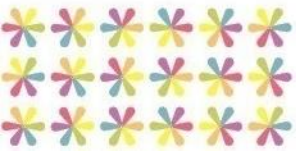




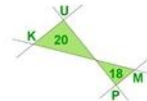
OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Jožef Senekovič

OŠ Bojana Iliča Maribor



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



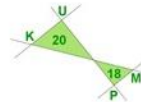
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Matematične preiskave temeljijo na problemskih situacijah.

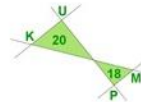
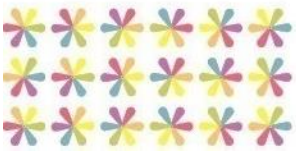
Učenci pri pouku ali tudi doma, s samostojnim delom ali sodelovanjem, premisleki in povezovanjem znanja preiščejo značilnosti, lastnosti dane problemske situacije.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Razvoj procesnih znanj, ki presegajo okvire matematičnih vsebin:

- komunikacijski procesi (pojasnjevanje, strinjanje, spraševanje ...),
- operacijski procesi (zbiranje, sortiranje, urejanje, spreminjanje ...),
- miselni procesi (analiziranje, razjasnitev, razumevanje ...),
- procesi zapisovanja (risanje, izdelava seznamov, grafični prikazi ...).

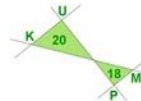
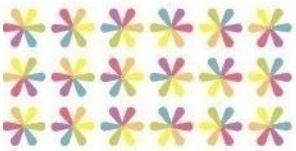


OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Preiskava problemske situacije lahko odpira nova vprašanja in vodi v matematično raziskavo.

Obravnava enako problemsko situacijo:

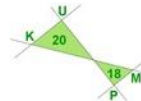
- vendar veliko bolj poglobljeno,
- z iskanjem splošnih ugotovitev, posplošenih pravil,
- z zapisi formul, izdelavo modela,
- z uporabo različnih strategij in metod,
- z uporabo različnih virov, s posvetovanjem, IKT



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Spreminjanje pogojev v problemski situaciji omogoči da matematično raziskovanje posega v nenačrtovana področja začetne problemske situacije.

Ugotovitve matematične raziskave utemeljimo, zapišemo v matematičnem jeziku in predstavimo.



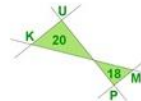
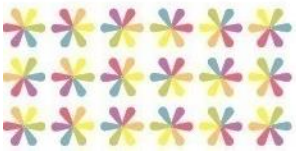
OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

»Katera zaporedna naravna števila imajo vsoto 171?«

Prva (edina?) rešitev: $85 + 86 = 171$.

S strategijo deljenja (s številom 3) zapišejo vsoto
 $56 + 57 + 58 = 171$.

Običajno se razmišljanje učencev najkasneje tukaj
konča (= našli smo rešitev).

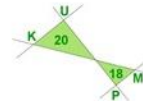
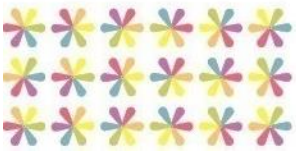


OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Spodbuda učitelja:

- Ali so zapisane možnosti vse možnosti vsot?
- Zakaj število 171 ne more biti vsota štirih zaporednih naravnih števil?

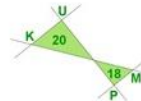
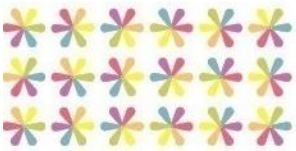
S spodbudami učenci nadaljujejo z iskanjem možnosti.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Ideja: z uporabo strategije deljenja (z 2, s 3) lahko usmerimo v nadaljnjo uporabo le te.

Ugotovijo, da ni potrebno deljenja preverjati z vsemi naravnimi števili, ampak samo z delitelji (problem prevedemo na iskanje deliteljev naravnega števila).



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Kako je s poljubnim naravnim številom?

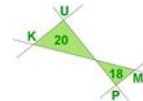
Učenca, avtorja raziskovalne naloge, sta zapisala in rešila naslednje enačbe:

$$x + x + 1 = 171 \text{ (vsota dveh zaporednih števil)}$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 171$$

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 171$$

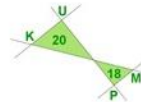
Opazila sta vzorec v zapisih.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

- $2x + 1 = 171$
- $3x + 3 = 171$
- $4x + 6 = 171$
- $5x + 10 = 171$
- $6x + 15 = 171$
- $7x + 21 = 171$
- $8x + 28 = 171$
- $9x + 36 = 171$

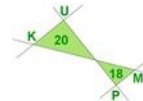
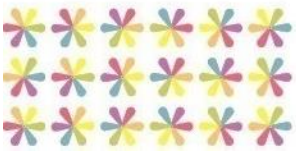
Z x je zapisano prvo število v vsoti zaporednih števil.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Premislek ob vzorcu enačb:

- Koeficienti ob prvem številu vsote (x) pomenijo število členov (n).
- Drugi člen vsote je eno izmed trikotniških števil (1, 3, 6, 10 ...) z zapisom $\frac{n(n-1)}{2}$.
- Zapis enačbe $nx + \frac{n(n-1)}{2} = 171$.
- Izrazimo $x = \frac{171}{n} - \frac{n-1}{2}$ prvo število vsote.



