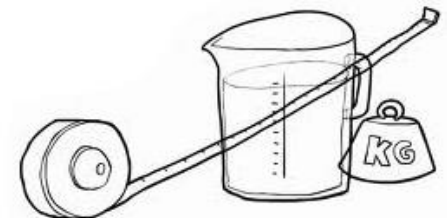
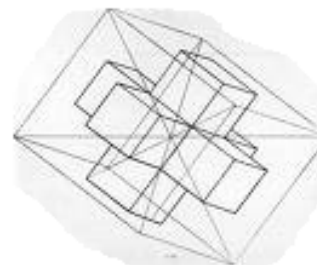
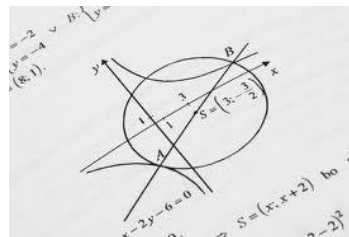
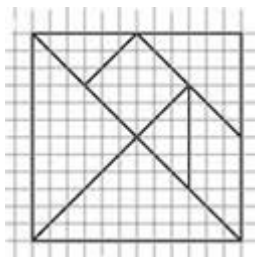


Inquiry based learning for cross-curricular integration

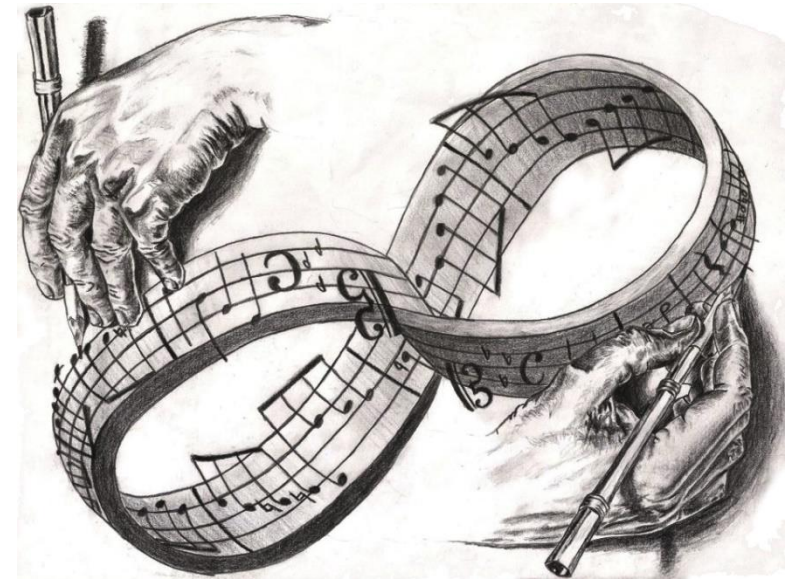
Evgenia (**Jenny**) Sendova

Institute of Mathematics and Informatics
Bulgarian Academy of Sciences

KUMP, 16-17 November 2016



From the IMI-BAS logo – to Escher and Bach



Johann Sebastian Bach Crab Canon on a Möbius Strip
<https://vimeo.com/69715960>

A mathematical notion in various
contexts

Meaning

Symmetry

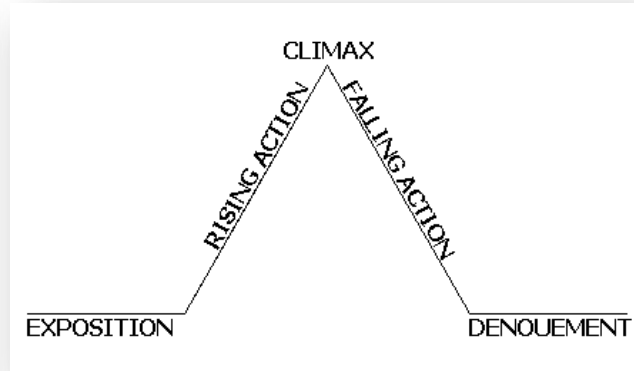
syn [common] + *metros*
[measure]

Somernost

agreement in dimensions,
the same measure



Various interpretations



$$M(x; y) \xrightarrow{S_{0x}} M'(x'; y')$$

$$x' = x$$

$$y' = -y$$

Make a square
with your body

Some solutions from yesterday



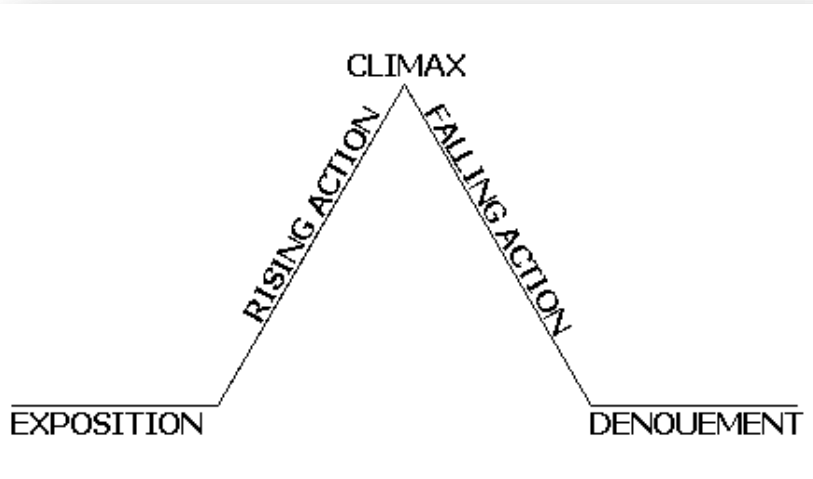
What more?



Dr. Schaffer and Mr. Stern Dance Ensemble

<https://www.youtube.com/watch?v=aVsZdx7cTjc>

In the literature



OKO
COC
МАДАМ

上海自来水来自海上

PERICA REŽE RACI REP

mene tu ni minute nema.

On žuri, onda govori sirovo, gadno i ružno.

ESOPE RESTE ICI ET SE REPOSE

-- MADAM I'M ADAM

-- EVE

ΣΟΣΗ ΜΑΣ ΑΜΕΣΟΣ

YOU CAN CAGE A SWALLOW, CAN'T YOU BUT
YOU CAN'T SWALLOW A CAGE, CAN YOU

TWO BEAUTIFUL EYES

Две хубави очи. Душата на дете
в две хубави очи; - музика - лъчи
Не искат и не обещават те...

Душата ми се моли,
дете,
душата ми се моли!

Страсти и неволи
ще хвърлят утре върху тях
булото на срам и грях.

Булото на срам и грях -
не ще го хвърлят върху тях
страсти и неволи.

Душата ми се моли,
дете,
душата ми се моли...

Не искат и не обещават те! -
Две хубави очи. Музика, лъчи
в две хубави очи. Душата на дете...

In music

The image displays two musical staves. The top staff shows a melody in treble clef, 3/4 time, with a key signature of one sharp (F#). The bottom staff shows the same melody written in reverse order, labeled "al roverso". A large bracket connects the two staves, indicating the retrograde transformation.

All congruence transformations in musical space

The image shows two staves of music. A vertical dashed line is drawn between the two staves, representing a vertical axis of reflection. The notes on the right side of the first staff are mirrored across this axis to the left side of the second staff.

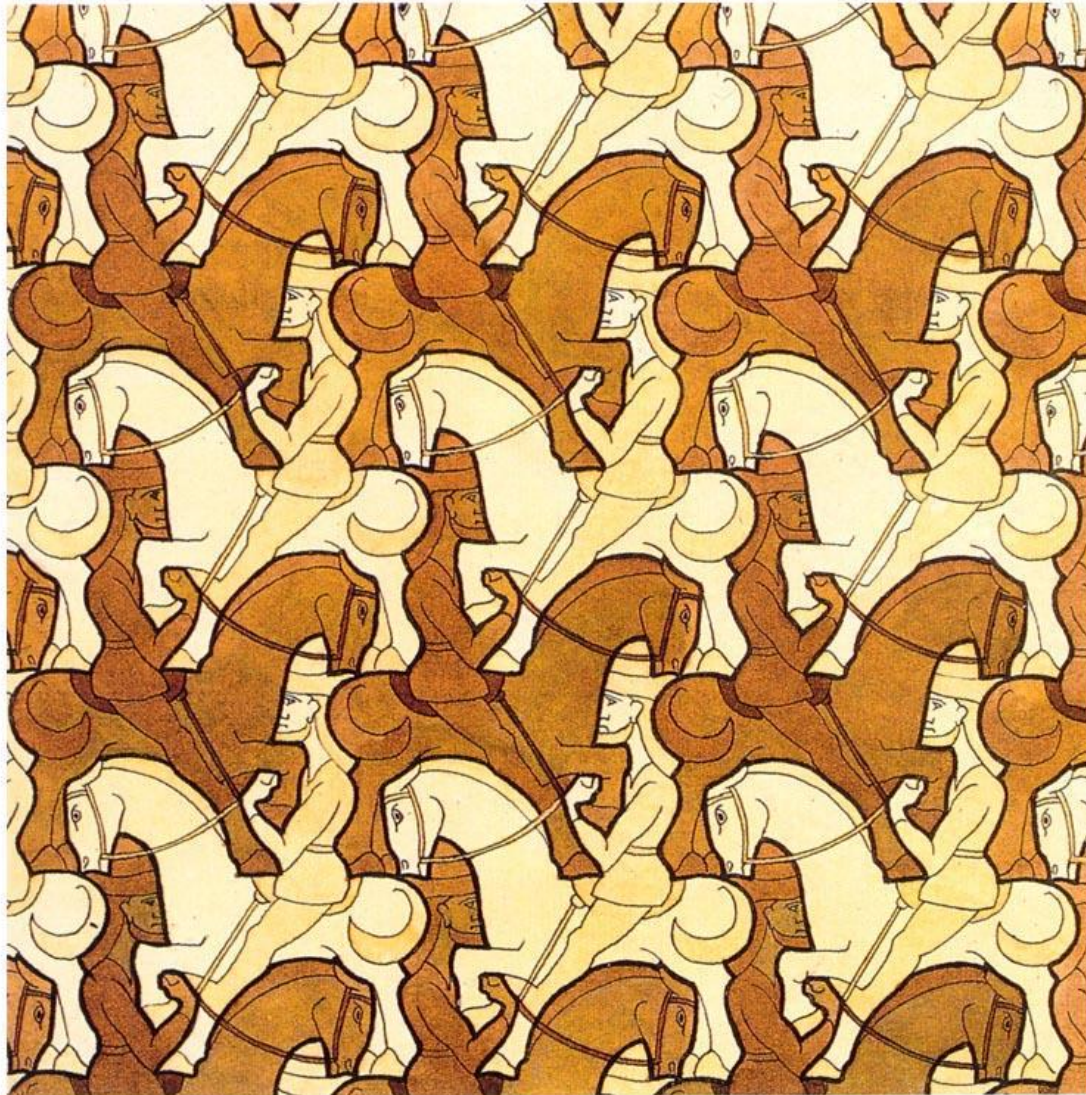
The image shows two staves of music. Arrows indicate a horizontal translation of the notes from the first staff to the second staff, showing a shift in pitch.

