRAZOVANJE

Znanstvena istraživanja o koristi takvog pristupa nisu “sveobuhvatna”, no ipak postoje meta-analize koje utvrđuju:

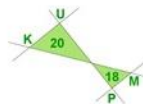
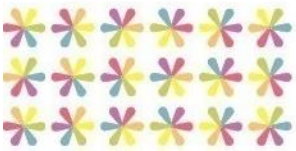
- da učenici imaju **bolju motivaciju** i uvjerenje da je matematika **relevantna** za život i društvo (Bruder, Prescott, 2013)
- povećavanje kapaciteta učenika za **kritičko razmišljanje**, pogotovo kod učenika koji prethodno nisu ohrabreni razmišljati na takav način (Hattie, 2009)
- da učenici govore o **užitku bavljenja matematikom**, dok su učenici iz tradicionalnih učionica opterećeni nedostatkom razumijevanja (Boaler, 1998)
- da studenti u visokom obrazovanju **radije upisuju daljnje matematičke predmete** i teže prema onima koji imaju istraživački pristup (Kogan, Laursen, 2013)
- da postoji i pozitivan učinak na ocjene u visokom obrazovanju
- da postoji i pozitivan učinak na stavove djevojaka...



UČENJE ISTRAŽIVANJEM

UČENJE ISTRAŽIVANJEM NIJE NOVOST...

- Johan Friedrich Herbart (1776 – 1841)
- John Dewey (1859-1952)
- Polya, Piaget, Vygotski, Ausubel, Bruner,...



TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE



Antropološka teorija didaktike (ATD)

- Y. Chevallard (1946), Francuska

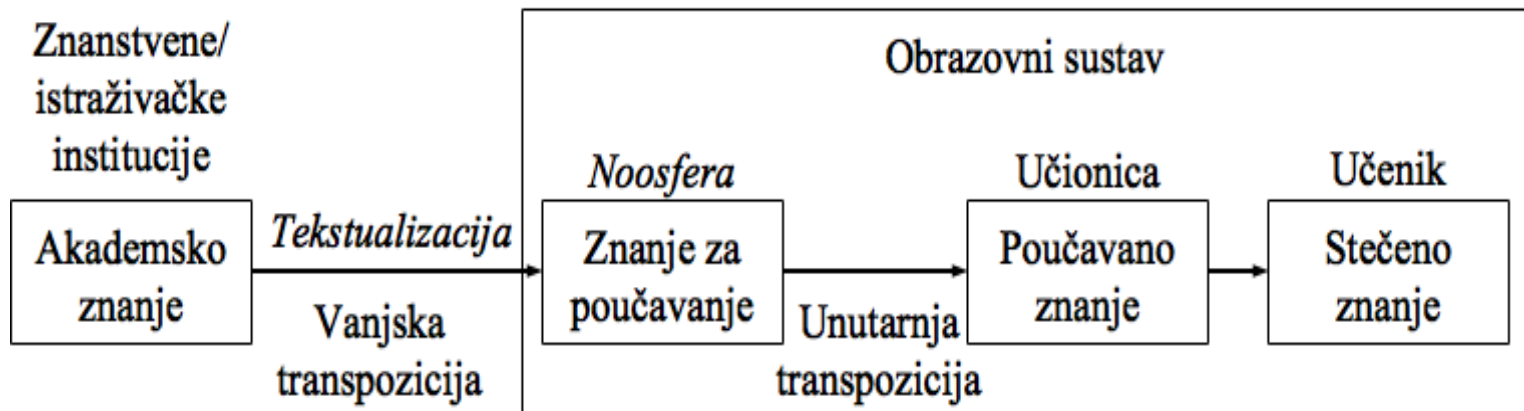
Didaktička transpozicija

- Kako **pojednostavniti** matematičku teoriju, a da se pritom ne izgube njeni temeljni dijelovi i važni detalji?

