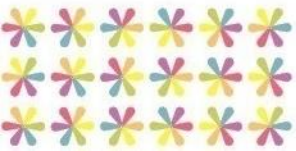


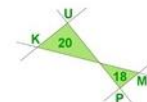
KOREKTNOST REŠITEV MATEMATIČNIH NALOG

mag. Mateja Škrlec

Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



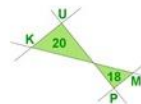
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT

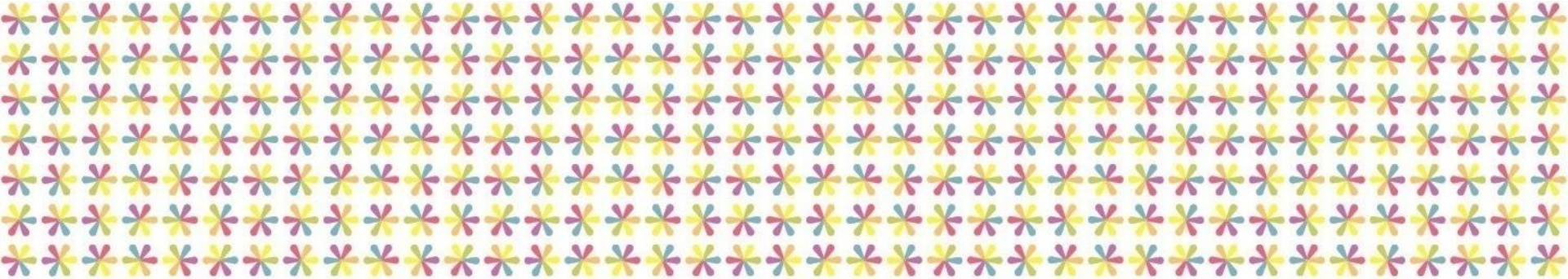


EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

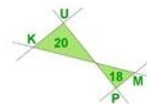
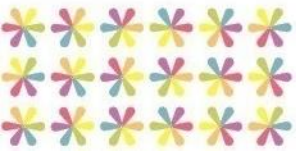
Vsebina

1. Reševanje nalog z ugibanjem rešitev
2. Reševanje nalog z nizanjem možnosti
3. Različni načini reševanja nalog z zaokroženimi delnimi rezultati
4. Različni načini reševanja načrtovalnih nalog





1. Reševanje nalog z ugibanjem rešitev



Za katera realna števila x so $2x, 1 - x, x^2$ prvi trije členi geometrijskega zaporedja?

Zapis ali uporaba definicije geometrijskega zaporedja 1 točka

Nastavljena enačba, npr. $\frac{1-x}{2x} = \frac{x^2}{1-x}$ ali $(1-x)^2 = 2x^3$ ali sistem 1 točka

Urejena enačba $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$ *1 točka

1. način

Razcep $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = (2x - 1)(x^2 + 1)$ (1+1) 2 točki

Rešitev $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

2. način

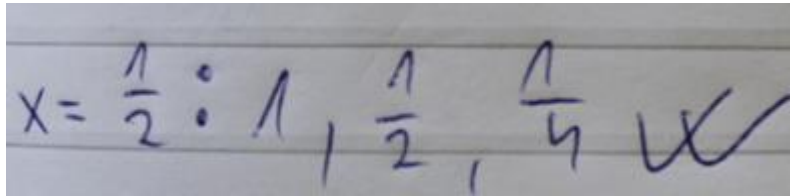
Preizkušanje enega izmed možnih racionalnih kandidatov $(\pm 1, \pm \frac{1}{2})$ s Hornerjevim algoritmom ali z vstavljanjem 1 točka

Ugotovitev rešitve $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

Ugotovitev, da ni drugih realnih rešitev (zadošča že pravilen razcep ali zapisani faktor (količnik) $x^2 + 1$) 1 točka

Za katera realna števila x so $2x, 1 - x, x^2$ prvi trije členi geometrijskega zaporedja?

