# PASTI PRI SESTAVLJANJU MATURITETNIH NALOG

TRAPS TEACHERS FALL INTO WHEN CREATING EXAM TASKS

MATEJA FOŠNARIČ

II. gimnazija Maribor



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT

EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

# MATURA iz matematike

- Je eksterno preverjanje znanja, ki je obvezno.
- Gre za končno ugotavljanje doseganja ciljev.
- Izpit opravlja letno več kot 6000 kandidatov.

# SESTAVLJANJE izpitnih pol

- Upoštevamo cilje in vsebine zapisane v predmetnem izpitnem katalogu, ki je povzet po UN.
- Deleži nalog na določeni taksonomski stopnji v posamezni poli  morajo biti v skladu s predmetnim izpitnim katalogom.
- Pazimo, da z nalogami preverjamo snov vseh štirih letnikov in da so različna matematična področja enakomerno zastopana.

# PASTI

1. Nenatančne oz. različne definicije nekaterih matematičnih pojmov, ki so v splošni rabi.
2. Nekatere vsebine v učnem načrtu so premalo natančno specificirane.
3. Izbor nalog, za katere se izkaže, da imajo veliko možnih načinov reševanja, ki jih vseh nismo predvideli.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga*

Določite definicijsko območje funkcije $f$ s predpisom $f(x) = \sqrt{x-2}$.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Katera rešitev je **pravilna**?*

*a)* $D_f = (2, \infty)$

*b)* $D_f = (3,5)$

*c)* $D_f = [2, \infty)$

*d)* $D_f = \{2n; n \in \mathbb{N}\}$

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga s popravljenim besedilom*

Določite največjo podmnožico realnih števil, ki je lahko definicijsko območje funkcije $f$ s predpisom $f(x) = \sqrt{x-2}$.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga*

Naj bo $x \in \mathbb{R}$. V geometrijskem zaporedju s splošnim členom $a_n$ je $a_1 = x$ in $a_2 = x^2 - 3x$. Izračunajte $x$, če je vrsta $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergentna. Zapišite **vse** rešitve.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Katera rešitev je **pravilna**?*

a) $x \in (2,4)$

b) $x \in (2,3) \cup (3,4)$

c) $x \in (2,4) \cup \{0\}$

d) $x \in (2,3) \cup (3,4) \cup \{0\}$

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga s popravljenim besedilom*

Naj bo $x \in \mathbb{R}$. V geometrijskem zaporedju s splošnim členom $a_n$ je $a_1 = x$ in $a_2 = x^2 - 3x$. Izračunajte $x$, če je vrsta $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergentna. Zapišite **vse** rešitve. Upoštevajte, da je geometrijsko zaporedje definirano kot zaporedje, v katerem dobimo vsak člen razen prvega tako, da prejšnjega pomnožimo s konstanto $k$. Prvi člen je podan.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga*

Podana je funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$. Izračunajte stacionarne točke funkcije $f$.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Katera rešitev je* ***pravilna****?*

*a)* $\mathrm{T}_1\left(1,-\frac{2}{3}\right)$ $\mathrm{T}_2\left(-1,\frac{2}{3}\right)$

*b)* $\mathrm{x}_1 = 1$ $\mathrm{x}_2 = -1$

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga s popravljenim besedilom*