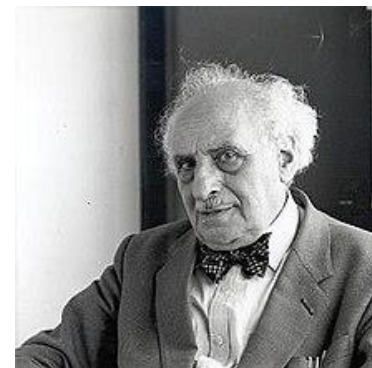
TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

Antropološka teorija didaktike (ATD)

- Posjećivanje spomenika (eng. visiting the monuments)
- *Propitivanje svijeta (eng. questioning the world)*



TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE



Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

- H. Freudenthal (1905-1990), Nizozemska
- Matematika je *ljudska aktivnost*
- Učenik nije samo “*primatelj gotove matematike*” (eng. receiver of ready-made mathematics), nego (ponovo) *otkriva* matematiku (eng. *guided reinvention*)
- Učenik – ima (ograničenu) slobodu (ponovo) otkriti
Nastavnik – vodi, ne poučava

TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

- Važan je *kontekst* u kojem učenik može situaciju prepoznati kao stvarnu, relevantnu
- Naglašava se proces kako matematički koncept nastaje, jer inače, nestaju *intuicija, smisao i motivacija* koji dovode do koncepta
- Naglasak na razumijevanju, umjesto na računskim algoritmima
- *Anti-didaktička inverzija*

TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

- *Horizontalna i vertikalna matematizacija*

Horizontalna matematizacija je matematički alat koji pomaže riješiti problem iz stvarne situacije

- formuliranje problema matematičkim jezikom
- vizualiziranje na različite načine
- otkrivanje veza, odnosa i pravilnosti

Freudenthal: “Horizontalna matematizacija vodi iz stvarnog svijeta u svijet simbola”

TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

- *Horizontalna i vertikalna matematizacija*

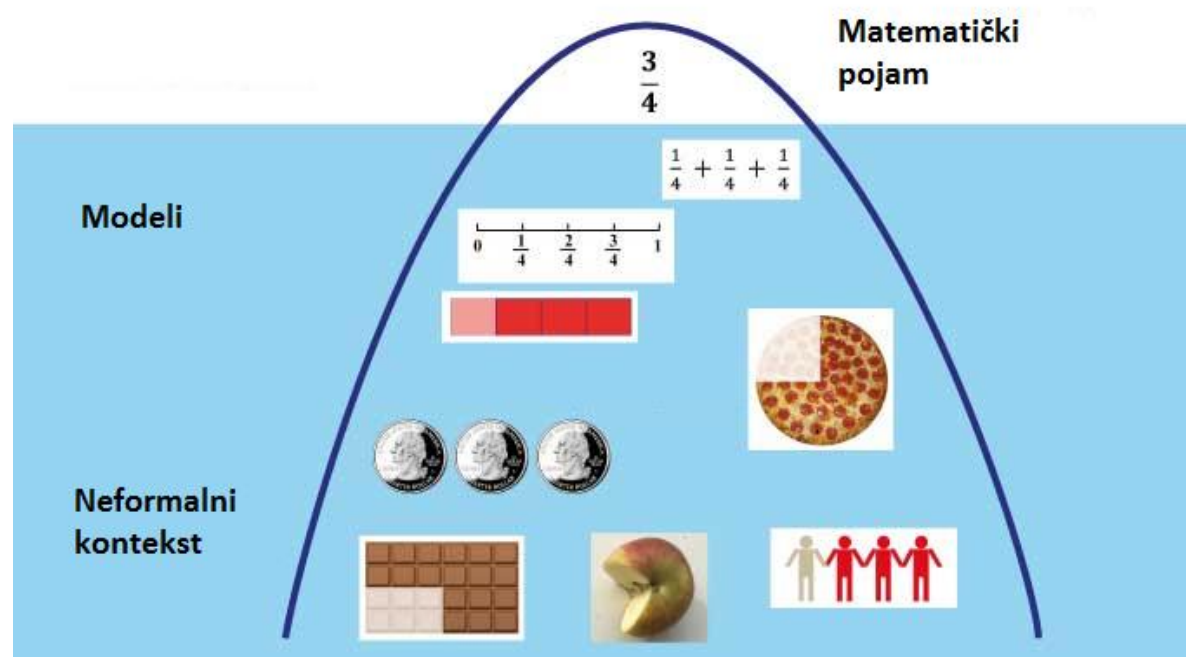
Vertikalna matematizacija je proces reorganizacije unutar matematike

- zapis veze formulom
- dokaz pravilnosti
- povezivanje modela i formula
- generaliziranje...

TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

- Progresivna matematizacija
- Izvirući modeli

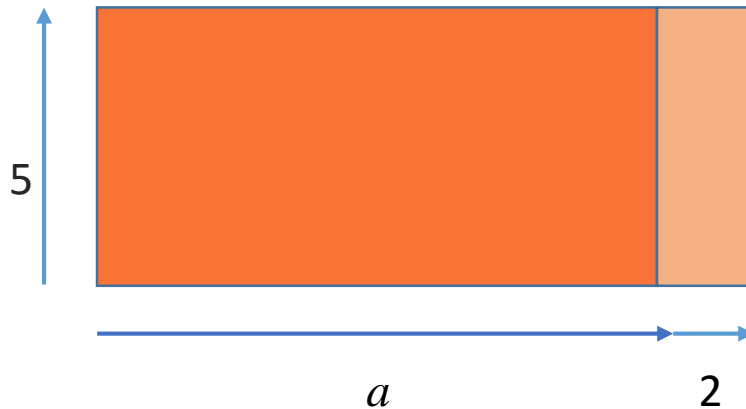


REALISTIČNI MODELI

PRIMJER – ALGEBRA

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

Pravilo distributivnosti u **realističnom** geometrijskom kontekstu:



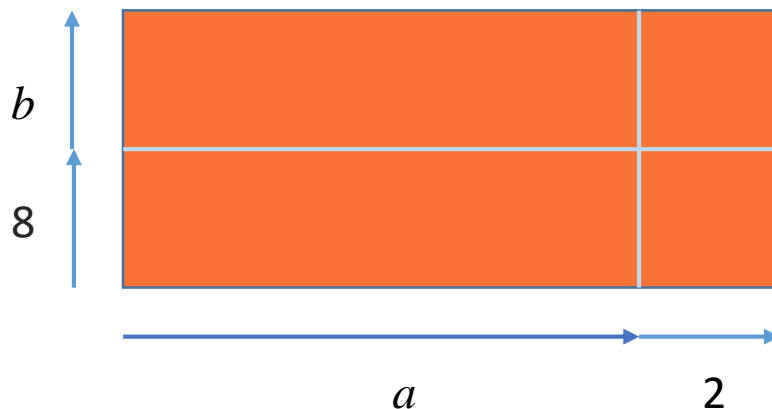
$$5(a + 2) = 5a + 5 \cdot 2$$

BOGATI KONTEKST

KOJI JE PRIMJENJIV NE SAMO U JEDNOM ZADATKU

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

Pravilo distributivnosti u **realističnom** geometrijskom kontekstu:

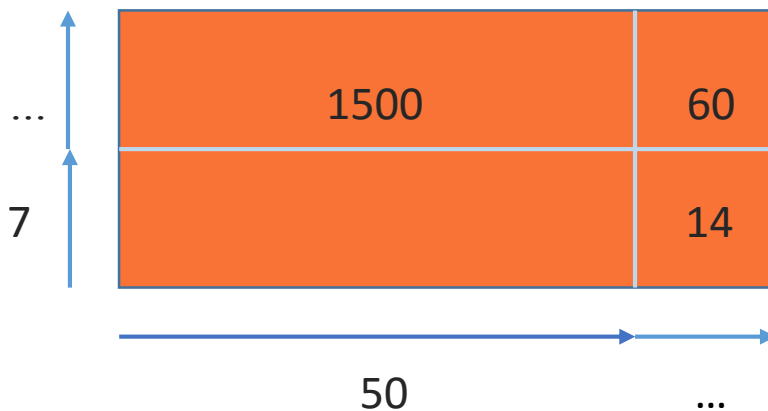


BOGATI KONTEKST

KOJI JE PRIMJENJIV NE SAMO U JEDNOM ZADATKU

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

Varijanta: Odredi brojeve koji nedostaju.