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?



$x = \frac{1}{2} : 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ ✓

Za katera realna števila x so $2x, 1 - x, x^2$ prvi trije členi geometrijskega zaporedja?

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

$x = 1 : 2, 0, 1 //$

$x = 2 : 4, -1, 4 //$

$x = \frac{1}{2} : 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \checkmark$

odgov: 7A $x = \frac{1}{2}$.

$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \checkmark \\ 1-x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \checkmark \\ x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \checkmark \end{array} \right.$

Za katera realna števila x so $2x, 1 - x, x^2$ prvi trije členi geometrijskega zaporedja?

Korektna rešitev z ugibanjem

$$x = \frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{uganjena rešitev} \quad 1t$$

$$2x = 1, 1 - x = \frac{1}{2}, x^2 = \frac{1}{4} \quad \leftarrow \text{preverjena rešitev} \quad 1t$$

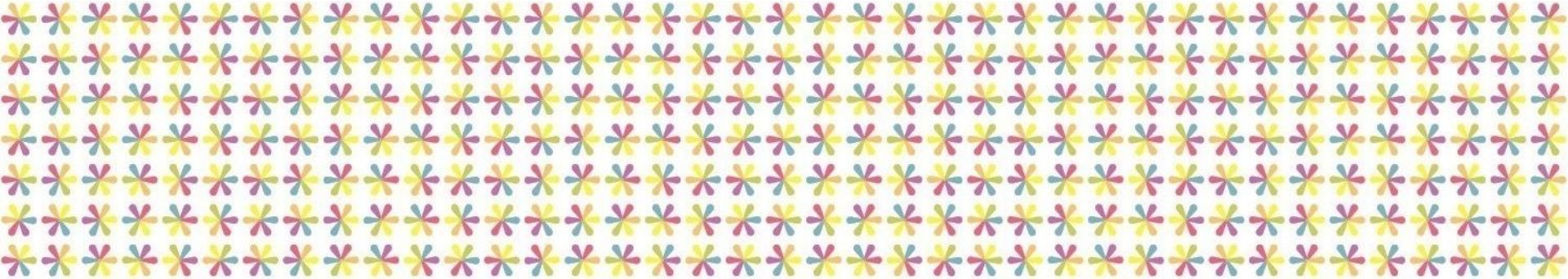
Če je $x < \frac{1}{2}$: $k_1 = \frac{1-x}{2x} > \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$
 $k_2 = \frac{x^2}{1-x} < \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

protislovje

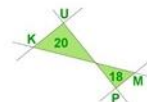
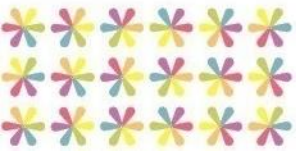
Če je $x > \frac{1}{2}$: $k_1 = \frac{1-x}{2x} < \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$
 $k_2 = \frac{x^2}{1-x} > \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

protislovje

dokaz
 \leftarrow enoličnosti
 rešitve 4t



2. Reševanje nalog z nizanjem možnosti



Vsota prvih treh členov aritmetičnega zaporedja je $\frac{21}{2}$, vsota prvega in petega člana pa 10. Izračunajte prvi člen in razliko (diferenco) tega zaporedja. **Koliko je vsota prvih sto členov tega zaporedja?**

Zapis obeh enačb, npr. $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{21}{2}$ in $a_1 + a_5 = 10$ 1 točka

Zapis enačb z dvema neznankama (1+1) 2 točki
 (Le zapis ali uporaba formule za splošni člen, npr. $a_n = a_1 + (n-1)d$... 1 točka.)

