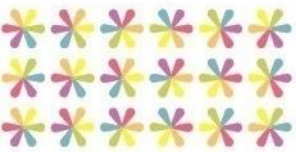


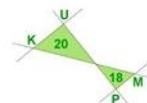
Učenje algebre z različnimi reprezentacijami

Mateja Sirnik

Zavod RS za šolstvo



4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT

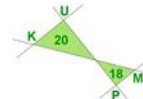
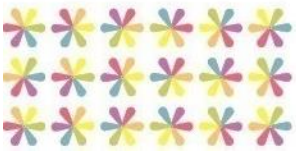


Skozi zgodovino

al-džebr, pomeni »združevanje razbitih delov«

Francois Viète (1540-1603) za označevanje neznank uporabljati samoglasnike, za označevanje znanih števil pa soglasnike.

Rene Descartes (1596-1650) je v knjigi *knjigi La Geometrie* predlagal oznake kot jih uporabljamo še danes: za neznanke male črke s konca abecede (npr. x , y in z) za označevanje znanih količin pa male črke z začetka abecede (npr. a , b in c).

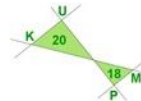


Znak „je enako“ =

Robert Recorde (1510-1558)

1557 v knjigi *The Whetstone of Witte* piše o izumu znaka =

"To avoide the tedious repetition of these woordes: is equalle to: I will settle as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or gemowe [twin] lines of one lengthe: =, bicause noe .2. thynges, can be moare equalle" (Smoller).



V učnem načrtu za matematiko

5. razred

- v izrazu zamenjajo črkovno oznako (x, a ...) z danim številom,
- izračunajo vrednost izraza s črkovno oznako za izbrano vrednost oznake (npr. za $a = 5$, izračunajo vrednosti izrazov $2 \cdot a$, $2 \cdot a + 3$, $2 \cdot (a + 5)$)

6. razred

- izračunajo vrednost izraza, ki vsebuje črkovne oznake, za izbrano vrednost spremenljivke

$$o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$p = a \cdot b$$

VSEBINA:

Številski izrazi
s črkovnimi
oznakami

2. triletje

Sklop: ENAČBE IN NEENAČBE

Učenci:

- spoznajo in razumejo pomen oznake x v enačbah: $a \pm x = b$, $x \pm a = b$, $a - x = c$, $x - a = c$, $a : x = c$, $x : a = c$, ($x \neq 0$, $a \neq 0$) in jih rešijo s premislekom v množici naravnih števil do 100,
- spoznajo in razumejo pomen oznake x v neenačbi oblike $a \leq x$, $x \leq b$ in $a - x \leq b$; $a, b \in N$ in s poskušanjem rešijo neenačbo v množici naravnih števil do 100;
 - rešijo s premislekom neenačbe,
 - rešijo s premislekom in z diagramom enačbe (računske enakosti) oblike $a \pm x = b$, $x \pm a = b$, $x - a = b$, $x : a = b$, $a - x = b$, $a : x = b$, ($x \neq 0$, $a \neq 0$) in naredijo preizkus;
 - enačbo in neenačbo razumejo kot izjavo (izjavo v smislu jezika),
 - s premislekom rešijo enačbe in neenačbe,
 - rešijo enačbe in neenačbe v dani osnovni množici s pomočjo tabele in določijo njeno množico rešitev,
 - s premislekom ali z diagramom rešijo enačbo, v kateri neznanka nastopi le enkrat.

Vsebina:

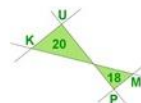
Pomen enačbe in neenačbe

Vsebina:

Enačbe in neenačbe

Vsebina:

Enačbe in neenačbe v množici naravnih števil
Neznanka v enačbi in neenačbi



3. triletje

Sklop: IZRAZI

Učenci:

- izračunajo vrednost številskega izraza, v katerem nastopajo tudi ulomki,
- izračunajo vrednost izraza, ki vsebuje črkovno oznako za izbrano vrednost oznake,
- izračunajo vrednost algebrskega izraza z več spremenljivkami za dane vrednosti spremenljivk,
- računajo z algebrskimi izrazi (primer: $a + a = 2 \cdot a$),
- opazujejo vzorec in ugotovijo pravilo;
 - izračunajo vrednost številskih izrazov,
 - razumejo pomen spremenljivk v izrazih,
 - prepoznajo izraze s spremenljivkami,
 - izračunajo vrednost izraza s spremenljivkami za izbrane vrednosti spremenljivk,
 - v izrazu prepoznajo in razlikujejo člene in faktorje,
 - računajo z algebrskimi izrazi: seštevajo, odštevajo, množijo enočlenik z veččlenikom,
 - izpostavijo skupni faktor,
 - opazujejo vzorce, ugotovijo pravilo in ga zapišejo z algebrskim izrazom;
- računajo z algebrskimi izrazi: seštevajo, odštevajo, množijo veččlenik z enočlenikom,
- množijo dvočlenike z uporabo razčlenitvenega zakona,
- izračunajo zmnožek vsote in razlike dveh danih členov ter kvadrat dvočlenika,
- *izpeljejo pravilo za računanje kvadrata dvočlenika,*
- prepoznajo ekvivalentne algebrske izraze in jih računsko utemeljijo,
- poenostavijo izraz s spremenljivkami in izračunajo njegovo vrednost za izbrano vrednost spremenljivke,
- *razstavijo izraz na faktorje,*
- *razširijo, krajšajo algebrske ulomke,*
- *množijo in delijo algebrske ulomke,*
- *seštevajo in odštevajo algebrske ulomke z enočlenikom v imenovalcu,*
- *rešujejo algebrske enačbe,*
- opazujejo vzorce, ugotovijo pravilo in ga zapišejo z algebrskim izrazom.

Vsebina:

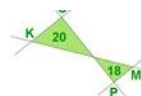
Številski izrazi
Vzorci

Vsebina:

Številski izrazi
Preprosti algebrski izrazi
Vzorci

Vsebina:

Algebrski izrazi in uporaba razčlenitvenega zakona
Vzorci



3. triletje

Sklop: ENAČBE IN NEENAČBE

Učenci:

- ob besedilni nalogi oblikujejo enačbo in jo rešijo,
- rešijo enačbe oblike: $a \pm x = b$, $x \pm a = b$, $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$, ($a \neq 0$, $x \neq 0$, $a, b \in \mathbb{Q}^+$),
- rešijo enačbe (s tabelo, z diagramom in s premislekom),
- rešijo neenačbo $q \leq x \leq r$, (x je naravno število, q in r sta racionalni števili);
 - rešijo enačbe oblike: $a \pm x = b$, $x \pm a = b$, $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$, ($a \neq 0$, $x \neq 0$, $a, b \in \mathbb{Q}$) in naredijo preizkus,
 - prepoznajo identično ter ekvivalentno enačbo,
 - rešijo neenačbe: $a \leq x$, $x \leq a$, $a \leq x \leq b$ v množici celih števil;
 - uporabljajo zakone o ohranitvi relacije = pri reševanju linearnih enačb in jih utemeljijo,
 - izrazijo neznanke iz formule,
 - rešijo preproste razcepne enačbe,
 - rešijo linearno enačbo z realnimi koeficienti in napravijo preizkus,
 - rešijo neenačbo $q \leq x \leq r$ (x je realno število),
 - rešijo linearno enačbo s parametri in obravnavajo rešitev glede na dane zahteve,
 - uporabijo linearno enačbo pri reševanju besedilnih nalog,
 - uporabijo znanje o reševanju enačb in neenačb pri izražanju neznanke iz enačbe oziroma neenačbe (formule),
 - rešijo sistem linearnih enačb.