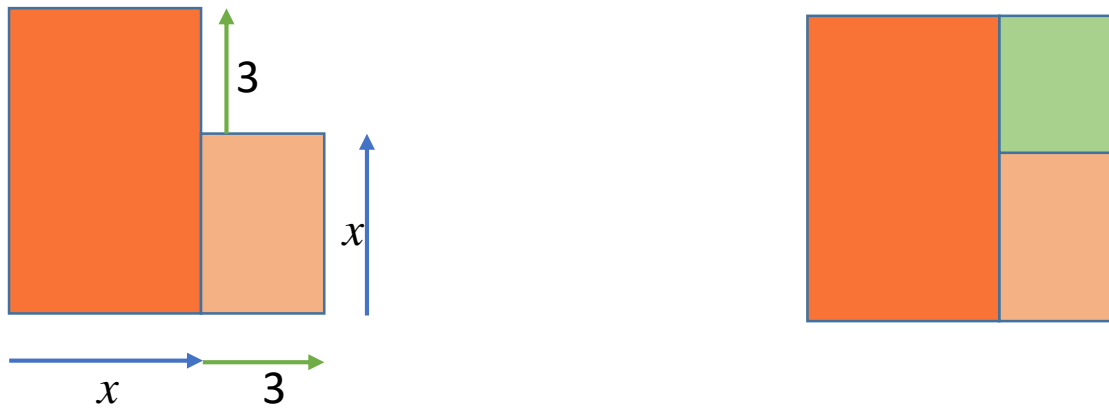


REALISTIČNI MODELI

PRIMJER – ALGEBRA

Realistično matematičko obrazovanje (RMO)

Algebarska formula u **realističnom** geometrijskom kontekstu:

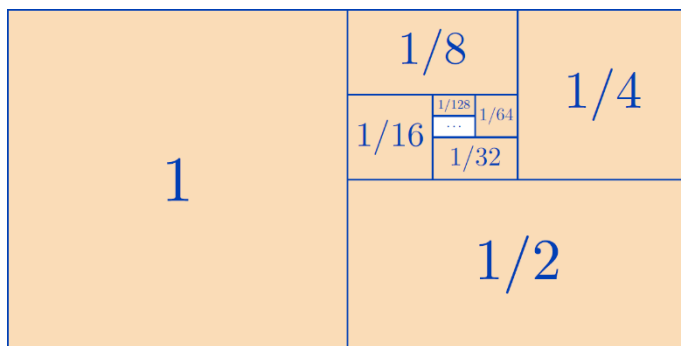


$$x^2 + 6x = (x + 3)^2 - 9$$

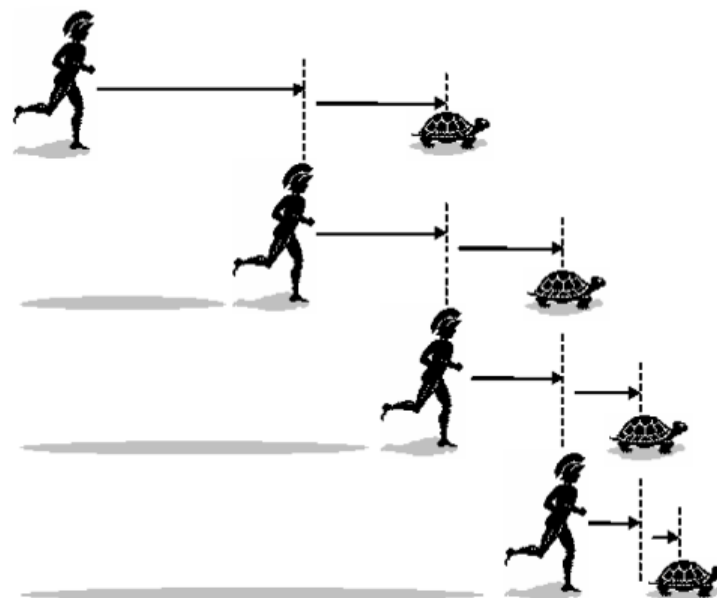
BOGATI PROBLEMI I KONTEKSTI

PRIMJER – AHILEJ I KORNJAČA

- Interdisciplinarna tema: filozofija, fizika, matematika
- Uvođenje pojma beskonačnosti, beskonačni zbrojevi s konačnom vrijednosti