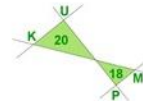
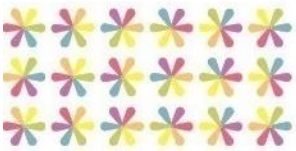
OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Presoja zapisa $x = \frac{171}{n} - \frac{n-1}{2}$.

Število x je naravno, zato mora biti $\frac{171}{n}$ naravno število in n delitelj števila 171.

Ker je $n \in \{1, 3, 9, 19, 57, 171\}$, poiščemo smiselne rešitve enačbe.

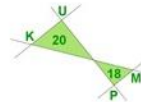
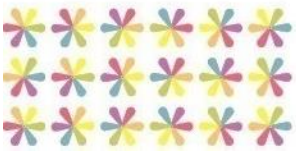
Ko je $n = 19$, je prvo število vsote število 0. Število ni naravno, vendar je vsota zaporednih števil (osemnajstih) enaka 171.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Ko je $n = 57$, je prvo število vsote -25 . Ni naravno število, je pa vsota števil od -25 do 31 enaka 171 . Vsota naravnih števil je tako od 1 do 31 .

Ko je $n = 171$, je prvo število vsote -84 . Ni naravno število, je pa vsota števil od -84 do 86 enaka 171 . Gre za znano vsoto $85 + 86$.

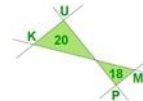


OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

Posplošitev: Za poljubno liho naravno število y določimo vsoto zaporednih naravnih števil s pomočjo enačbe

$$x = \frac{y}{n} - \frac{n-1}{2}$$

Če je rešitev enačbe $x \leq 0$, je v vsoti zaporednih naravnih števil natanko $y - (2|x| + 1)$ števil.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - PRIMER

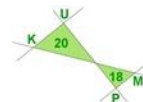
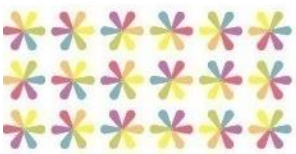
V nadaljevanju premislek o vsoti zaporednih naravnih števil, če je izbrano število y sodo število.

Za poljubno sodo naravno število y določimo vsoto zaporednih naravnih števil s pomočjo enačbe

$$x = \frac{y}{n} - \frac{n-1}{2}$$

Število n je lihi delitelj poljubnega sodega naravnega števila y . Število x je prvo naravno število v zaporedju.

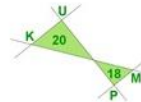
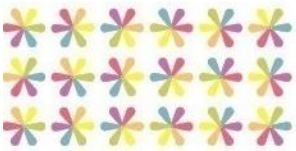
Če je rešitev enačbe $x \leq 0$, je v vsoti zaporednih naravnih števil natanko $y - (2|x| + 1)$ števil.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Pozitivne pridobitve za učence:

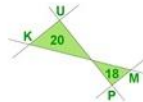
- so samozavestni,
- veliko matematičnega in širšega znanja,
- zapisovanje matematičnih vsebin,
- predstavljanje in zagovarjanje idej in zamisli,
- utemeljujejo in diskutirajo, sodelujejo, razdelijo delo, povzemajo,
- razmišljanje o novih vprašanjih.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

Negativne izkušnje učencev:

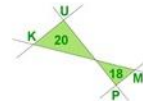
- zmanjšana motivacija,
- slabša samopodoba,
- preveč pokroviteljska vloga učitelja,
- odvzem možnosti za napake.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - **DELAVNICA**

Izhodišče je preiskava:

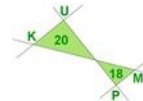
- razumevanje vsebine naloge (pogovor, skice, računanje, razjasnitve ...),
- razširitev problemske situacije (postavljanje vprašanj, presoja potrebnega znanja),
- dejavnosti, ki nas vodijo do posplošenih ugotovitev,
- oblikovanje koncepta predstavitve ugotovitev.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - **DELAVNICA**

EMBALAŽA

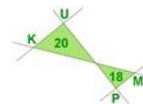
Pred vami je embalaža za trgovski izdelek. Pojasnite s katerim geometrijskim znanjem lahko sami izdelamo čim boljši približek embalaže.



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - **DELAVNICA**

TEHTANJE

Miselni poskus tehtanja: predpostavimo da imate pred sabo vzvodno tehtnico in 15 na videz enakih kroglic. Ena izmed kroglic je težja od ostalih. Izračunajte najmanjše število tehtanj, s katerimi zagotovo najdemo težjo kroglico.



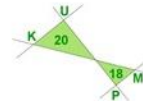
OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - **DELAVNICA**

PREGIBANJE ENAKOSTRANIČNEGA TRIKOTNIKA

Enakostranični trikotnik preoblikujte v trapez.



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



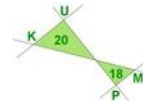
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - **DELAVNICA**

IZ PRAVOKOTNIKA KVADRAT

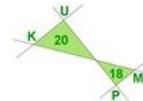
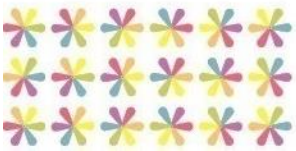
S pregibanjem papirja preoblikujte v kvadrat poljubni pravokotnik (ki ni kvadrat).



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE - **DELAVNICA**

DELITELJI

Katero je najmanjše naravno število z dvanajstimi delitelji?



OD PREISKAVE DO RAZISKOVALNE NALOGE

HVALA!