Vsebina:

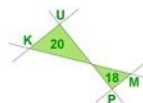
Linearne enačbe in neenačbe

Vsebina:

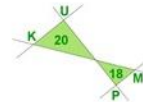
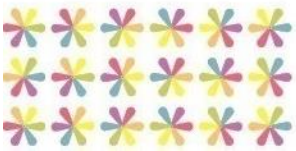
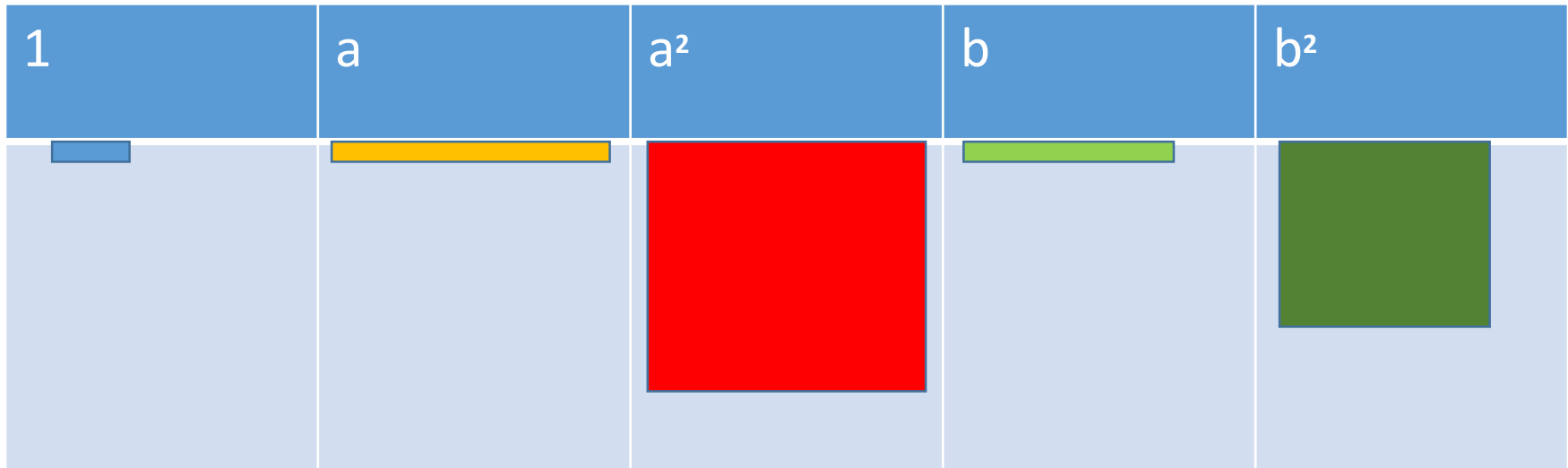
Linearne enačbe in neenačbe

Vsebina:

Enačbe in neenačbe
Sistem linearnih enačb



Seštevanje in odštevanje veččlenikov

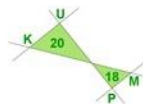


Paličice dolžine 3 enote

$$3 + 3 + 3 + 3 = 4 \cdot 3$$

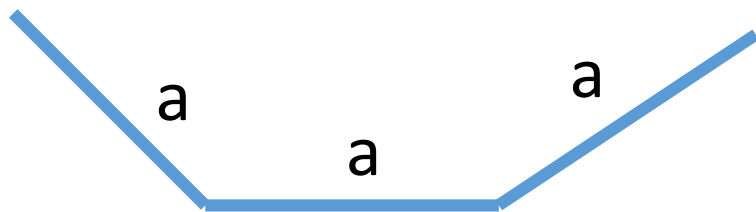
$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 6 \cdot 3$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 7 \cdot 3$$