- Više primjera – **RADIONICA**



TEORIJE UČENJA I POUČAVANJA MATEMATIKE

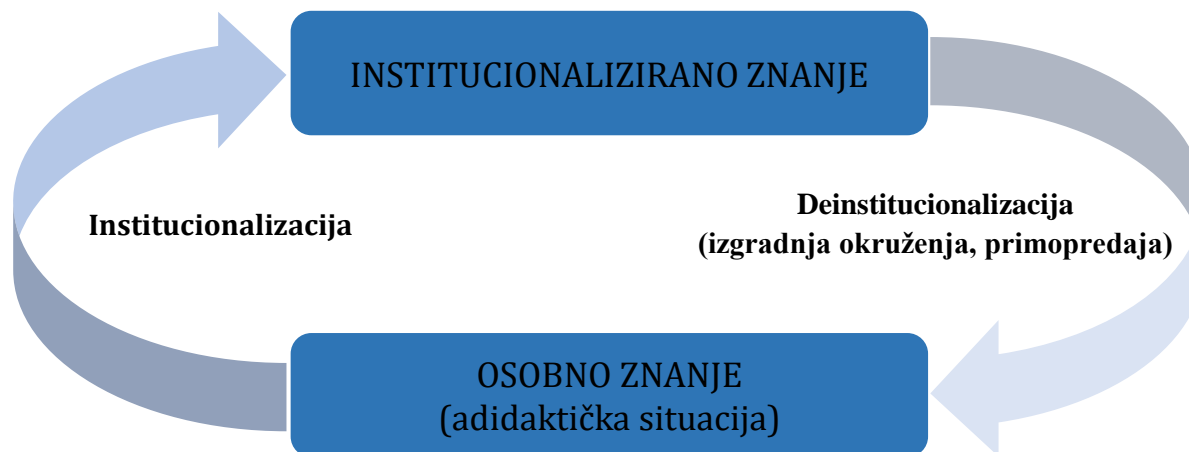


Teorija didaktičkih situacija (TDS)

- **G. Brousseau** (1933), Francuska
- Nastavnik samo *dizajnira* probleme i situacije koje potiču učenikovo očekivano učenje
- Učenik djeluje kao matematičar (**adidaktički**); autonomno djelovanje je preduvjet za učenje

TEORIJA DIDAKTIČKIH SITUACIJA

- **didaktičke situacije** su okruženja u kojima nastavnik ima ulogu *moderatora*
- razlikujemo
 - institucionalizirano znanje – akumulirano, dijeljeno znanje koje nalazimo u knjigama
 - osobno znanje – konstruirano u interakciji s matematičkim problemom



FAZE u TDS-u

PRIMO-PREDAJA

- Učenci preuzimaju zadatak i odgovornost za uključivanje u aktivnost i učenje

DJELOVANJE

- Učenci didaktički istražuju problem i kreiraju znanje u interakciji s didaktičkom okolinom

FORMULACIJA

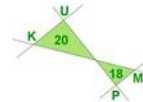
- Učenci formuliraju i komuniciraju svoje hipoteze i zaključke

POTVRĐIVANJE

- Učenci iznose argumente za svoje zaključke, objašnjavaju svoje postupke i provjeravaju jesu li zaista riješili problem

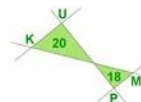
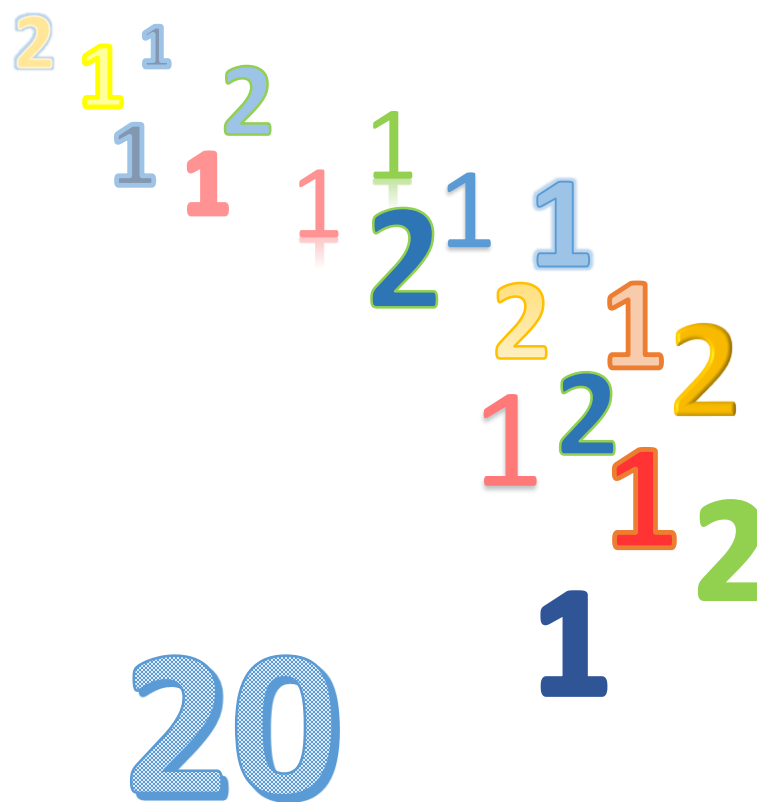
INSTITUCIONALIZACIJA