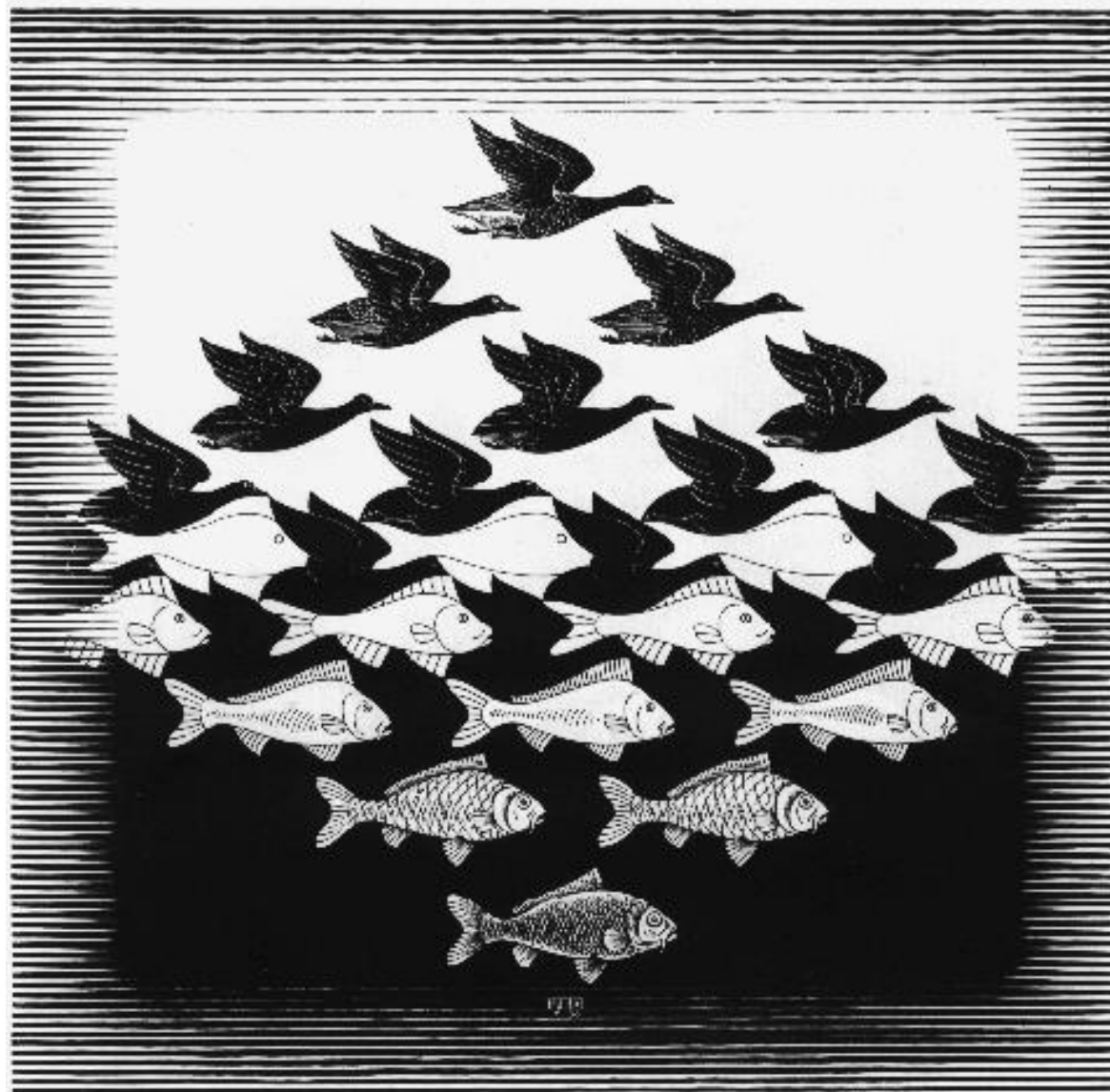
The image shows two staves of music. A horizontal dashed line is drawn between the two staves, representing a horizontal axis of reflection. The notes on the top staff are mirrored across this axis to the bottom staff.

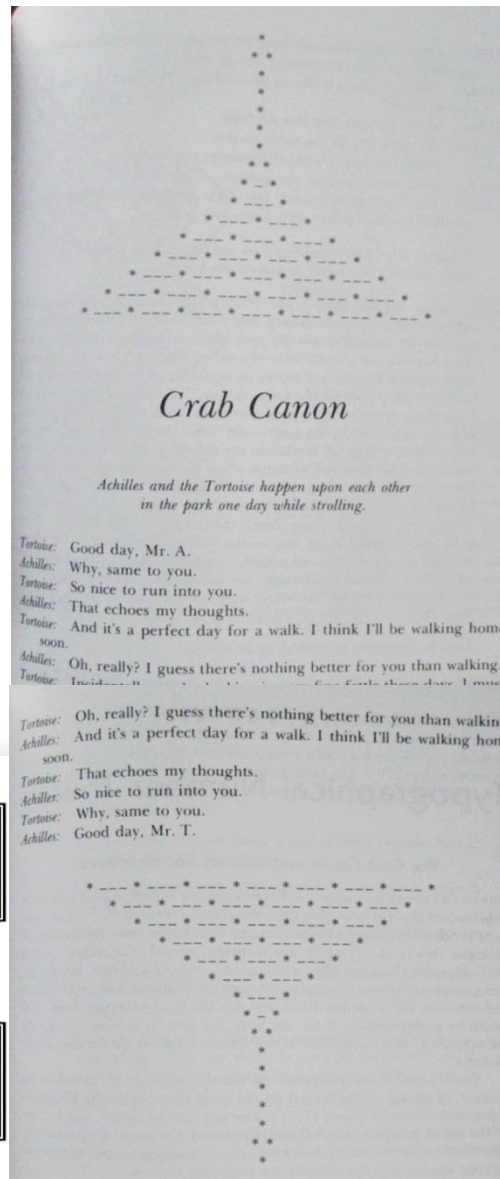
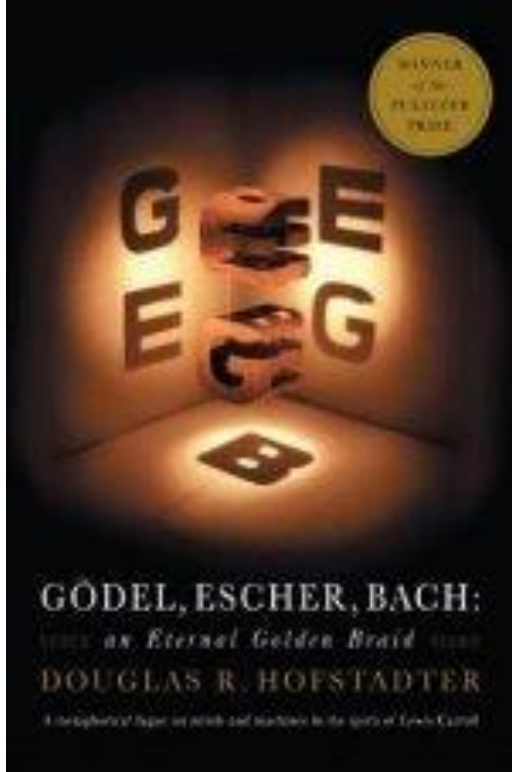
Symmetry at the stage



In art







CRAB CANON JSB



CRAB CANON JSB

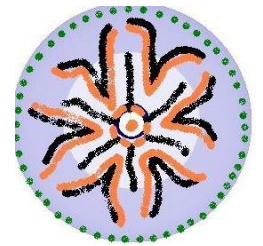
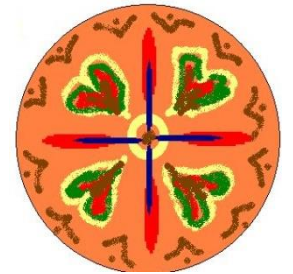


Congruences and design





Designs in *Troyan drop* style



Symmetry around us



Symmetry is one of the ideas by which man through the ages has tried to comprehend and create order, beauty, and perfection.

Hermann Weyl

Beauty vs symmetry



How to make the cross-curricular
integration and IBL work?

Vem, da ne
vem niyuo



Vem, da ne
vem niyuo



Vem, da ne
vem niyuo





What do we call
innovations?

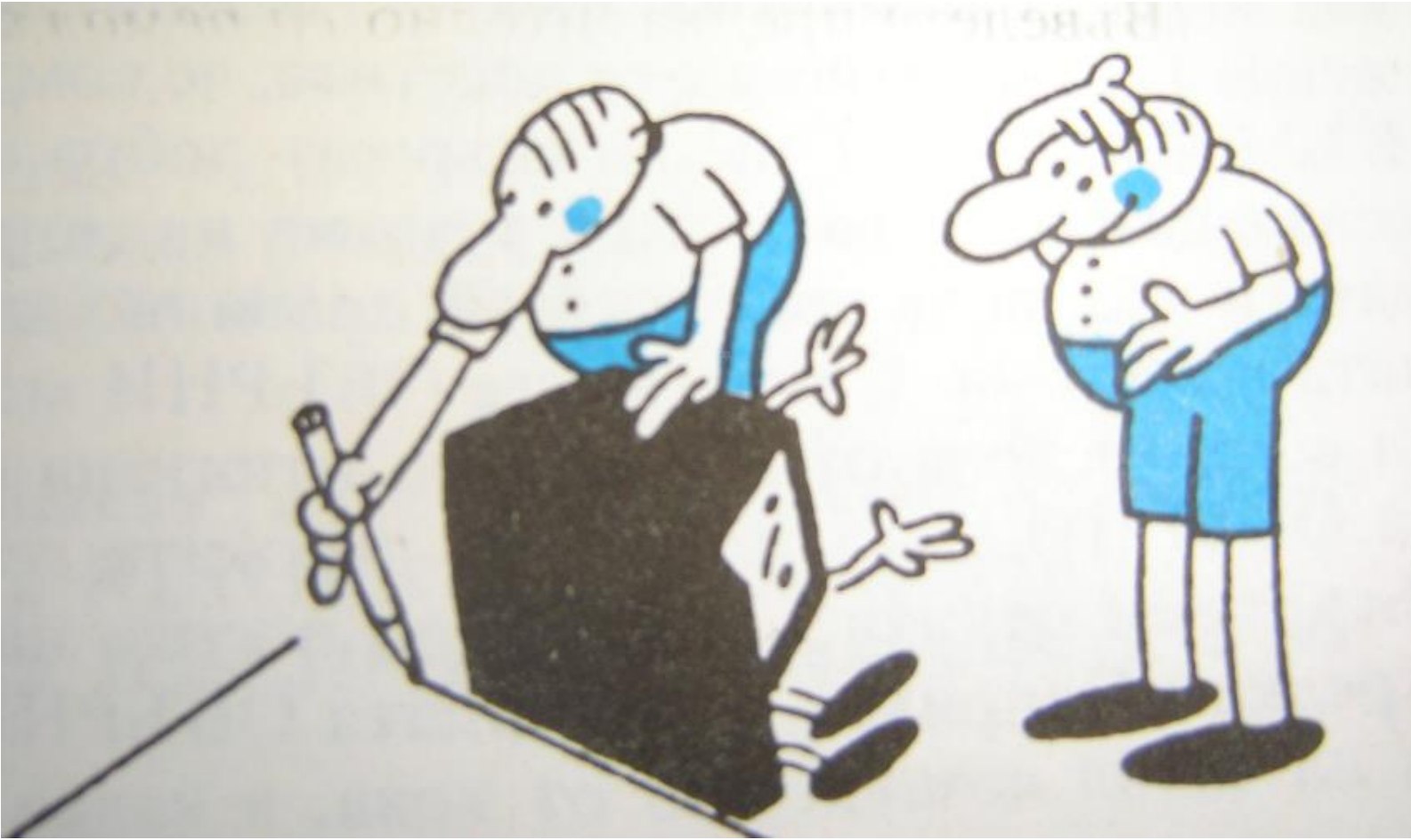


Pre-computer era

- Draw a triangle...



Draw a triangle with a computer!





šola



The small difference between the scientist and the student – how they react to questions whose answer they don't know



Environments where the students could discover their own America!



The Research Group on Education Experiment – 1978-1999

- Learning by doing
- Integrating school subjects

In the primary school

- playing educational games
- coding and decoding 'secret' texts
- solving math puzzles
- writing compositions by using word and picture editors



In the junior-high school



кодиране
кодирование
coding

декодиране
декодирование
decoding

двоична дума
двоичное слово
binary word

секретно съобщение
секретное сообщение
secret message

33. КОДИРАНЕ НА ИНФОРМАЦИЯ - Есперанто за компютри

Когато *казваме* на компютъра нещо на езика ЛОГО, информацията автоматично се превежда (кодира) на машинен език. Обратно, когато компютърът ни съобщава нещо, информацията автоматично се превежда (декодира) от машинен на разбираем за нас език.

Макар всички компютри да използват азбука от два знака - 0 и 1, техните машинни езици може да се различават. Това значи, че е възможно различни компютри да *разбират* една и съща двоична дума по различен начин. Стремехът на специалистите днес е да създадат езици за програмиране, които да бъдат разбираеми за всички компютри, т.е. да бъдат нещо като *есперанто за компютри*. Такива езици са Алгол, Фортран, Бейсик, ПЛ/1, Паскал, Ада.

Числовият код на даден знак се получава чрез операцията ASCII, която вече срещнахме. Например:

```
PRINT ASCII "A"  
65
```

Тук 65 е числовият код на А, записан в десетична позиционна система. В действителност компютърът работи с двоичния код на този знак. Той може да се получи чрез операцията CONVERT:

```
PRINT CONVERT 65 2  
1000001
```

Числовият код на латинските букви отразява азбучния им ред.