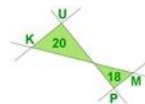


Seštevanje podobnih enočlenikov

$$a + a + a = 3 \cdot a$$



$$a + a + a + a + a + a = 6 \cdot a$$



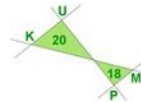
Seštevanje enočlenikov

$$a + a + b + b + a + b + a = \dots$$

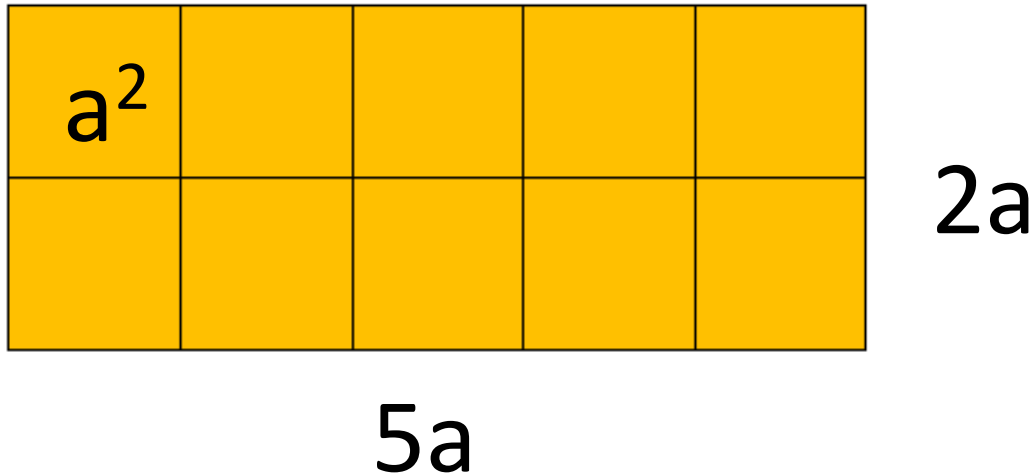
$$a + b + a + b + b + a + a = \dots$$

$$a + a + a + a + b + b + b = \dots$$

$$= 4 \cdot a + 3 \cdot b$$

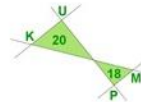
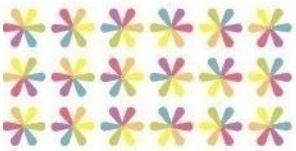


Množenje enočlenika z enočlenikom

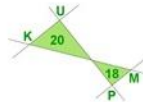
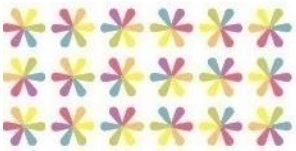
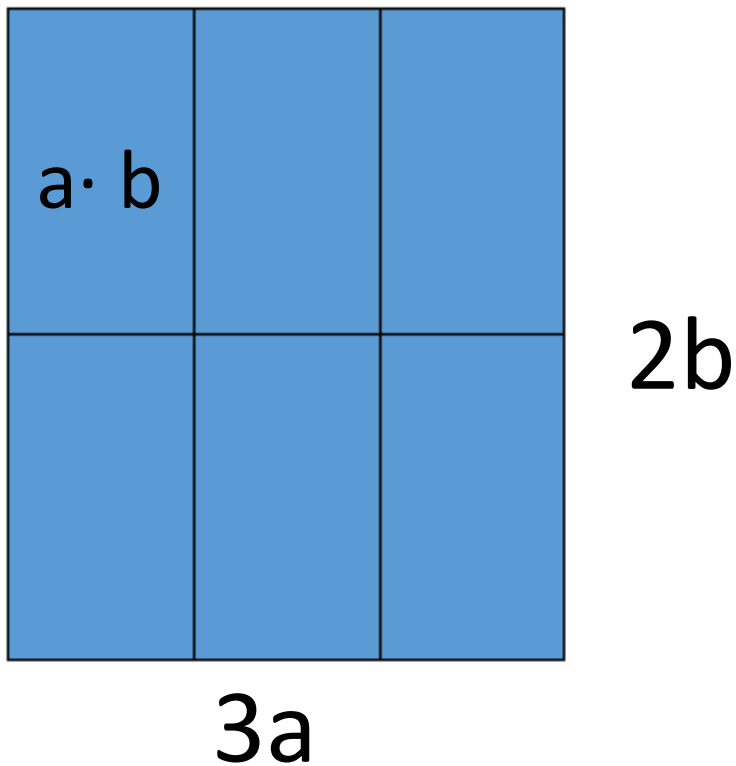