Izračun $a_1 = 2$, $d = \frac{3}{2}$ (1+1) 2 točki

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki
 (Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

$$\begin{aligned} &2+3,5+5+6,5+8+9,5+11+12,5+14+15,5+ \\ &+17+18,5+20+21,5+23+24,5+26+27,5+29+30,5+ \\ &+32+33,5+35+36,5+38+39,5+41+42,5+44+45,5 \\ &+47+48,5+50+51,5+53+54,5+56+57,5+59+60,5 \\ &+62+63,5+65+66,5+68+69,5+71+72,5+74+75,5 \\ &+77+78,5+80+81,5+83+84,5+86+87,5+89+90,5 \\ &+92+93,5+95+96,5+98+99,5+101+102,5+104+105,5 \\ &+107+108,5+110+111,5+113+114,5+116+117,5+119+120,5 \\ &+122+123,5+125+126,5+128+129,5+131+132,5+134+135,5+ \\ &+137+138,5+140+141,5+143+144,5+146+147,5+149+150,5 \\ &=7625 \end{aligned}$$

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

$$\begin{aligned} &2+3,5+5+6,5+8+9,5+11+12,5+14+15,5+ \\ &+17+18,5+20+21,5+23+24,5+26+27,5+29+30,5+ \\ &+32+33,5+35+36,5+38+39,5+41+42,5+44+45,5 \\ &+47+48,5+50+51,5+53+54,5+56+57,5+59+60,5 \\ &+62+63,5+65+66,5+68+69,5+71+72,5+74+75,5 \\ &+77+78,5+80+81,5+83+84,5+86+87,5+89+90,5 \\ &+92+93,5+95+96,5+98+99,5+101+102,5+104+105,5 \\ &+107+108,5+110+111,5+113+114,5+116+117,5+119+120,5 \\ &+122+123,5+125+126,5+128+129,5+131+132,5+134+135,5+ \\ &+137+138,5+140+141,5+143+144,5+146+147,5+149+150,5 \\ &=7624 \end{aligned}$$

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

2 3,5 5 6,5 8 9,5 11 12,5 14 15,5
17 18,5 20 21,5 23 24,5 26 27,5 29 30,5
32 33,5 35 36,5 38 39,5 41 42,5 44 45,5
47 48,5 50 51,5 53 54,5 56 57,5 59 60,5
62 63,5 65 66,5 68 69,5 71 72,5 74 75,5
77 78,5 80 81,5 83 84,5 86 87,5 89 90,5
92 93,5 95 96,5 98 99,5 101 102,5 104 105,5
107 108,5 110 111,5 113 114,5 116 117,5 119 120,5
122 123,5 125 126,5 128 129,5 131 132,5 134 135,5
137 138,5 140 141,5 143 144,5 146 147,5 149 150,5
→7625

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

2 3,5 5 6,5 8 9,5 11 12,5 14 15,5
17 18,5 20 21,5 23 24,5 26 27,5 29 30,5
32 33,5 35 36,5 38 39,5 41 42,5 44 45,5
47 48,5 50 51,5 53 54,5 56 57,5 59 60,5
62 63,5 65 66,5 68 69,5 71 72,5 74 75,5
77 78,5 80 81,5 83 84,5 86 87,5 89 90,5
92 93,5 95 96,5 98 99,5 101 102,5 104 105,5
107 108,5 110 111,5 113 114,5 116 117,5 119 120,5
122 123,5 125 126,5 128 129,5 131 132,5 134 135,5
137 138,5 140 141,5 143 144,5 146 147,5 149 150,5
→7624

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

2 3,5 5 6,5 8 9,5 11 12,5 14 15,5 → 87,5
17 18,5 20 21,5 23 24,5 26 27,5 29 30,5 → 237,5
32 33,5 35 36,5 38 39,5 41 42,5 44 45,5 → 387,5
47 48,5 50 51,5 53 54,5 56 57,5 59 60,5 → 537,5
62 63,5 65 66,5 68 69,5 71 72,5 74 75,5 → 687,5
77 78,5 80 81,5 83 84,5 86 87,5 89 90,5 → 837,5
92 93,5 95 96,5 98 99,5 101 102,5 104 105,5 → 987,5
107 108,5 110 111,5 113 114,5 116 117,5 119 120,5 → 1137,5
122 123,5 125 126,5 128 129,5 131 132,5 134 135,5 → 1287,5
137 138,5 140 141,5 143 144,5 146 147,5 149 150,5 → 1437,5
→ 7625