Обикновено компютрите използват двоични думи с еднаква дължина. Много микрокомпютри работят с двоични думи, дълги осем знака.

До кодиране на информацията прибегваме най-често в два случая:

- когато се стремим да я направим достъпна (в нашия случай - за компютъра) и

- когато искаме да я направим недостъпна за всички освен за тесен кръг избрани от нас хора. (Разбира се, за да декодираме някакво съобщение в този случай, без да знаем ключа за декодиране, трябва да сме съобразителни поне като Шерлок Холмс ...)

За кодиране и за декодиране на секретни съобщения може да се използва и ЛОГО:

```
TO SECRET :TEXT  
IF :TEXT = " THEN OUTPUT "  
MAKE "SYMB FIRST :TEXT  
MAKE "CODE(ASCII :SYMB)-7  
MAKE "NEW.SYMB CHAR :CODE  
OUTPUT WORD :NEW.SYMB  
SECRET BUTFIRST :TEXT
```

```
END  
TO DECODE :TEXT  
IF :TEXT = " THEN OUTPUT "  
MAKE "SYMB FIRST :TEXT  
MAKE "CODE(ASCII :SYMB)+7  
MAKE "NEW.SYMB CHAR :CODE  
OUTPUT WORD :NEW.SYMB  
DECODE BUTFIRST :TEXT
```

Посредством операцията SECRET числовият код на знаковете от даден текст се намалява със седем, а чрез операцията DECODE измененият числов код на знаковете се възстановява. Да кодираме изречението: *Come on Sunday.*

```
PRINT SECRET "COME  
<HF>  
PRINT SECRET "ON  
HG  
PRINT SECRET "SUNDAY.  
LNG=:R'
```

Получаваме кодирания текст: <HF> HG LNG=:R' Съобщението може да се възстанови по следния начин:

```
PRINT DECODE "<HF>  
COME  
PRINT DECODE "HG  
ON  
PRINT DECODE "LNG=:R'  
SUNDAY.
```

Информация кодируют тогда, когда надо сделать ее доступной (например, для компьютера), или, наоборот, когда хотят сделать ее недоступной для всех, кроме избранного круга лиц. Для кодирования и декодирования информации можно использовать и компьютер. Когда мы что-то сообщаем компьютеру на языке ЛОГО, информация автоматически переводится на машинный язык, то есть она кодируется для компьютера. Обратно, когда компьютер сообщает нам что-то, информация автоматически переводится с машинного языка на понятный нам язык, то есть информация декодируется.

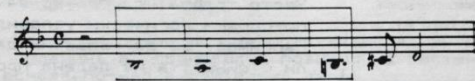
We encode information either when we want to make it accessible (e.g., for the computer) or conversely, when we want to make it inaccessible to any but a limited group of people.

For encoding or decoding information the computer can be used too. When we say something to the computer in LOGO, the information is automatically translated (encoded) into the machine language. Vice versa, when the computer sends its message to us, the information is automatically translated from the machine language into a language that we understand. Thus the information is decoded.

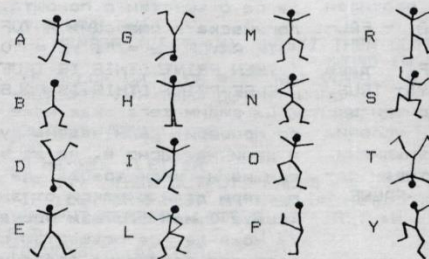
1. Редактирайте операцията SECRET и DECODE, като въведете втори параметър, който да задава изместването на числовия код.

2. Ако по невнимание сте кодирали някакъв текст с операцията DECODE, как ще го декодирате? Дайте примери.

3. В дадения по-долу музикален фрагмент велик композитор е кодирал името си. Можете ли да познаете кой е той?



4. В един от разказите за Шерлок Холмс героят разгадава код, в който всяка буква се кодира с определена поза на танцуващо човече. Ето кода на някои букви:



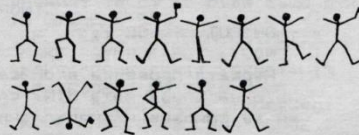
Декодирайте дадения по-долу текст



и го илюстрирайте с анимация.

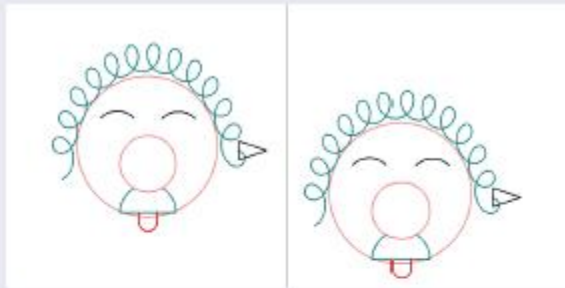
5. Кодирайте съобщението SOS с кода танцуващо човече и го илюстрирайте с анимация.

6. Едно съобщение, което Шерлок Холмс кодира с кода танцуващо човече (вж. зад.4.), изглежда така:

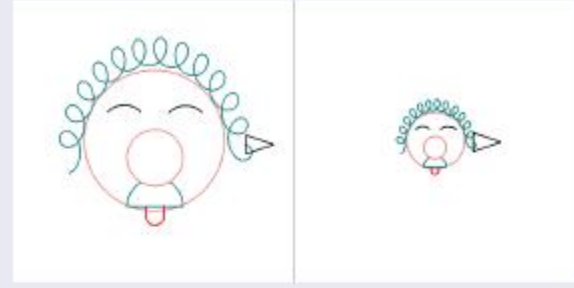


Знаменцата служат за разделители на думите. Декодирайте това съобщение, въпреки че има непознат знак. Илюстрирайте част от текста с анимация.

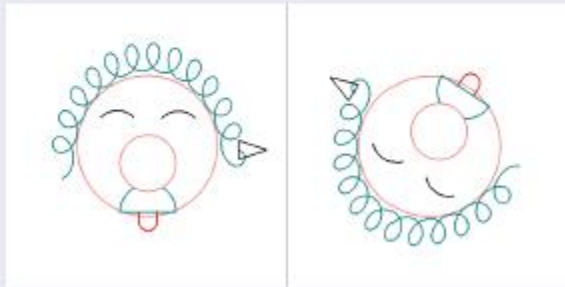
What are these transformations?



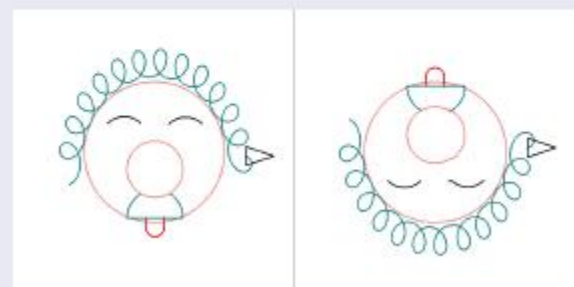
Translation



Uniform scaling

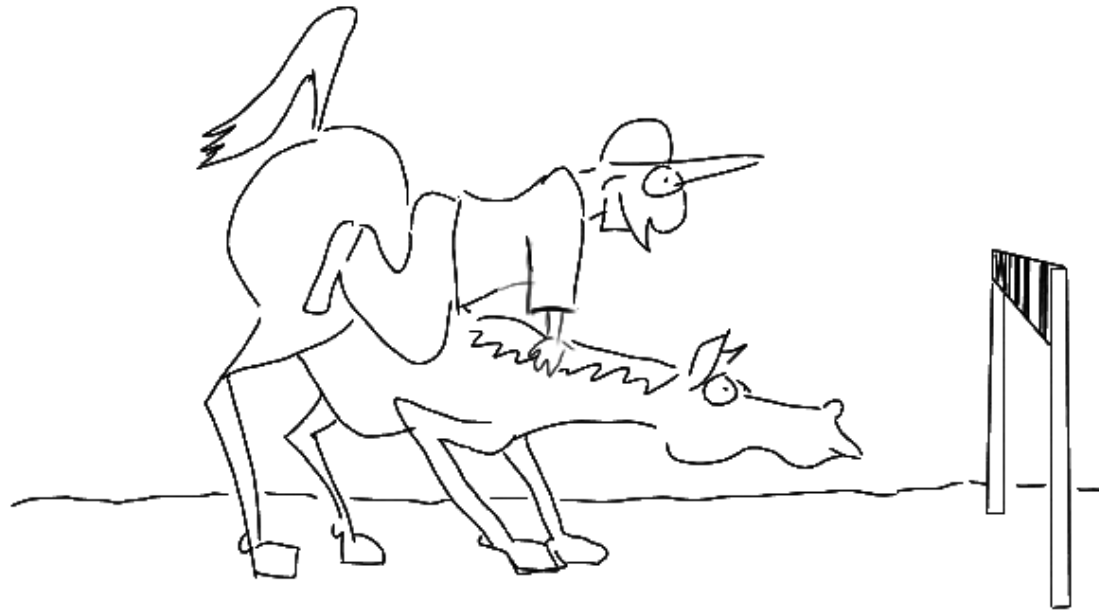


Rotation



Reflection

What did the project leader think?

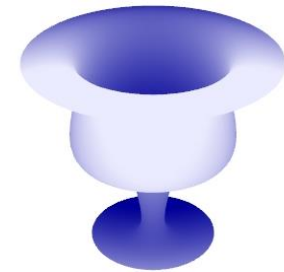
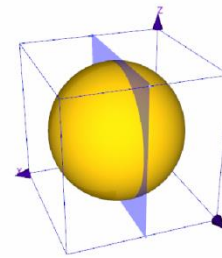
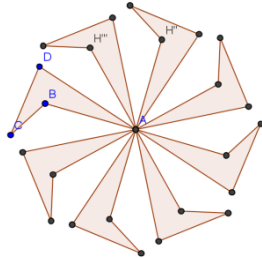
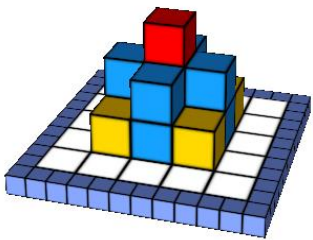
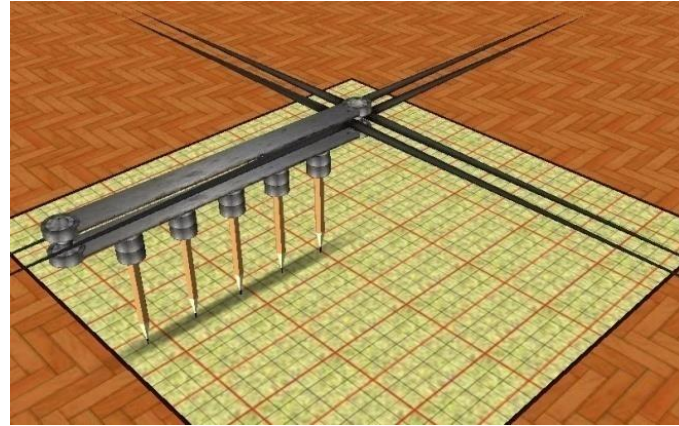
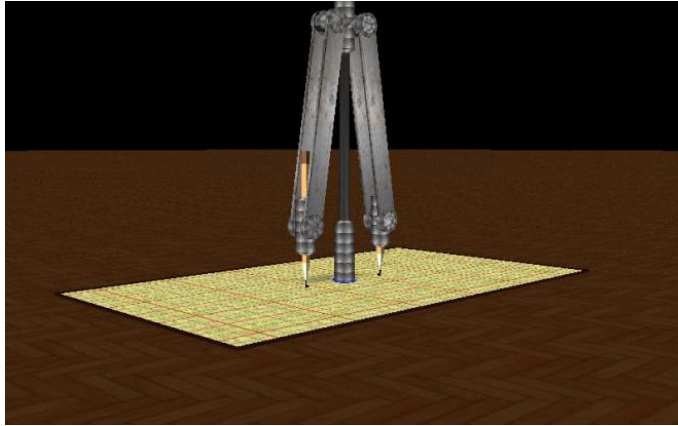


Ideas that outlasted the RGE experiment and were reborn in EU projects

- IT are a tool, a means of expressing oneself, not an object of education
- Learning by doing – the students construct something, which is meaningful to them and could be shared



Virtual mechanisms



Elica-Logo

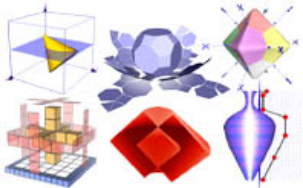
Elica DALEST Applications - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

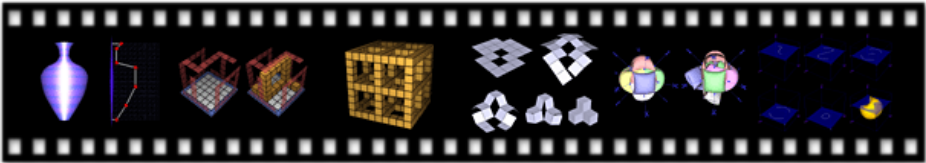
Back Forward Stop Home Search Favorites Refresh Mail Print Mail Print Mail Print

Address <http://www.elica.net/site/download/dalest/dalest.html> Go Links

Canon Easy-WebPrint Print High Speed Print Preview C Google Go Settings



dalest applications



click on a thumbnail to open it in a new window

[download](#) Download this Elica applicaitons for free

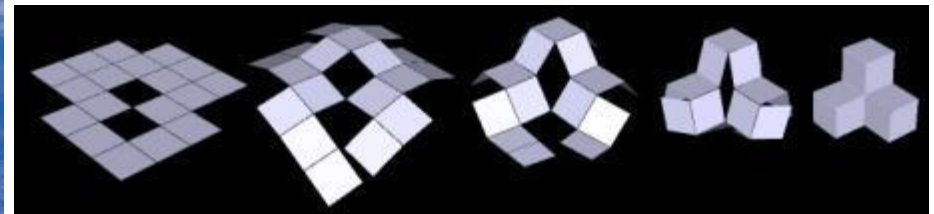
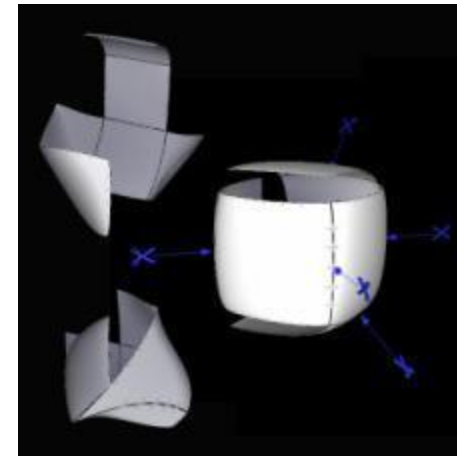
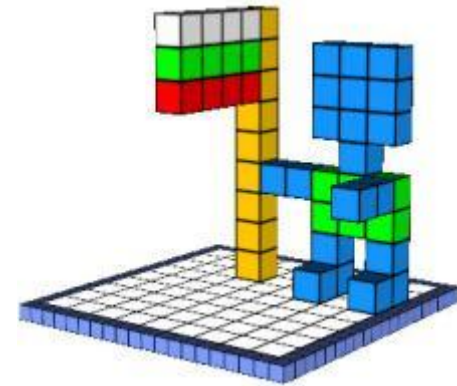
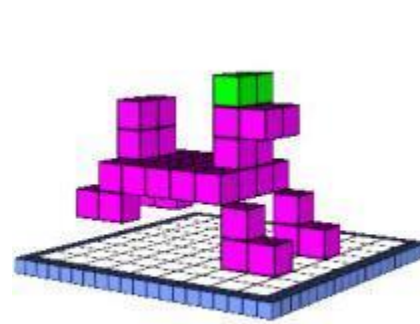
The DALEST Project
For the last 15 years dynamic geometry software have been increasingly used for teaching geometry; however it is not suitable for teaching stereometry in middle schools in a creative and explorative way. DALEST stands for **Developing Active Learning Environment for Stereometry**. Partners in the

[Bottle Design](#)

[Cubix](#)

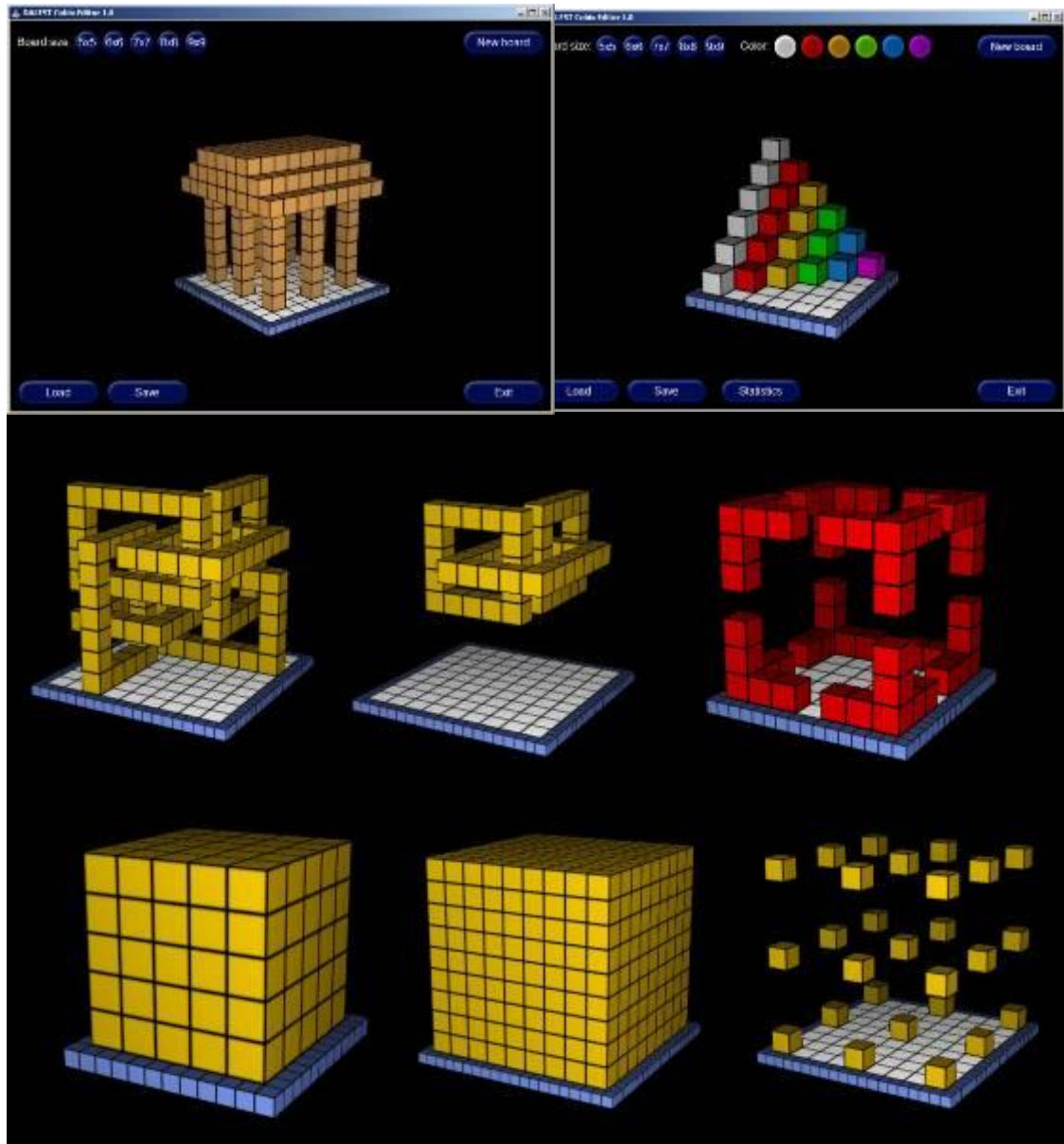
Start stail New Folder My Computer Elica DALEST Applicat... EN Internet 10:26

DALEST - enhancing the 3D imagination

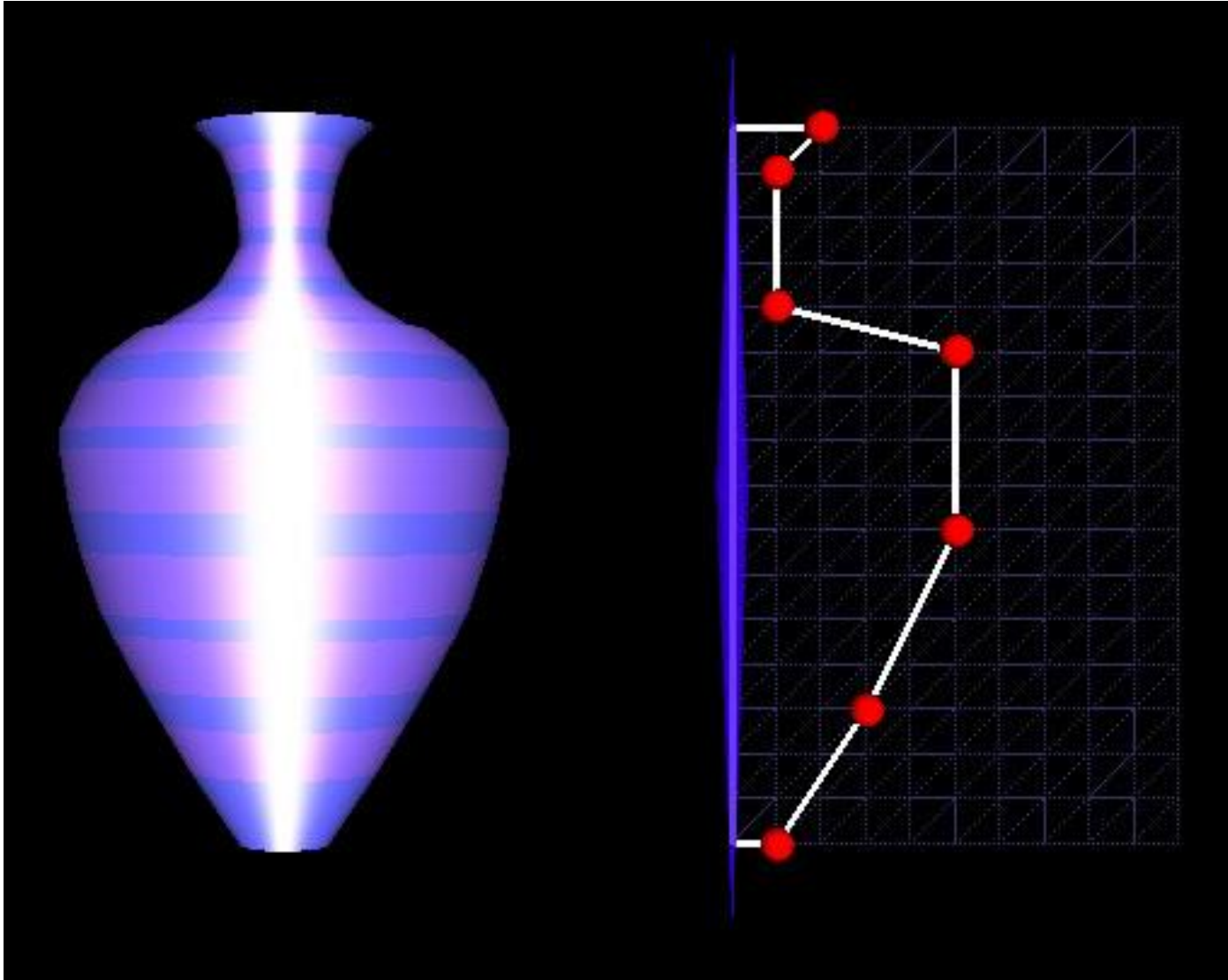


Cubix Editor

Calculating the volume and the surface of cubical constructions

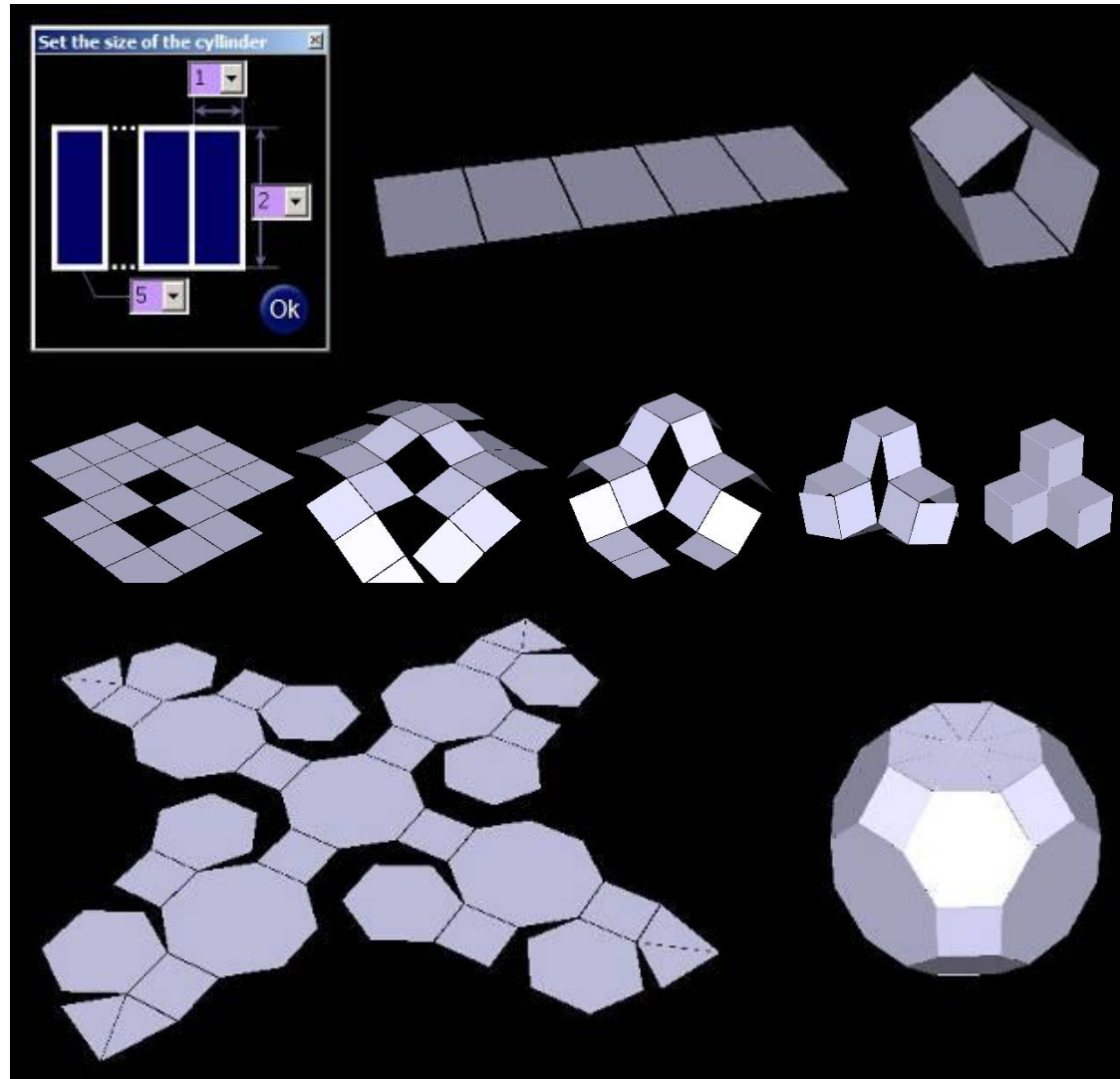


Modeling rotational solids

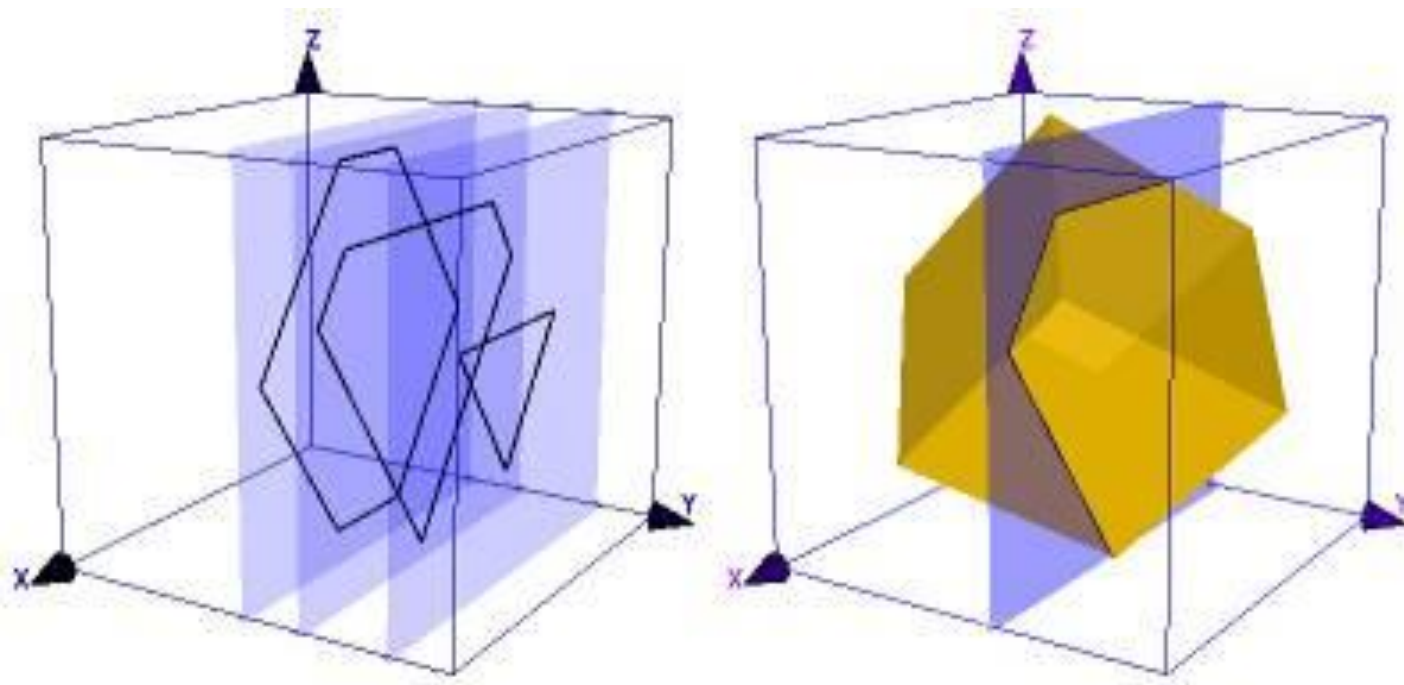


Origami Nets

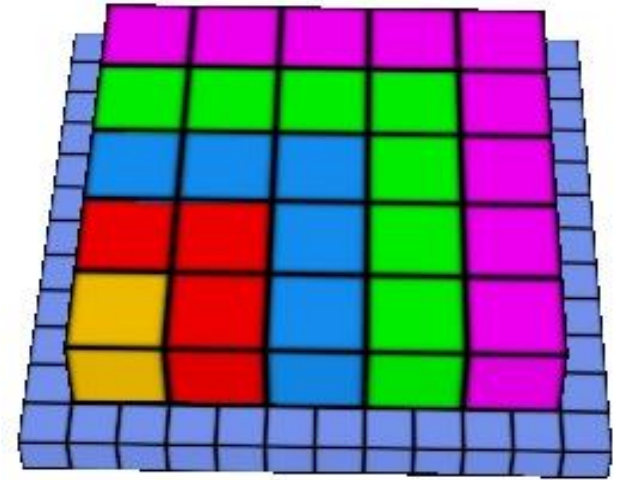
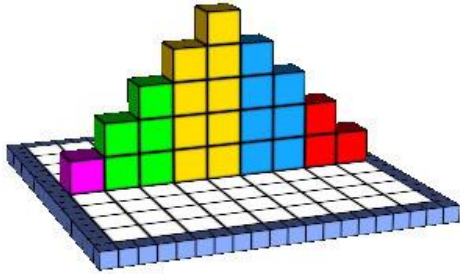
Constructing nets of solids



*If a cubical meteorite passes through Flatland
how the poor Flatlanders might observe this
astronomical catastrophe?*



Finding meaningful interpretations



$1+3=4$, $4+5=9$... or

Every number squared is equal to the next square minus $2k+1$, the bigger the number, the bigger k .

Or

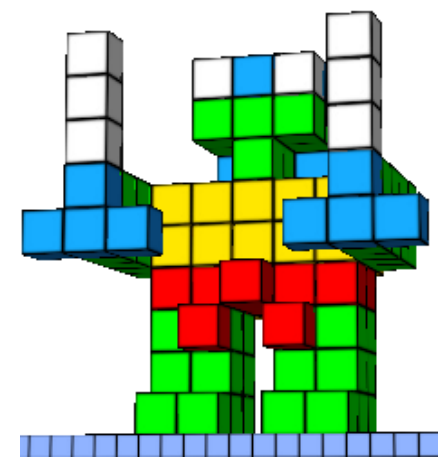
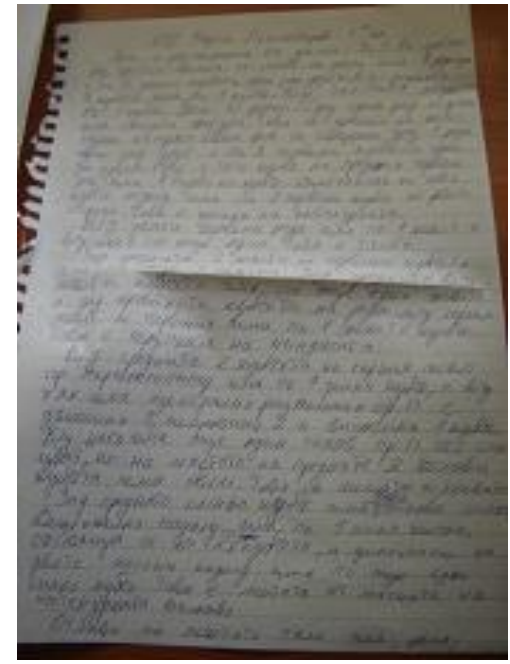
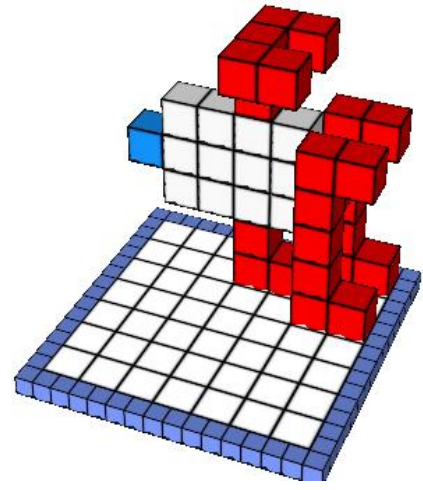
$$n + a^2 = (a+1)^2$$

where $n = 2a-1$, or

$$2a + 1 + a^2 = (a+1)^2$$

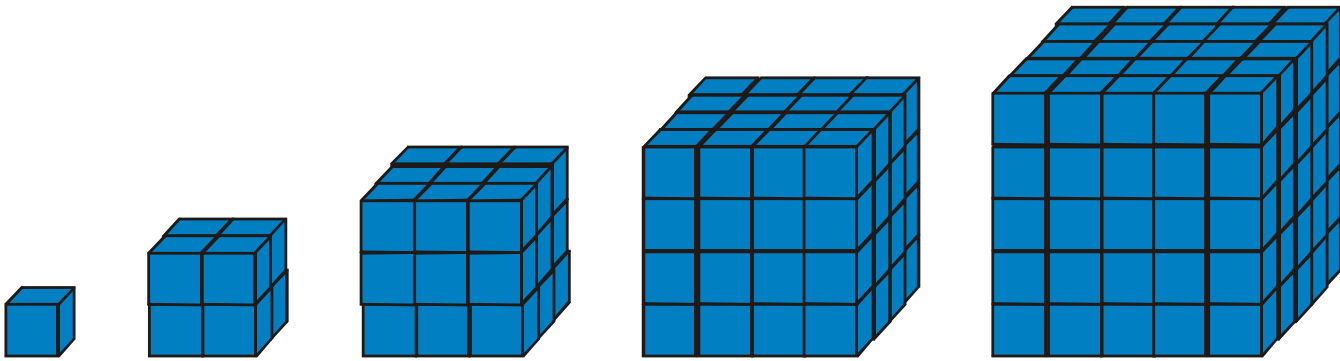
DALEST

Discovering 4D and top-down construction

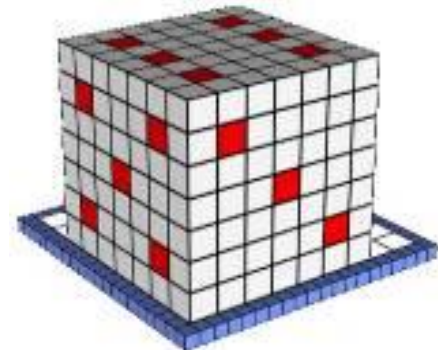
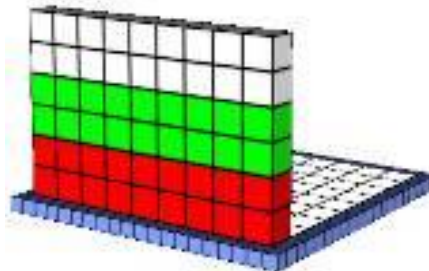
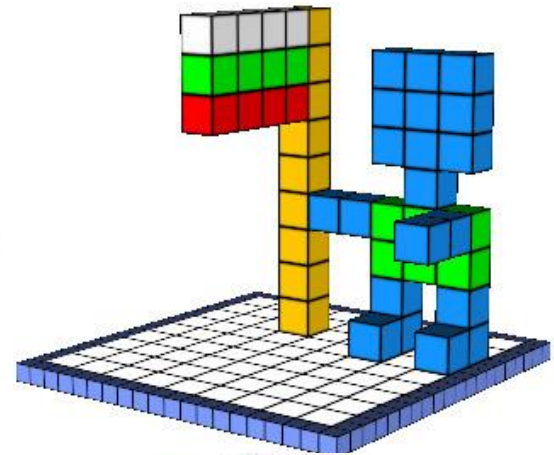
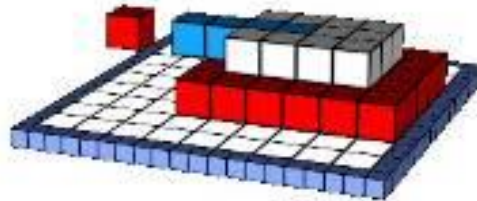
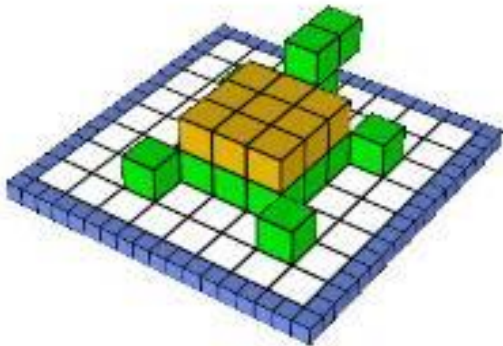
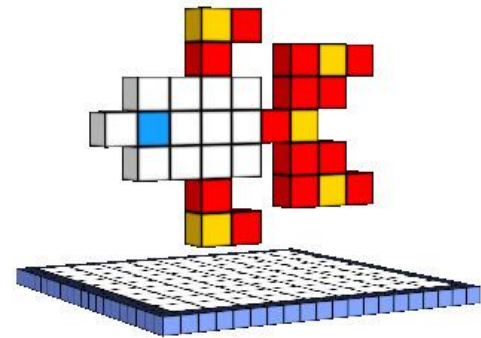
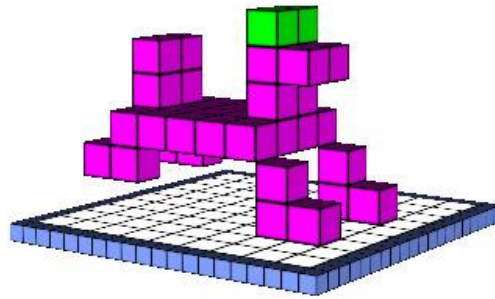
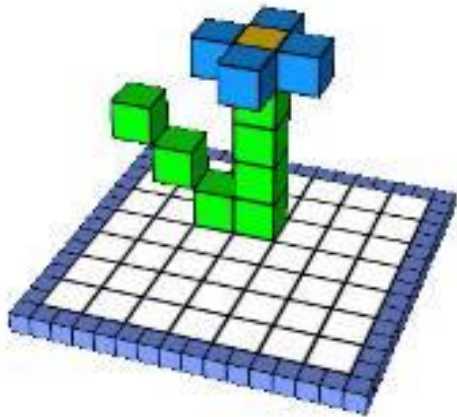


Exploring relationships between numbers and geometrical figures

- Find the volume of the cubes below. Predict the number in 20th place of the sequence.



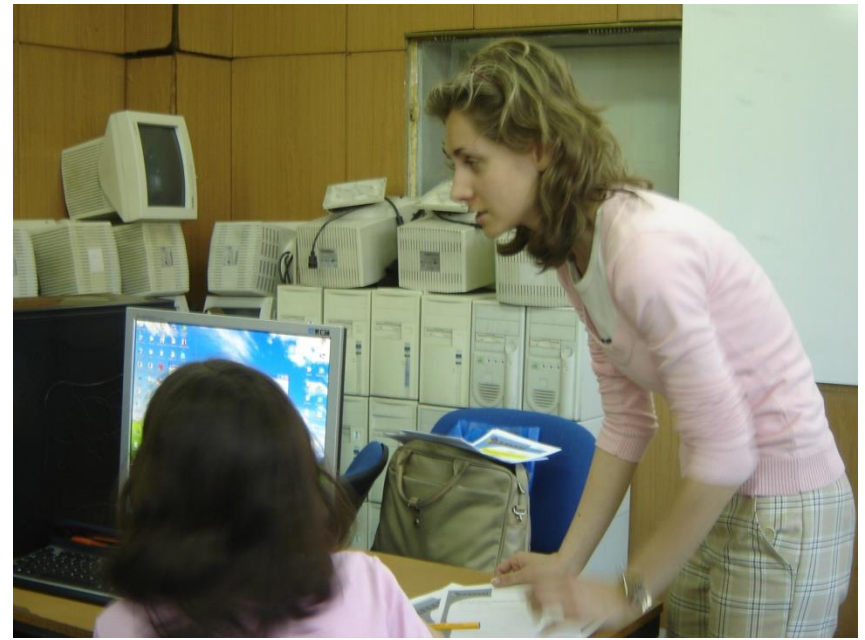
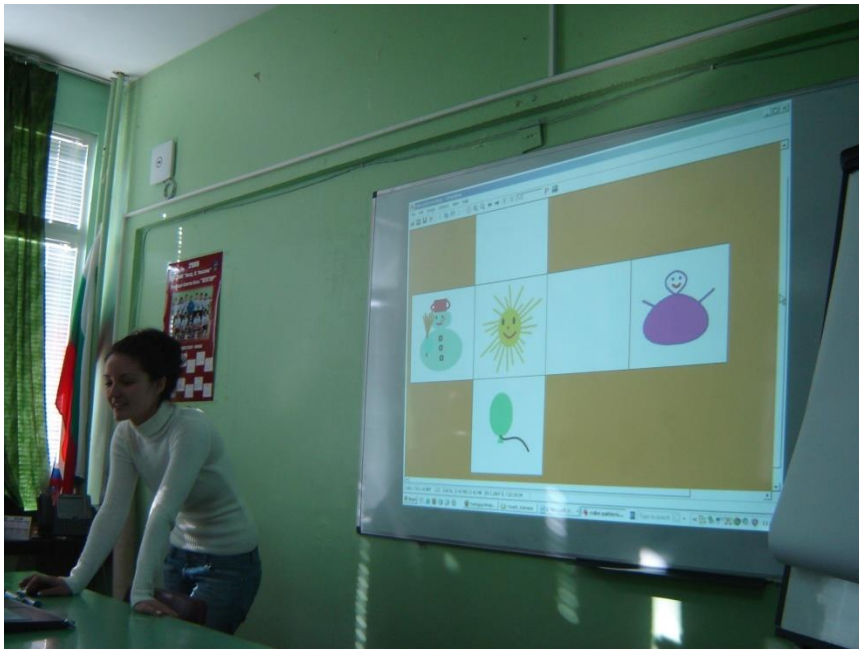
Free style constructions





<http://www.elica.net>







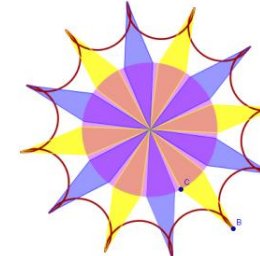
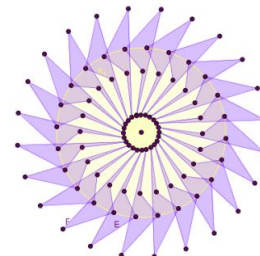
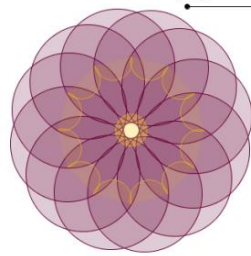
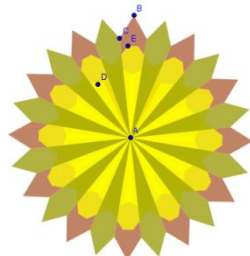
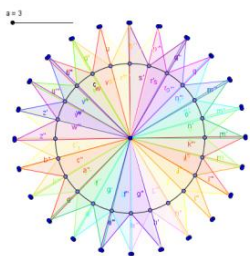
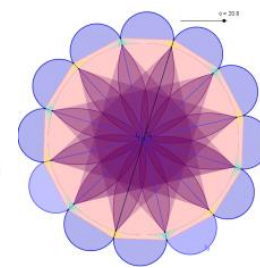
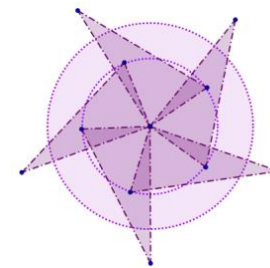
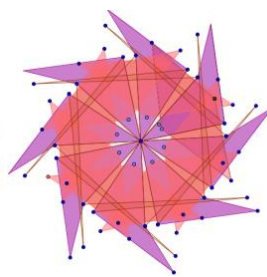
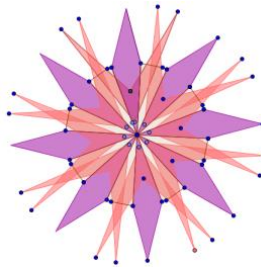
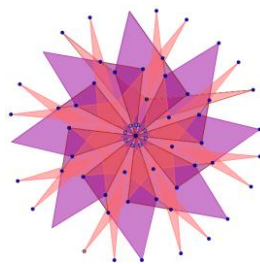
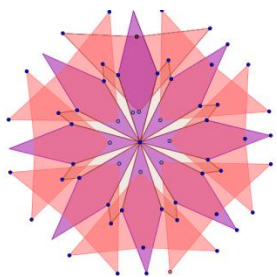
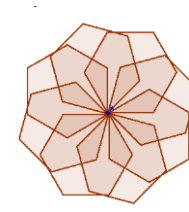




***According to
your own image and likeness...***



Design of wood-carved ceilings



Developing educational scenarios

- Goal
- Problem formulated as a challenge
- System of problems
- Reflection

DALEST

Развий въображението си с развивки на куб

Цел: Тук ще откриеш и конструираш развивка на куб. За целта можеш да използваш програмата *Създавай* (2D фигури *Алгеб*).

Предизвикателство

Коя от четирите хартиени форми не можеш да използваш за опакване на кубче, ако никога право на разрязване? Защо?



DALEST


DALEST

Действуй с 3D

Построй модел на фигурите с помощта на програмата *Създавай*.

За да построиш фигурата от шаблон:

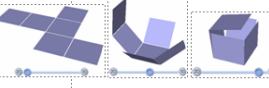
- избери шаблон от менюто от фигури
- посочи с мишката до коя от страните му да се да се добави следващ шаблон
- продължи до получаване на исканата фигура.



За да сгинеш фигурата:

- избери бутон 2D
- посочи шаблоните, които да се наплати
- различни ъгли не могат да бъдат (например 90)

За да наблюдаваш ефекта на сгиване, използвай ползачка между бутоните 2D и 3D.

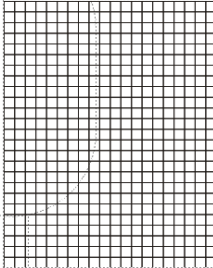


DALEST

DALEST

Варианти

Задача: Построй пет различни развивки на куб. Използай *Създавай* за проверка на решението си.




DALEST

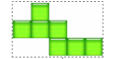
DALEST

Вдигаме летвата


Задача: Дължини фигурата с един шаблон така, че да се получи развивка на куб. Използай *Създавай* за проверка на решението си.