- Osobno znanje učenja se reformulira i eksplicitno povezuje s institucionaliziranim ciljanim znanjem



PRIMJER – UTRKA DO 20

Dva igrača igraju igru: na početni broj 1 ili 2, dodaju brojeve 1 ili 2.
Gubi onaj tko kaže 20.



PRIMJER – UTRKA DO 20

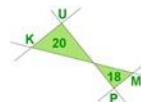
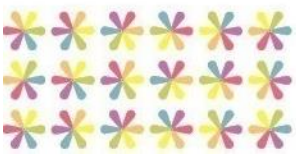
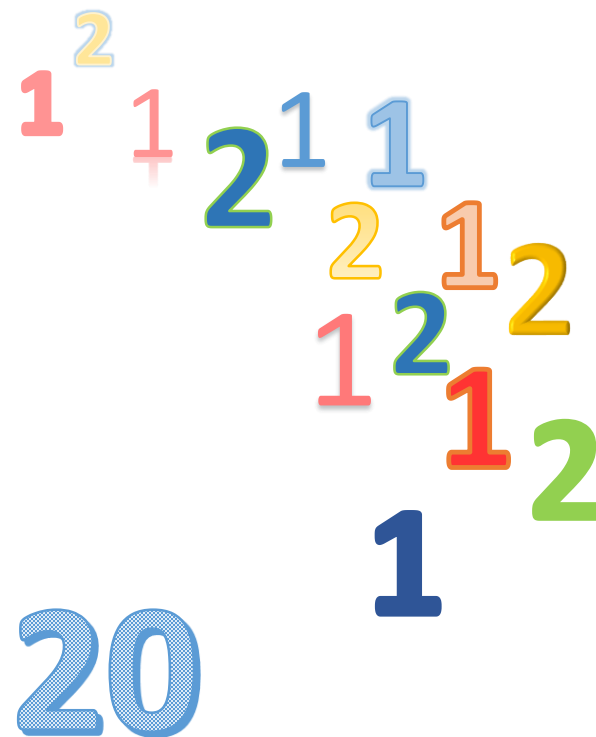
Primopredaja: igrači dodaju brojeve 1 i 2, gubi onaj tko kaže 20

Djelovanje: učenici igraju igru

Formulacija: opis (parcijalne) strategije

Potvrđivanje: strategija koja osigurava pobjedu u svakoj igri

Institucionalizacija: pojam ostataka (pri dijeljenju s 3)



PRIMJER – POVEĆANJE POVRŠINE

Primopredaja

Pogledajte fotografiju. Što se dogodi s površinom trokuta na slici ako cijelu fotografiju uvećamo?

Djelovanje

Formulacija

Potvrđivanje

Institucionalizacija



JESMO LI ODGOVORILI NA PITANJE - ZAŠTO IUNM?

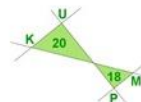
- Mogu li učenci učiti ako ih direktno ne instruiramo?
- Koliko voditi učenike?
- Jesmo li sigurni u rezultat učenja?
- Što je s vrednovanjem, posebno vanjskim?
- Mi nismo radili tako, zašto bismo mijenjali podučavanje?
- Stignemo li obraditi svo gradivo?



HVALA NA POZORNOSTI!



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT