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki

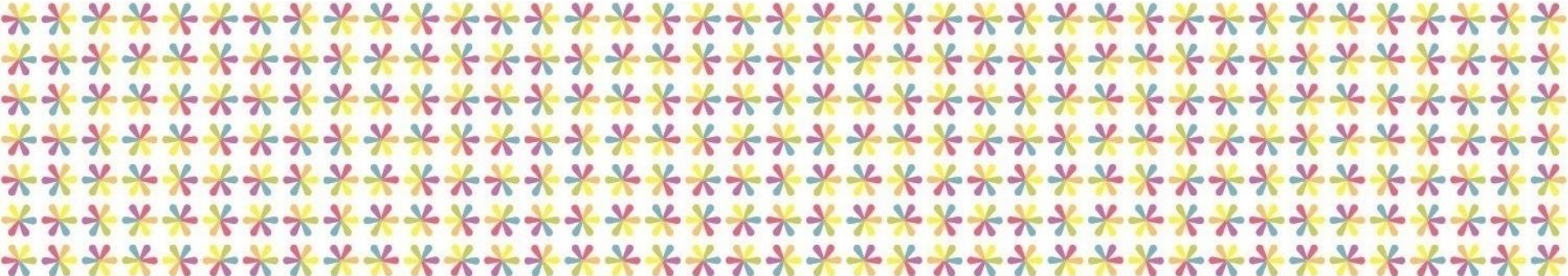
(Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

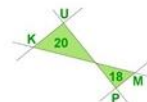
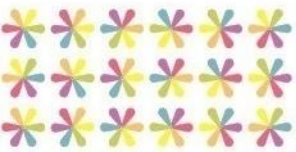
2 3,5 5 6,5 8 9,5 11 12,5 14 15,5 → 87,5
17 18,5 20 21,5 23 24,5 26 27,5 29 30,5 → 237,5
32 33,5 35 36,5 38 39,5 41 42,5 44 45,5 → 387,5
47 48,5 50 51,5 53 54,5 56 57,5 59 60,5 → 537,5
62 63,5 65 66,5 68 69,5 71 72,5 74 75,5 → 687,5
77 78,5 80 81,5 83 84,5 86 87,5 89 90,5 → 837,5
92 93,5 95 96,5 98 99,5 101 102,5 104 105,5 → 987,5
107 108,5 110 111,5 113 114,5 116 117,5 119 120,5 → 1137,5
122 123,5 125 126,5 128 129,5 131 132,5 134 135,5 → 1287,5
137 138,5 140 141,5 143 144,5 146 147,5 149 150,5 → 1436,5
→ 7624

Izračun $s_{100} = 7625$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za vsoto n členov aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.)

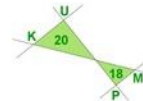
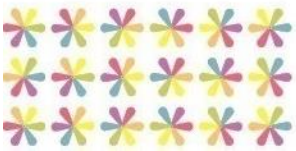


3. Različni načini reševanja nalog z zaokroženimi delnimi rezultati



V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$. Izračunajte obseg in ploščino trapeza $ABCD$. Rezultata naj bosta točna.