$$p = 5a \cdot 2a$$

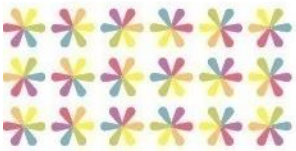
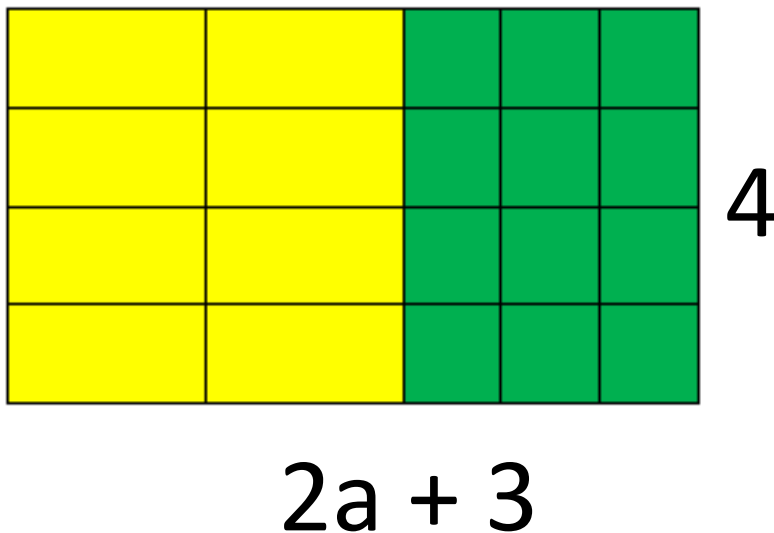
$$p = a^2 + a^2 + a^2 + \dots + a^2 = 10 a^2$$



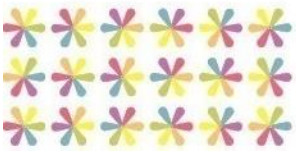
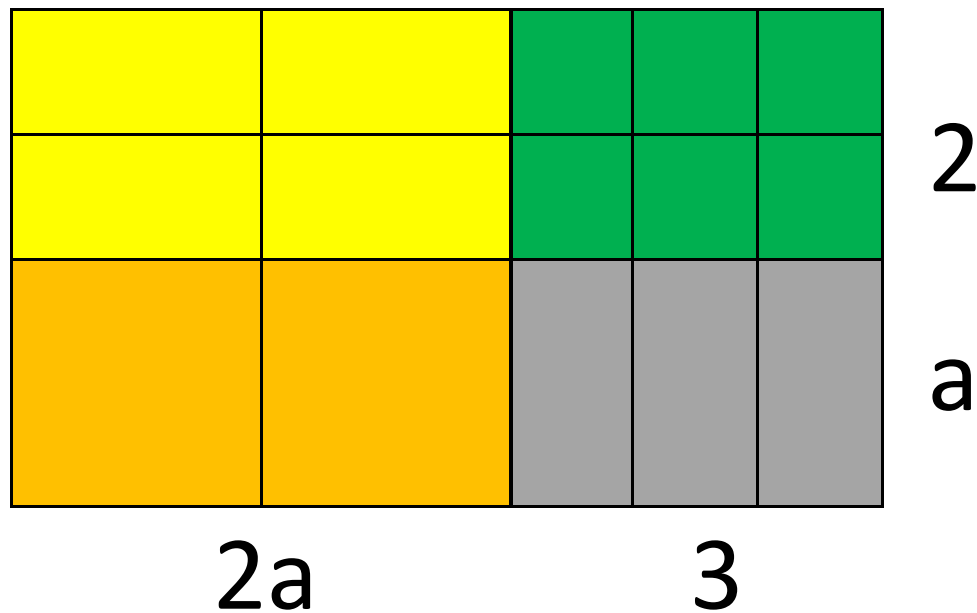
Množenje enočlenika z enočlenikom