Задача: Отсрани от фигурата един шаблон така, че да се получи развивка на куб.



Задача: Премести един от шаблоните от едно място на друго така, че да се получи развивка на куб.



Задача: Постави сивия рибя, по който може да се разреже кубът, за да се получи посочената развивка?



Упътване: Тук вече е добре малко да загравя, като поиграеш с две нови програми—*Нарязки* и *Използваният Общник*!

DALEST

DALEST

Наличи писмо до приятел, в което:

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи. Състави от теб.

Text Box

DALEST

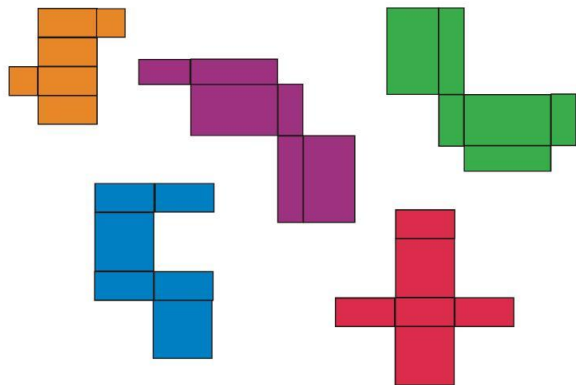
Развивка на правоъгълен паралелепипед

Тук ще откриваш и конструираш развивка на правоъгълен паралелепипед.

Въведение

Коя от фигурите не е развивка на правоъгълен паралелепипед?

1

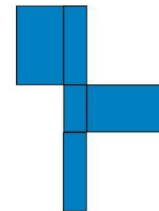


Построй пет различни развивки на правоъгълен паралелепипед с измерения 1 см, 2 см, 3 см. Като използваш DALEST Origami Nets software, провери верността на решението.

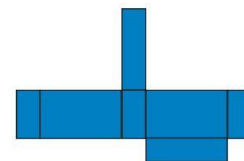
Вариации

2

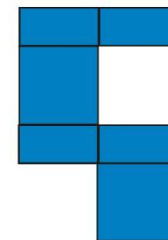
Допълни фигурата с един правоъгълник, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед. Използвай DALEST Origami Nets software за проверка на решението. Състави аналогична задача за куб.



Отстрани от фигурата един правоъгълник, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед. Използвай DALEST Origami Nets software за проверка на решението. Състави аналогична задача за куб.



Премести един от правоъгълниците от едно място на друго, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед. Използвай DALEST Origami Nets software за проверка на решението. Състави аналогична задача за куб.



Ваза на богатството

ЦЕЛ:

Тук ще се научиш да моделираш съдове с помощта на програмите *Math Wheel* и *Bottle Design*.

Въведение

1 *Вазата на богатството* е красив съд, в който се слагат скъпоценни камъни, билки и различни символи за привличане на късмета в древното учение Фън Шуй. Най-удачната форма е с широко гърло, което преминава в потясна шийка, а надолу обемът нараства. Идеята е ценностите, които слагат в нея, да влизат лесно, но да излизат трудно.

Разгледай снимките на няколко вази на богатството и направи собствен модел.



Dalest

2

Exploration

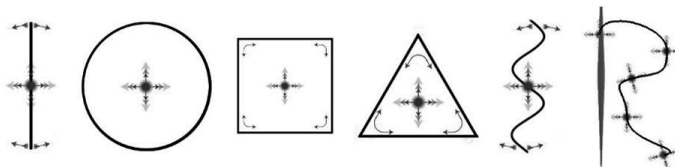


Дори на опитните грънчари е трудно да осигурят симетрията при създаване на модел на ваза. Затова те рисуват само едната половина — използват въображението си и знанието за симетрията след завъртане на грънчарското колело.

Можеш да се упражняваш на ръка да съставяш модели — ще развиеш графичните си умения, но можете да използваш *Math Wheel* за решаване на задачата.

Можеш:

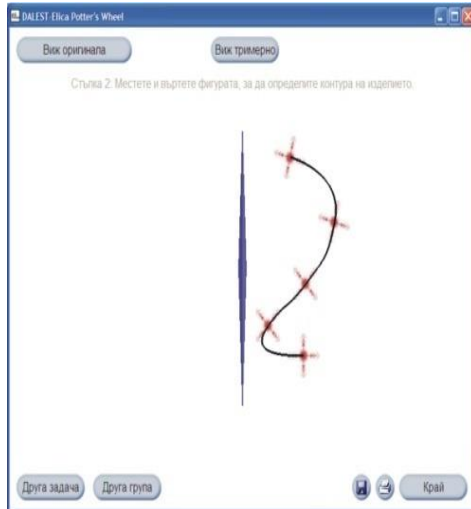
- Да избереш една от посочените по-долу 5 фигури (отсечка, кръг, квадрат, триъгълник и крива), която да преместиш и завъртиш по избран от тебе начин в равнината на оста, след което да видиш резултата от завъртането на фигурата около оста в пространството.
- Да избереш *свободен стил* на моделиране, при който да разположиш дадените точки по избран от тебе начин и да видиш резултата след завъртане на изобразената линия около оста



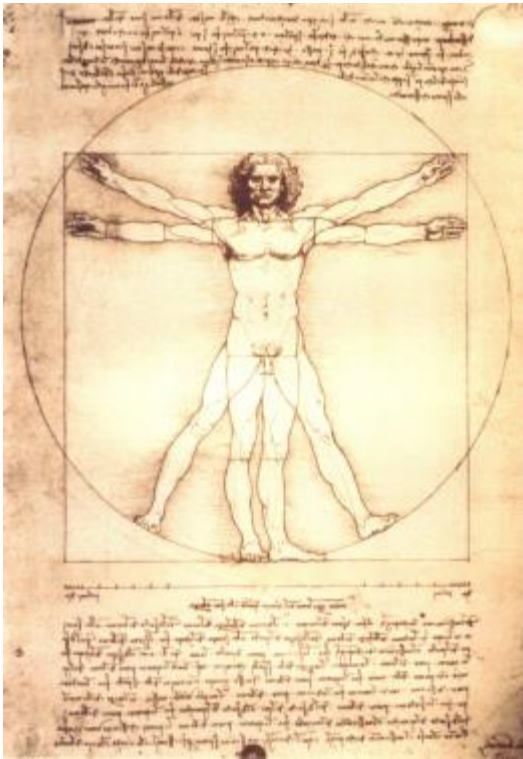
DALEST



Rotational artefacts



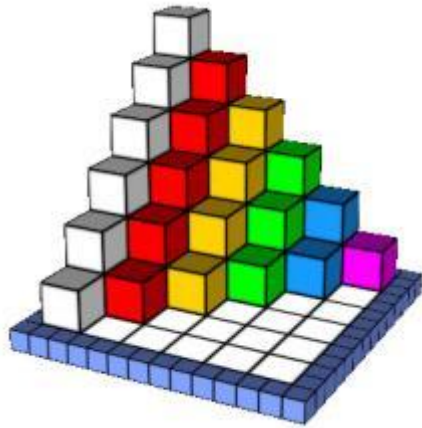
Leonardo's code



Tessellations with a clown face



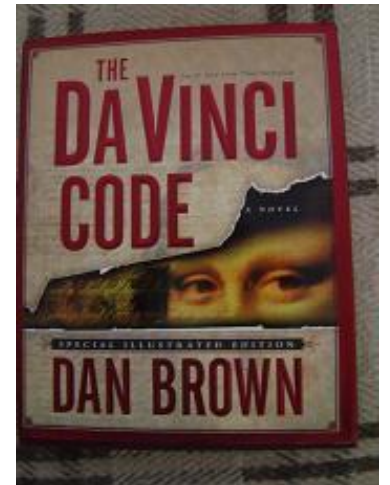
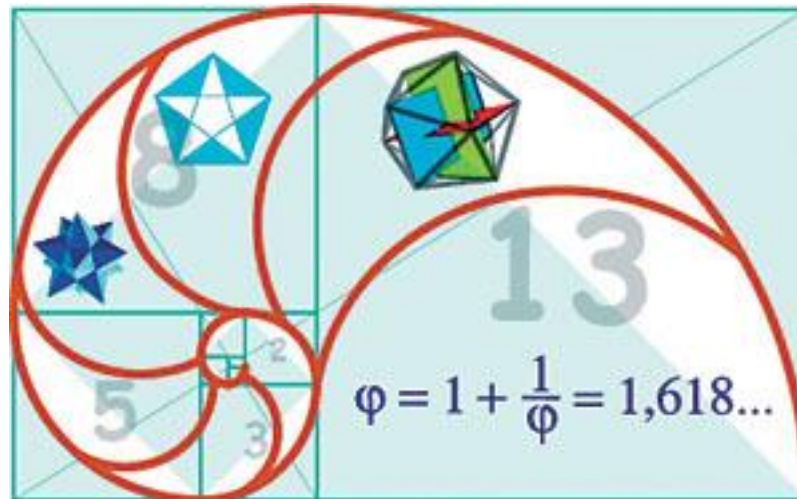
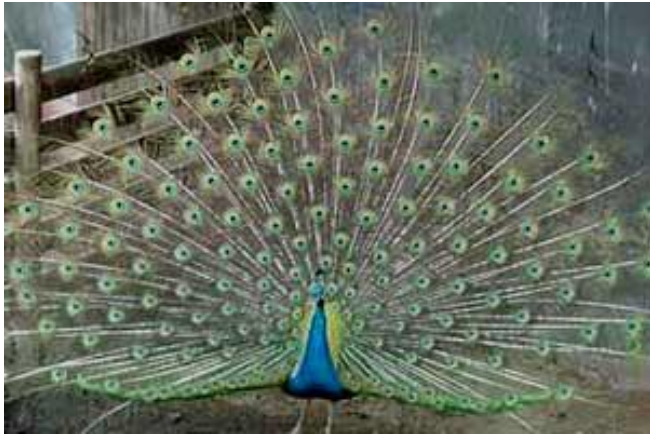
Modelling, maths and art



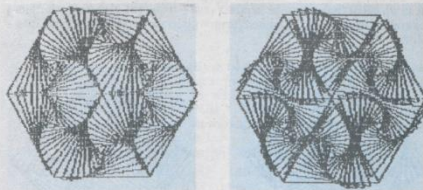
Направи кубични конструкции в стила на художника Вазарели с помощта на виртуалния конструктор.

Най-малко от колко кубчета може да се направи конструкцията?





Да изпълним ТР. МОЗАЙКА с различни входове:



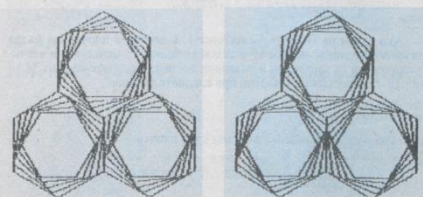
Фиг. 38.20

Фиг. 38.21

Аналогично можем да получим и шестоъгълни плочки:

ЗА ШЕСТ. МОЗАЙКА :R :ИЗМ :ВР :ЪГЪЛ :ПОСОКА
ПОВТОРИ 3 [ВДИГНИ НАПРЕД :R СПУСНИ
ЗАВЪРТЕНИ 6 :R :ИЗМ :ВР :ЪГЪЛ
ВДИГНИ НАЗАД :R НАДЯСНО 120
НАПРАВИ *ЪГЪЛ :ЪГЪЛ * :ПОСОКА]
КРАЙ

Да направим няколко мостри на шестоъгълни плочки:



Фиг. 38.22

Фиг. 38.23

Забележете ефекта, когато сменяме алтернативно посоката на завъртане.

Упътване: 1. Следните композиции са от Фиг. 38.26. Изберете най-характерните повтореници елементи и се опитайте да ги моделирате с помощта на процедури на Лого. Експериментирайте, като ги разполагате: а) във върховете на различни решетки от точки върху екрана, б) в случайно избрани точки върху екрана.