*1	• uporaba kosinusnega izreka
1	• izračunan obseg $o = (19 + \sqrt{31})$ cm
1	• zapis ali uporaba npr. $S = \frac{(a+c)v}{2}$
1	• izračunana ali uporabljena $v = 3\sqrt{3}$ cm
1	• izračunana ploščina $S = \frac{39\sqrt{3}}{2}$ cm ²



S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

① $\sin 60^\circ = \frac{v}{b}$
 $v = 5,196152423 \text{ cm}$

② $\cos 60^\circ = \frac{x}{b}$
 $x = 3 \text{ cm}$

③ $b^2 = 2^2 + 196,152423^2$
 $b = 5,567764363$

④ $o = a + b + c + d$
 $o = 24,56776436 \text{ cm}$

⑤ $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
 $S = 33,77499075 \text{ cm}^2$

*1	• uporaba kosinusnega izreka
1	• izračunan obseg $o = (19 + \sqrt{31}) \text{ cm}$
1	• zapis ali uporaba npr. $S = \frac{(a+c)v}{2}$
1	• izračunana ali uporabljena $v = 3\sqrt{3} \text{ cm}$
1	• izračunana ploščina $S = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

$\text{sin } 60^\circ = \frac{x}{\sqrt{3}}$
 $x = 3\sqrt{3} \text{ cm} = 5,196152423 \text{ cm}$

$\text{cos } 60^\circ = \frac{x}{6}$
 $x = 3 \text{ cm}$

$h^2 = 2^2 + (3\sqrt{3})^2$
 $h = \sqrt{31} \text{ cm}$

$o = a + b + c + d$
 $o = (19 + \sqrt{31}) \text{ cm} = 24,57 \text{ cm}$

$S = \frac{a+c}{2} \cdot h$
 $S = \frac{9+4}{2} \cdot 3\sqrt{3}$
 $S = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 = 33,77 \text{ cm}^2$

*1	• uporaba kosinusnega izreka
1	• izračunan obseg $o = (19 + \sqrt{31}) \text{ cm}$
1	• zapis ali uporaba npr. $S = \frac{(a+c)v}{2}$
1	• izračunana ali uporabljena $v = 3\sqrt{3} \text{ cm}$
1	• izračunana ploščina $S = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

① $\sin 60^\circ = \frac{v}{6}$
 $v = 3\sqrt{3} \text{ cm}$

② $\cos 60^\circ = \frac{x}{6}$
 $x = 3 \text{ cm}$

③ $b^2 = 2^2 + (3\sqrt{3})^2$
 $b = \sqrt{31} \text{ cm}$

④ $o = a + b + c + d$
 $o = (19 + \sqrt{31}) \text{ cm} = \overset{24,57}{\cancel{24,56}} \text{ cm}$

⑤ $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
 $S = \frac{9+4}{2} \cdot 3\sqrt{3}$
 $S = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 = \overset{7}{\cancel{33,78}} \text{ cm}^2$

*1	• uporaba kosinusnega izreka
1	• izračunan obseg $o = (19 + \sqrt{31}) \text{ cm}$
1	• zapis ali uporaba npr. $S = \frac{(a+c)v}{2}$
1	• izračunana ali uporabljena $v = 3\sqrt{3} \text{ cm}$
1	• izračunana ploščina $S = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?

$\sin 60^\circ = \frac{v}{6}$
 $v = 3\sqrt{3} \text{ cm}$

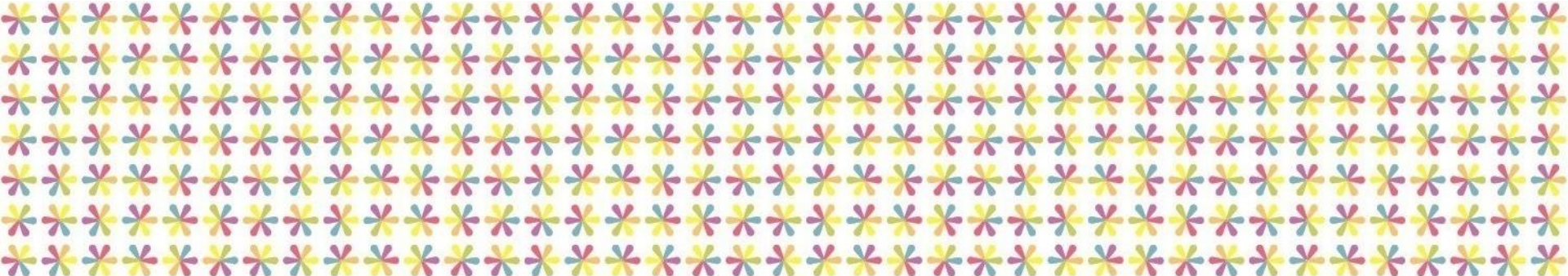
$\cos 60^\circ = \frac{x}{6}$
 $x = 3 \text{ cm}$