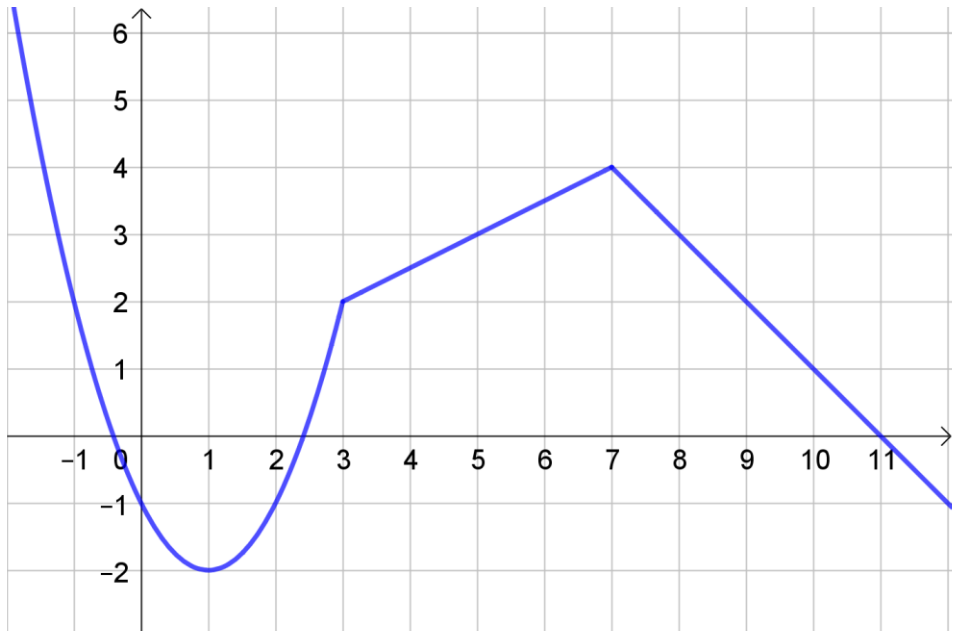
Podana je funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$. Izračunajte, v katerih vrednostih spremenljivke $x$ ima funkcija $f$ stacionarne točke.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga*

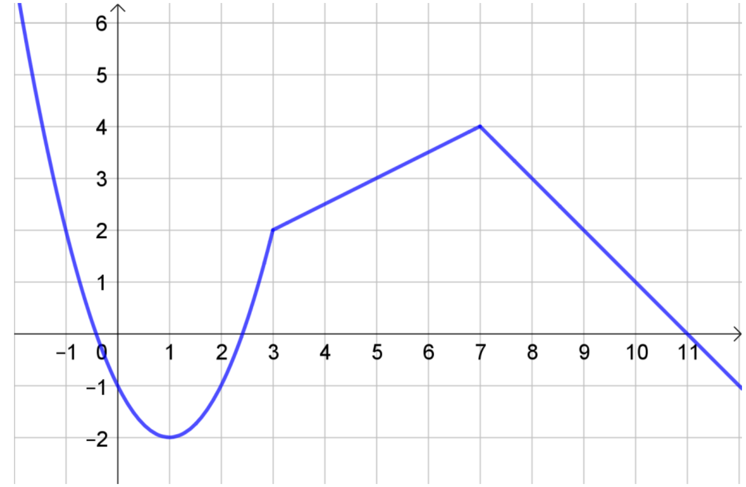
Podana je funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 2; x \leq 3 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; \; 3 < x < 7. \\ -x + 11; \; x \geq 7 \end{cases}$$




Zapišite intervale naraščanja in padanja funkcije $f$.

# 1. Nenatančne oz. različne definicije




*Katera rešitev je **pravilna**?*

a) funkcija $f$ narašča na $[1,7]$

funkcija $f$ pada na $(-\infty, 1]$

funkcija $f$ pada na $[7, \infty)$

b) funkcija $f$ narašča na $(1,3)$

funkcija $f$ narašča na $(3,7)$

funkcija $f$ pada na $(-\infty, 1)$

funkcija $f$ pada na $(7, \infty)$

c) funkcija $f$ narašča na $(1,2)$

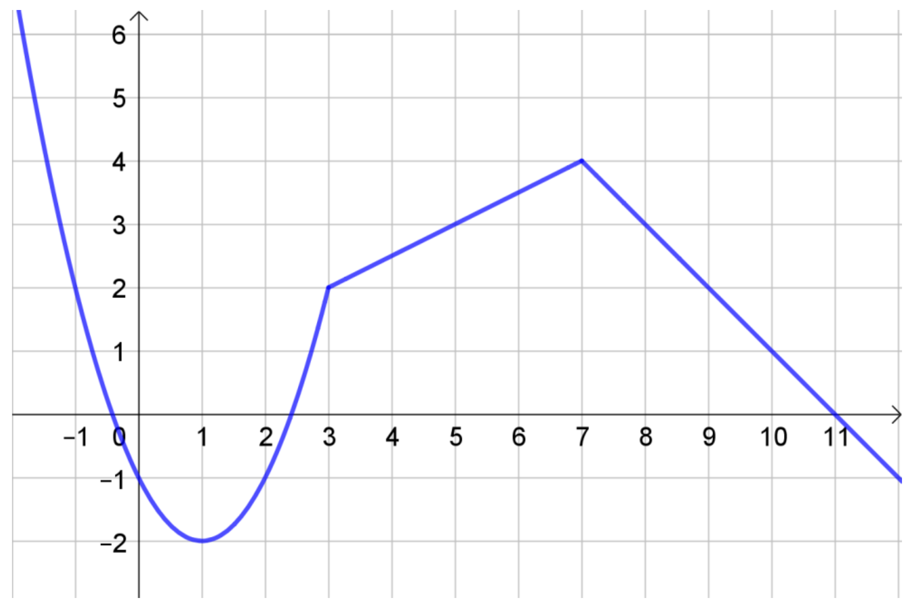
funkcija $f$ pada na $(-\infty, 1) \cup (7, \infty)$