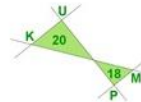
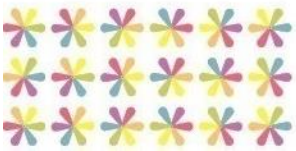
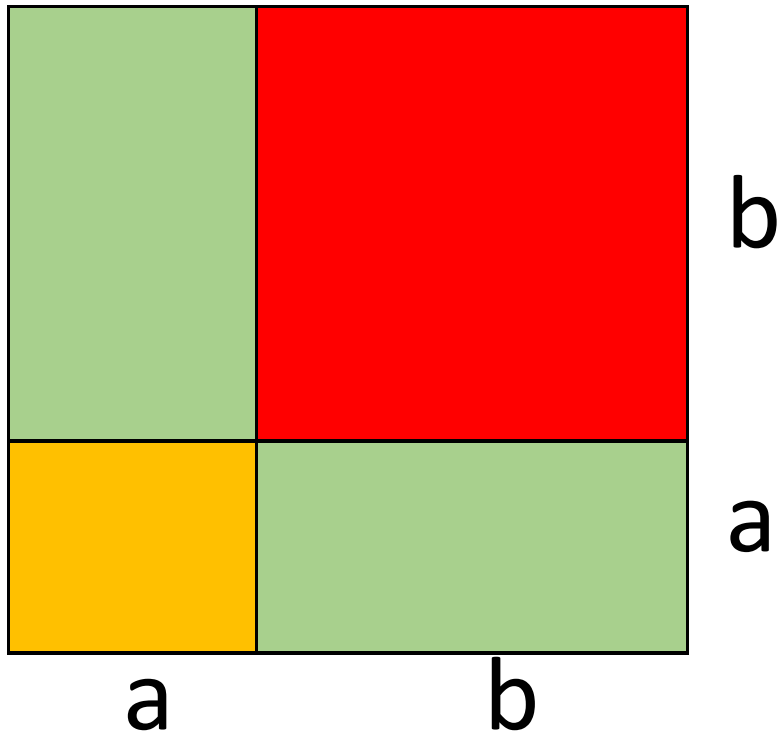
Množenje veččlenika z enočlenikom



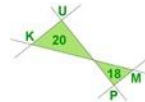
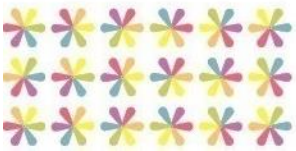
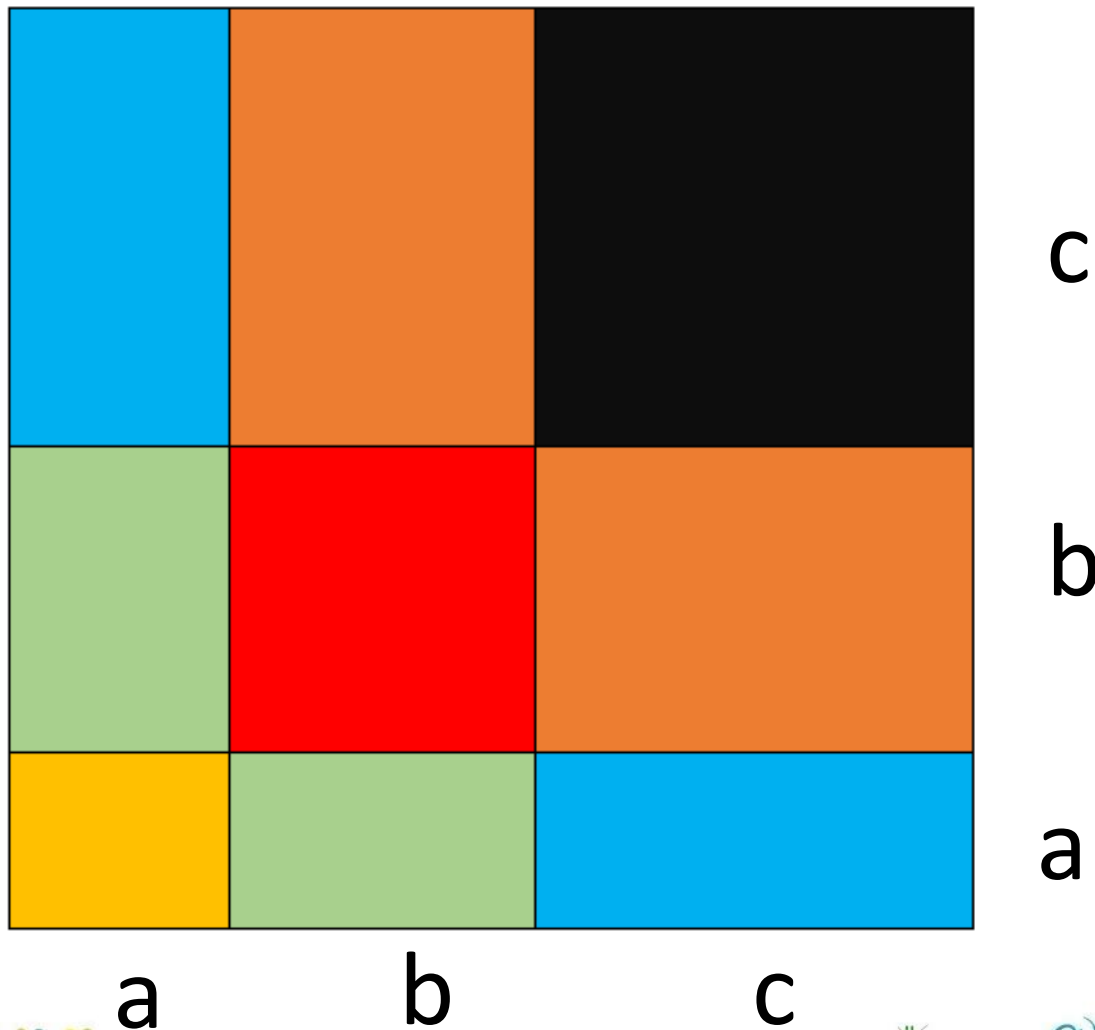
Množenje dvočlenika z dvočlenikom