$b^2 = 2^2 + (3\sqrt{3})^2$
 $b = \sqrt{31} \text{ cm}$

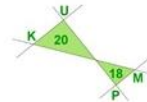
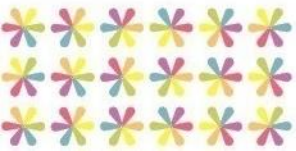
$o = a + b + c + d$
 $o = 24,56 \text{ cm}$

$S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
 $S = \frac{9+4}{2} \cdot 3\sqrt{3}$
 $S = 33,78 \text{ cm}^2$

*1	• uporaba kosinusnega izreka
1	• izračunan obseg $o = (19 + \sqrt{31}) \text{ cm}$
1	• zapis ali uporaba npr. $S = \frac{(a+c)v}{2}$
1	• izračunana ali uporabljena $v = 3\sqrt{3} \text{ cm}$
1	• izračunana ploščina $S = \frac{39\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$



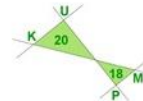
4. Različni načini reševanja načrtovalnih nalog



V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$. Konstruiraj trapez $ABCD$.

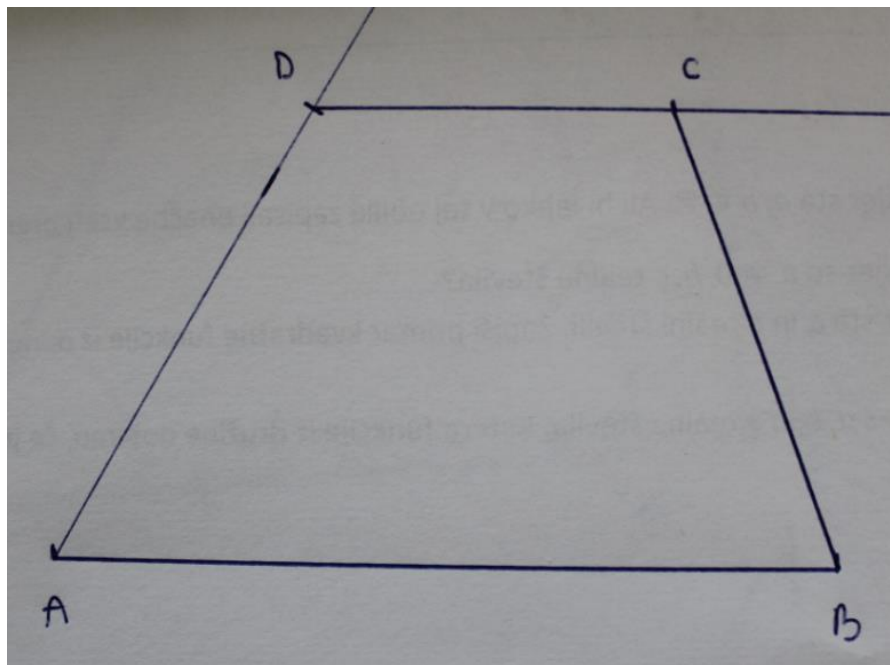
Narisan trapez $ABCD$ 1 točka

(Vidna mora biti konstrukcija kota $\alpha = 60^\circ$ in poimenovana oglišča A, B, C, D .)