# 1. Nenatančne oz. različne definicije

*Naloga s popravljenim besedilom*

Podana je funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 2; x \leq 3 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2};\ \ 3 < x < 7. \\ -x + 11;\ \ x \geq 7 \end{cases}$$




Zapišite intervale naraščanja in padanja funkcije $f$.

Zapišite največje takšne intervale.

# 2. Nedoslednosti v učnem načrtu

## Kvadratna funkcija

**Vsebine**

- Definicija, lastnosti in graf kvadratne funkcije
- Načini podajanja predpisa kvadratne funkcije
- *Uporaba kvadratne funkcije – ekstremalni problemi*

- Vietovi pravili
- Kvadratna enačba
- Presečišče parabole in premice
- Presečišče dveh parabol
- Kvadratna neenačba
- *Sistem kvadratnih neenačb*
- *Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo*

Vir: UČNI načrt. Matematika. Splošna, klasična in strokovna gimnazija. Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, dosegljivo na spletni strani http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2010/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf (20. 6. 2018)

# 2. Nedoslednosti v učnem načrtu

## Diferencialni račun

**Vsebine**

- Diferenčni količnik, odvod, geometrijski pomen odvoda
- Pravila za odvajanje, odvodi osnovnih funkcij
- *Aproksimacija z odvodom **(I)***
- Uporaba odvoda
- Ekstremi, naraščanje in padanje funkcije
- *Drugi odvod funkcije*
- *Prevoj, konveksnost in konkavnost funkcije*
- *Zveznost odvedljivih funkcij*
- Ekstremalni problemi
- *Modeliranje realnih problemov in njihovo reševanje z uporabo metod diferencialnega računa*
- *Pot, hitrost in pospešek točke ter parametrično podane krivulje v ravnini **(I)***

Vir: UČNI načrt. Matematika. Splošna, klasična in strokovna gimnazija. Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, dosegljivo na spletni strani http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2010/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf (20. 6. 2018)

# 2. Nedoslednosti v učnem načrtu

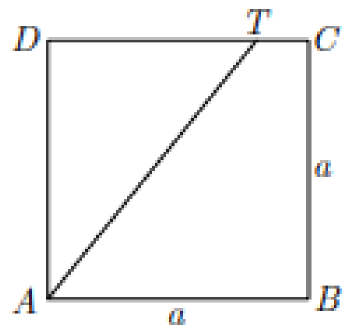
*Ali je naloga primerna za izpitno polo 1?*

Imamo $24\ m$ žične ograje. Z njo bomo ogradili vrt v obliki pravokotnika ob dolgem ravnem zidu tako, da bo ploščina vrta največja. Upoštevajte, da je ena stranica vrta ograjena z zidom. Kolikšne so mere vrta in kolikšna je njegova ploščina?

# 3. Naloge, ki imajo veliko možnih načinov reševanja

## *Naloga iz spomladanskega roka mature 2017*

12. V kvadratu s stranico $a$ je narisana daljica $AT$ (gl. sliko), tako da je razmerje ploščin nastalih likov 2 : 3. Izračunajte razmerje dolžin $|DT|:|TC|$.