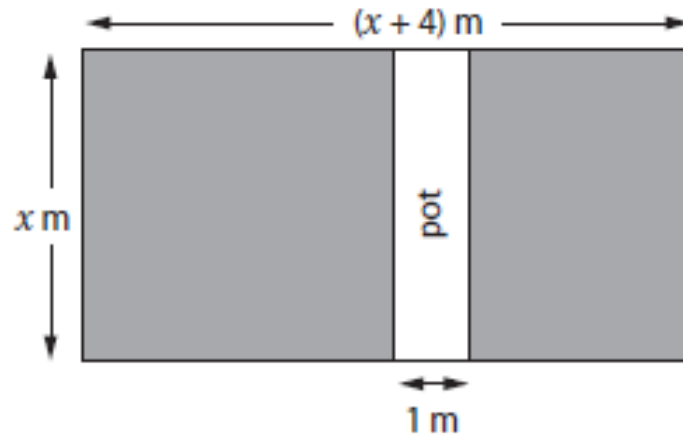
Kvadrat dvočlenika



Kvadrat tročlenika



TIMSS 2011



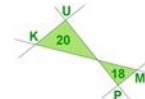
To je načrt pravokotnega vrta.

Beli del je pravokotna pot, široka 1 meter.

Kateri izraz predstavlja ploščino osenčenega dela vrta v kvadratnih metrih?

- (A) $x^2 + 3x$
- (B) $x^2 + 4x$
- (C) $x^2 + 4x - 1$
- (D) $x^2 + 3x - 1$

Rezultati v Sloveniji	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	13,3	15,9	60,3	6,3	10,5	16,5



TIMSS 2011

Kateri od spodnjih izrazov je enak $3p^2 + 2p + 2p^2 + p$?

- (A) $8p$
- (B) $8p^2$
- (C) $5p^2 + 3p$
- (D) $7p^2 + p$

M042236

Rezultati v Sloveniji	Leto	Odstotki odgovorov A	Odstotki odgovorov B	Odstotki odgovorov C	Odstotki odgovorov D	Odstotki pravih odgovorov med deklicami	Odstotki pravih odgovorov med dečki
	2007	2,2	10,8	60,7	24,6	66,2	54,9
	2011	2,5	11,9	61,6	21,1	60,3	63,0