V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$. Konstruiraj trapez $ABCD$.

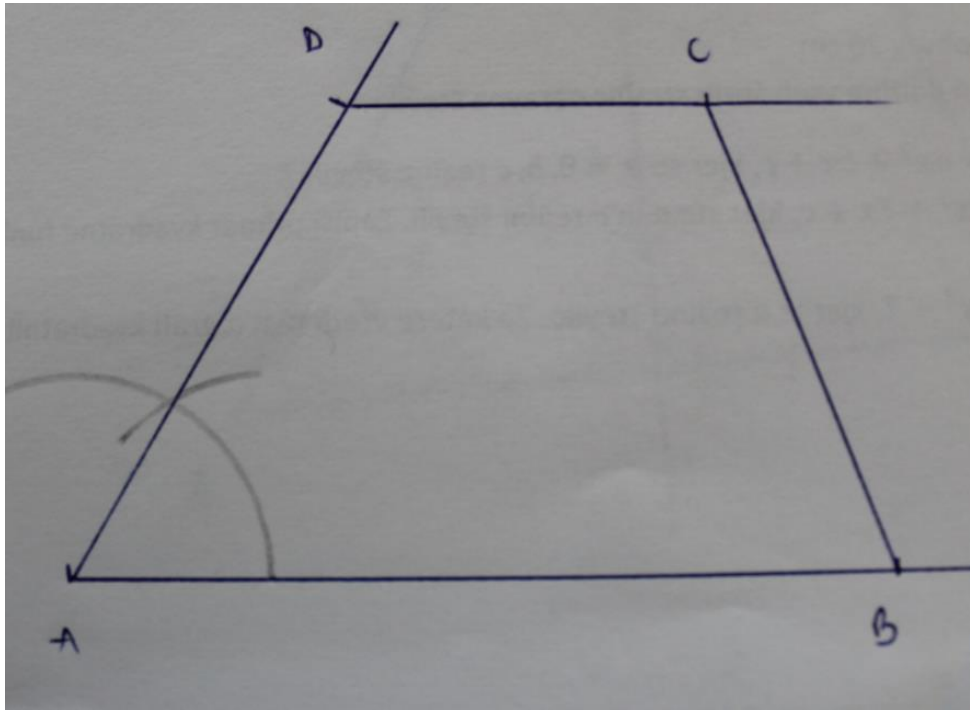
S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?



Narisan trapez $ABCD$ 1 točka
(Vidna mora biti konstrukcija kota $\alpha = 60^\circ$ in poimenovana oglišča A, B, C, D .)

V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$. Konstruiraj trapez $ABCD$.

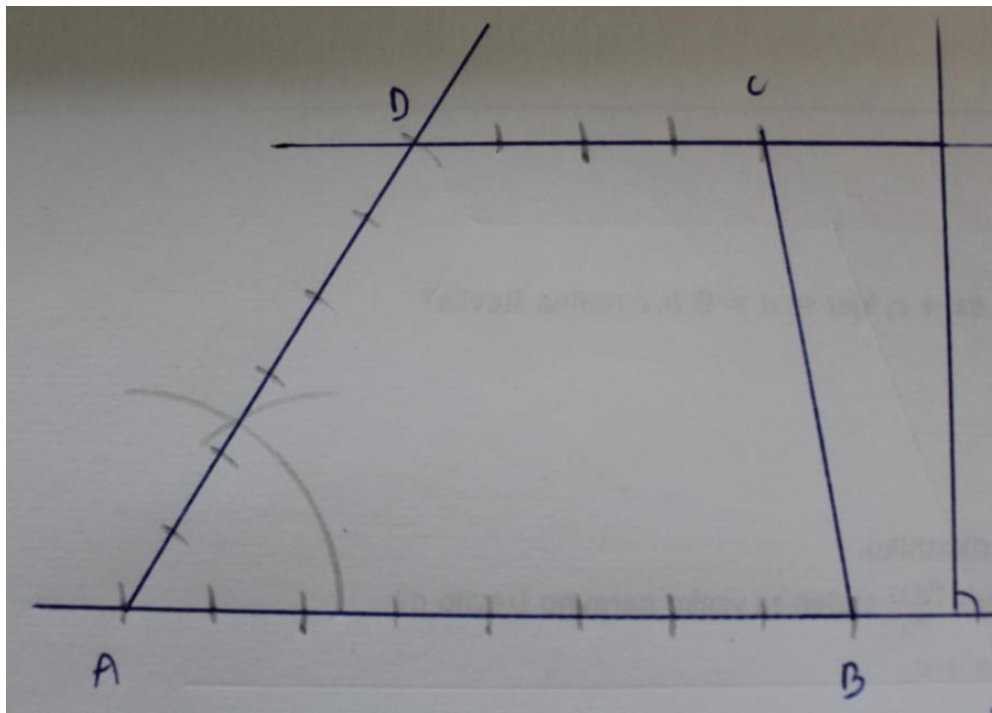
S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?