*(8 točk)*

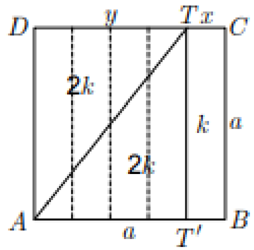
Vir: RIC, spomladanski izpitni rok 2017

# 3. Naloge, ki imajo veliko možnih načinov reševanja

| Naloga | Točke | Rešitev | Dodatna navodila |
|---|---|---|---|
| 12 | 1 | • ustrezna izbira neznanke, npr. $x = \lvert DT \rvert$ | |
| | 1 | • zapis ploščine trikotnika $ATD$, npr. $S_1 = \frac{ax}{2}$ | |
| | **1. način** | | |
| | 2 | • zapis ploščine štirikotnika $ABCT$, npr. $S_2 = \frac{ax}{2} + a(a-x)$ ali $S_2 = a^2 - \frac{ax}{2}$ ali $S_2 = \frac{a+(a-x)}{2} \cdot a$ | 1 + 1 |
| | 1 | • zapisano razmerje, npr. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{ax}{2}}{\frac{ax}{2} + a(a-x)} = \frac{2}{3}$ | |
| | 2 | • rešitev, npr. $x = \frac{4}{5}a$ | Le poenostavitev enačbe do oblike brez dvojnih ulomkov, npr. $\frac{x}{2a-x} = \frac{2}{3}$ ... 1 točka. |
| | 1 | • rezultat $\lvert DT \rvert : \lvert TC \rvert = 4:1$ | |
| | **2. način** | | |
| | 1 | • ugotovitev, da je vsota ploščin nastalih likov enaka ploščini kvadrata $S_1 + S_2 = S = a^2$ | |
| | 2 | • ugotovitev ali upoštevanje, da je $S_1 = \frac{2}{5}S$ | |
| | 1 | • zapisana enačba $\frac{ax}{2} = \frac{2}{5}a^2$ | |
| | 1 | • rešitev enačbe $x = \frac{4}{5}a$ | |
| | 1 | • rezultat $\lvert DT \rvert : \lvert TC \rvert = 4:1$ | |

Vir: RIC, spomladanski izpitni rok 2017

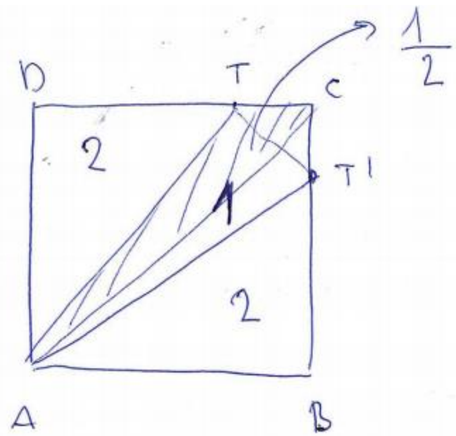
# 3. Naloge, ki imajo veliko možnih načinov reševanja

| **3. način** | | |
|---|---|---|
| 1 | • ustrezna izbira neznank, npr. $y = \lvert DT \rvert$, $x = \lvert TC \rvert$ | |
| 2 | • skica s primernimi oznakami   | |
| 2 | • zapis ali upoštevanje: $S_{BCTT'} = ax$ in $S_{AT'TD} = ay$ | 1 + 1 |
| 1 | • zapis razmerja: $S_{BCTT'} : S_{AT'TD} = 1k : 4k = 1 : 4$ | |
| 1 | • $ax : ay = 1 : 4$ | |
| 1 | • rezultat: $x : y = 1 : 4$ | |
| **8** | | Če kandidat iz ustrezne skice zapiše rezultat, dobi vse točke. |

Vir: RIC, spomladanski izpitni rok 2017

# 3. Naloge, ki imajo veliko možnih načinov reševanja

## *Primer rešitve, ki ni predvidena v točkovniku*




$S_{ADT} = 2$

$S_{ATC} = \frac{1}{2}$

$S_{ADT} : S_{ATC} = |DT| : |TC| = 2 : \frac{1}{2} = 4 : 1$

# Zaključek

- Zavedamo se, da izbor maturitetnih nalog posredno vpliva na pouk matematike v slovenskih srednjih šolah.
- Z izbiro novih, netipičnih, problemskih nalog lahko spodbujamo tudi način poučevanja s preiskovanjem.
- Ne smemo pozabiti, da matematika ostaja predmet, ki je za dijake težek, zaradi katerega največ dijakov ne opravi mature. Zato mora biti v izpitnih polah tudi dovolj velik del standardnih nalog.


REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

# HVALA ZA POZORNOST!