Narisan trapez $ABCD$ 1 točka
(Vidna mora biti konstrukcija kota $\alpha = 60^\circ$ in poimenovana oglišča A, B, C, D .)

V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$. Konstruiraj trapez $ABCD$.

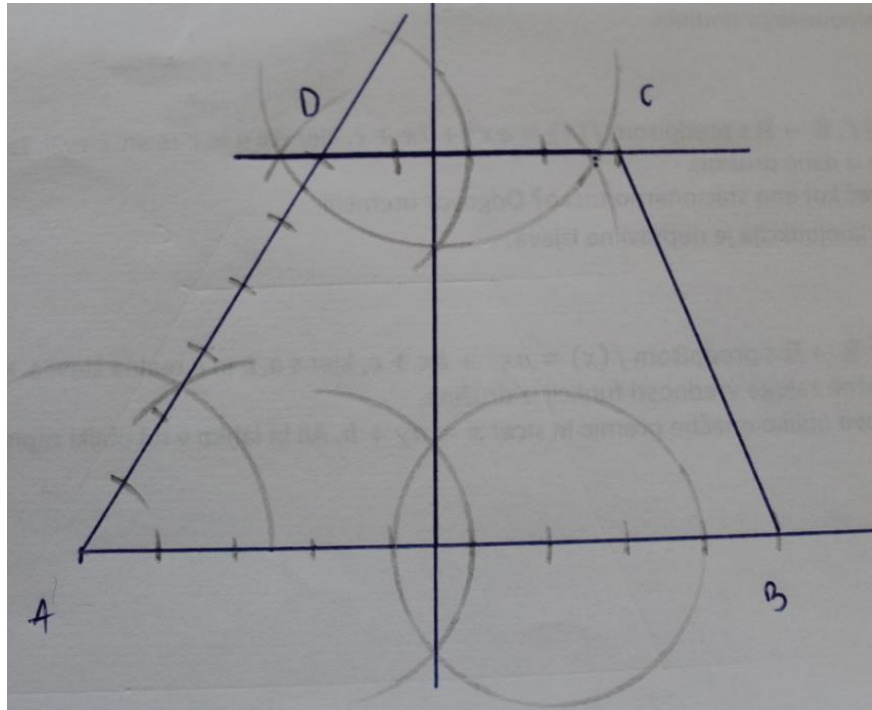
S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?



Narisan trapez $ABCD$ 1 točka
(Vidna mora biti konstrukcija kota $\alpha = 60^\circ$ in poimenovana oglišča A, B, C, D .)

V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$. Konstruiraj trapez $ABCD$.

S koliko točkami ovrednotiti spodnjo rešitev?



Narisan trapez $ABCD$ 1 točka
(Vidna mora biti konstrukcija kota $\alpha = 60^\circ$ in poimenovana oglišča A, B, C, D .)