Фиг. 38.26

39. КОМПЮТЪРНА БРОДЕРИЯ

1. Поколения от подобни правилни N-ъгълници

Задачата, която ще разглеждаме сега, е как да чертаем фигури от вида:



Фиг. 39.1

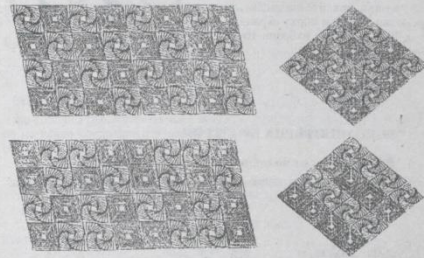
Общото за тях е, че се състоят от няколко поколения подобни правилни многоъгълници — едни правилни N-ъгълници с родни себеподобни N-ъгълници (разположени около върховете му), които от своя страна са с родни себеподобни N-ъгълници и т. н. В конкретните примери децата са по-малки от родителите. Формулировката на задачата ни подсказва да системно рекурсивно процедура (ще я наречем N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ). За целта ще реализираме процедурата ЦЕНТРАЛЕН.N.ЪГЪЛНИК по подходящ начин:

ЗА ЦЕНТРАЛЕН.N.ЪГЪЛНИК :N :R
ВДИГНИ НАПРЕД :R НАДЯСНО 90 * (:N + 2) / :N СПУСНИ
N.ЪГЪЛНИК :N 2 * :R * SIN 180 / :N
ВДИГНИ НАЛЯВО 90 * (:N + 2) / :N НАЗАД :R СПУСНИ
КРАЙ

загачи

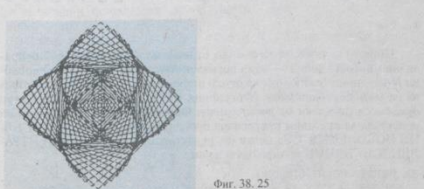
1. Изберете подходящи входове на процедурата ЦЕНТРАЛЕН.N.ЪГЪЛНИК, за да получите фигурите от 38.7 до 38.10.

2. Генерирайте мозайка от квадратни плочки, съставени от избрани от вас завъртени квадрати от типа на фиг. 38.24.



Фиг. 38.24

3. Получете мотиви от завъртени N-ъгълници, различаващи се само по посоката на завъртане, и ги наложете един върху друг на екрана:



Фиг. 38.25

4. Направете програма, с помощта на която компютърът да рисува в стил на Кандински.

Да определим след коя инструкция костенурката пристига във връх на N-ъгълника и да го отбележим със знака (**). Именно на това място трябва да вмъкнем инструкция за чертане на *максималните* на N-ъгълника, т.е. фигура от N-ъгълници, подобни на N-ъгълника-родител, с център върхосна връх и брой на поколенията, намален с единица.

Съобразяваме, че костенурката се намира във връх на N-ъгълника след изпълнение на инструкцията НАПРЕД :СТР в процедурата N.ЪГЪЛНИК:

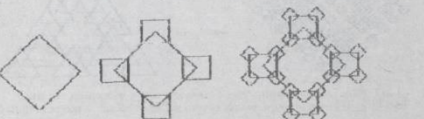
ЗА N.ЪГЪЛНИК :N :СТР
ПОВТОРИ :N [НАПРЕД :СТР (***) НАДЯСНО 360 / :N]
КРАЙ

Ще заместим тялото на N.ЪГЪЛНИК в процедурата ЦЕНТРАЛЕН.N.ЪГЪЛНИК, ще я преименуваме на N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ и ще добавим параметри за коефициента, с който ще променяме размера на всяко следващо поколение (КОЕФ), и за броя на поколенията (ПОК):

ЗА N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ :N :R :КОЕФ :ПОК
ВДИГНИ НАПРЕД :R НАДЯСНО 90 * (:N + 2) / :N СПУСНИ
ПОВТОРИ :N [НАПРЕД 2 * :R * SIN 180 / :N
N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ :N :R * КОЕ :КОЕФ :ПОК - 1
НАДЯСНО 360 / :N]
ВДИГНИ НАЛЯВО 90 * (:N + 2) / :N НАЗАД :R СПУСНИ
КРАЙ

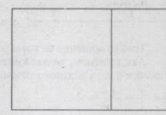
На мястото на (***) трябва да сложим рекурсивно обръщение към N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ с входове съответно :N, :R, :КОЕФ и :ПОК — 1. Освен това трябва да сложим *спирала* на процедурата (когато броят на поколенията стане равен на нула). Окончателната редакция изглежда така:

ЗА N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ :N :R :КОЕФ :ПОК
АКО :ПОК = 0 ТО СТОП
ВДИГНИ НАПРЕД :R НАДЯСНО 90 * (:N + 2) / :N СПУСНИ
ПОВТОРИ :N [НАПРЕД 2 * :R * SIN 180 / :N
N.ЪГЪЛНИ.ПОКОЛЕНИЯ :N :R * КОЕ :КОЕФ :ПОК - 1
НАДЯСНО 360 / :N]
ВДИГНИ НАЛЯВО 90 * (:N + 2) / :N НАЗАД :R СПУСНИ
КРАЙ



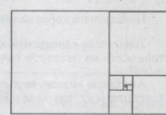
Фиг. 39.2

(Казват, че златните правоъгълници са най-естетичните от всички правоъгълници.) Ако в него впишем квадрат със страна, равна на късата страна на правоъгълника, останалата му част пак ще бъде златен правоъгълник.



Фиг. 41.3

Този процес може да продължи неограничено, а квадратите, които се получават, се наричат *въртящи се квадрати*.

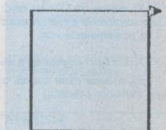


Фиг. 41.4

Да опишем как се получават въртящи се квадрати на Лого. Ще приемем, че началната страна на квадрата е А. Освен това в процедурата за чертане на квадрат ще включим и прехода за подготовка на костенурката за чертане на следващ квадрат.

ЗА КВАДРАТ.С.ПРЕХОД :A
ПОВТОРИ 5 [НАПРЕД :A НАДЯСНО 90] НАПРЕД :A
КРАЙ

След изпълнението на процедурата КВАДРАТ.С.ПРЕХОД с някаква входна костенурката е готова за чертане на следващия квадрат въртящ се на страната, в пътя по-малка от този вход:

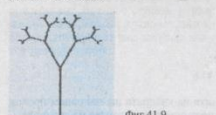


Фиг. 41.5

Ще продължим процеса, докато страната на поредния квадрат стане по-малка от единица:

ЗА ВЪРТЯЩИ.СВ.КВАДРАТИ :A
АКО :A < 1 ТО СТОП
КВАДРАТ.С.ПРЕХОД :A
ВЪРТЯЩИ.СВ.КВАДРАТИ :A/1.61803
КРАЙ

то се намалява размерът на стълболо на всяко поддърво, е равен на златното сечение:



Фиг. 41.9

3. Златното сечение и числата на Фибоначи

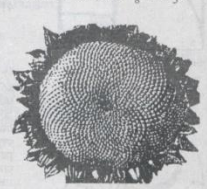
Числа на Фибоначи се наричат елементите на редицата:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

Всезнаеки член от третия натък е равен на сбора от предшлющите два. Любопитното е, че тези числа се появяват често при описание на някои закономерности в природата — при разположение на листенцата на шишарките, на съцветиеловите семена, при размикване на плеселите.

Например преобладаващото отношение между броя на двата вида спирали, които наблюдаваме в конуса на една шишарка, е $\frac{5}{8}$ или $\frac{8}{5}$.

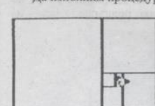
При съцветиеловата пита (фиг. 41.10) се срещат по-големи числа от редицата на Фибоначи — отношението на левите и десните спирали в различните сортове съцветиел е $\frac{34}{21}$ или $\frac{89}{55}$.



Фиг. 41.10

Когато разглеждаме двочинните дървета, начертахме едно доста реалистично — левите му клони бяха два пъти по-дълги от десните. Ако допуснем, че за единица време расте клона с дължина единица, след n единици време това дърво ще има толкова клона, колкото е n-тият член от редицата на Фибоначи.

Да изпълним процедурата с вход 60:

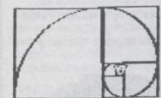


Фиг. 41.6

Сега вместо преход по страните на квадрата ще направим преход по дъга, която е четвърт от окръжност с радиус страната на квадрата:

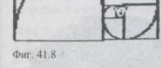
ЗА ЧЕТВЪРТ.ДЪГНА.ДЪГА :R
ПОВТОРИ 90 [НАПРЕД 3.14159 * :R/180 НАДЯСНО 1]
КРАЙ

ЗА СПИРАЛА :A
АКО :A < 1 ТО СТОП
КВАДРАТ :A
ЧЕТВЪРТ.ДЪГНА.ДЪГА :A
СПИРАЛА :A/1.61803
КРАЙ



Фиг. 41.8

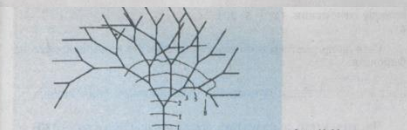
Тук процедурата квадрат е традиционна — костенурката се връща в изходно положение (фиг. 41.7).



Фиг. 41.9

Дъгите се свързват в спирала, която също има своето, че отношението между всеки два последователни сегмента от нея е φ (Да помним, че радиусите са равни на страните на последователните квадрати.) Ако искаме да се чертае само спиралата, ще премахнем инструкцията КВАДРАТ :A от тялото на процедурата СПИРАЛА.

Тази спирала е наречена от Бернули *логаритмична*. Тя е издълбана на надгробния му камък. Логаритмичната спирала се среща често в природата — раковината на Наутикус например се завърта по логаритмична спирала.



Фиг. 41.11

За да открием друга интересна особеност на числата на Фибоначи, ще напишем процедура, с която ще получаваме списък от първите n члена на редицата на Фибоначи:

ЗА РЕДИЦА :СПИСЪК
НАПРАВИ *СЛЕДВАЩ (ПОСЛЕДЕН :СПИСЪК) + (ПОСЛЕДЕН ВПЛ :СПИСЪК)
ИЗХОД ОБЕДИНЕНИЕ :СПИСЪК :СЛЕДВАЩ
КРАЙ

Да проследим действието ѝ. Променилата СЛЕДВАЩ получава стойност сбора от последния и предпоследния елемент на входа, заедно кой се получава, като добавим към входния списък още един елемент — стойността на променливата СЛЕДВАЩ. Да приложим тази операция към първите две числа на Фибоначи:

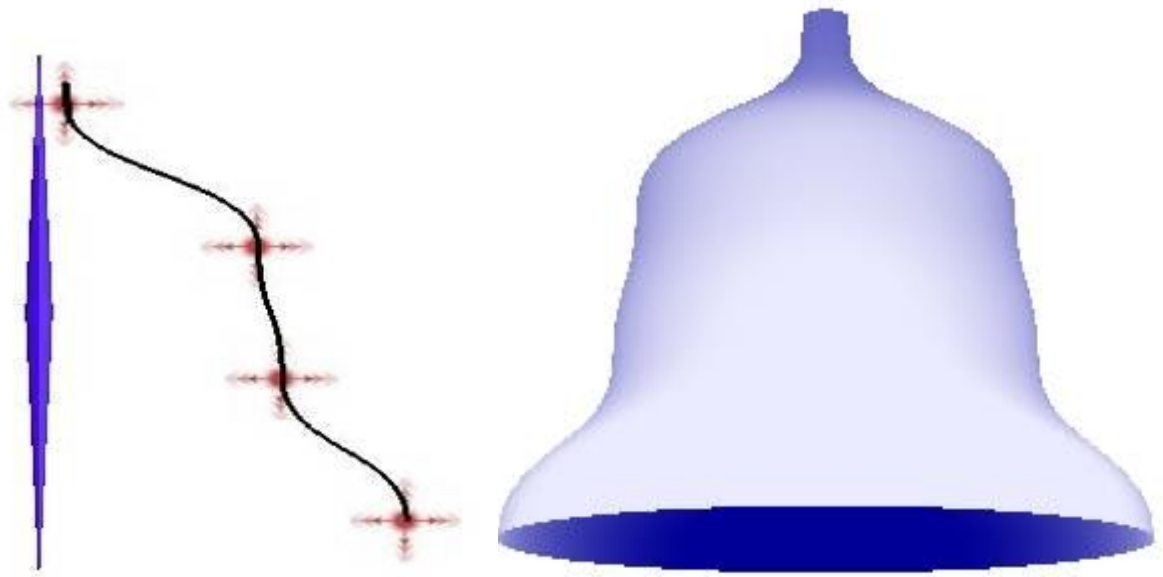
ИЗВЕДИ РЕДИЦА [1 1]
1 1 2
ИЗВЕДИ РЕДИЦА [1 1 2]
1 1 2 3

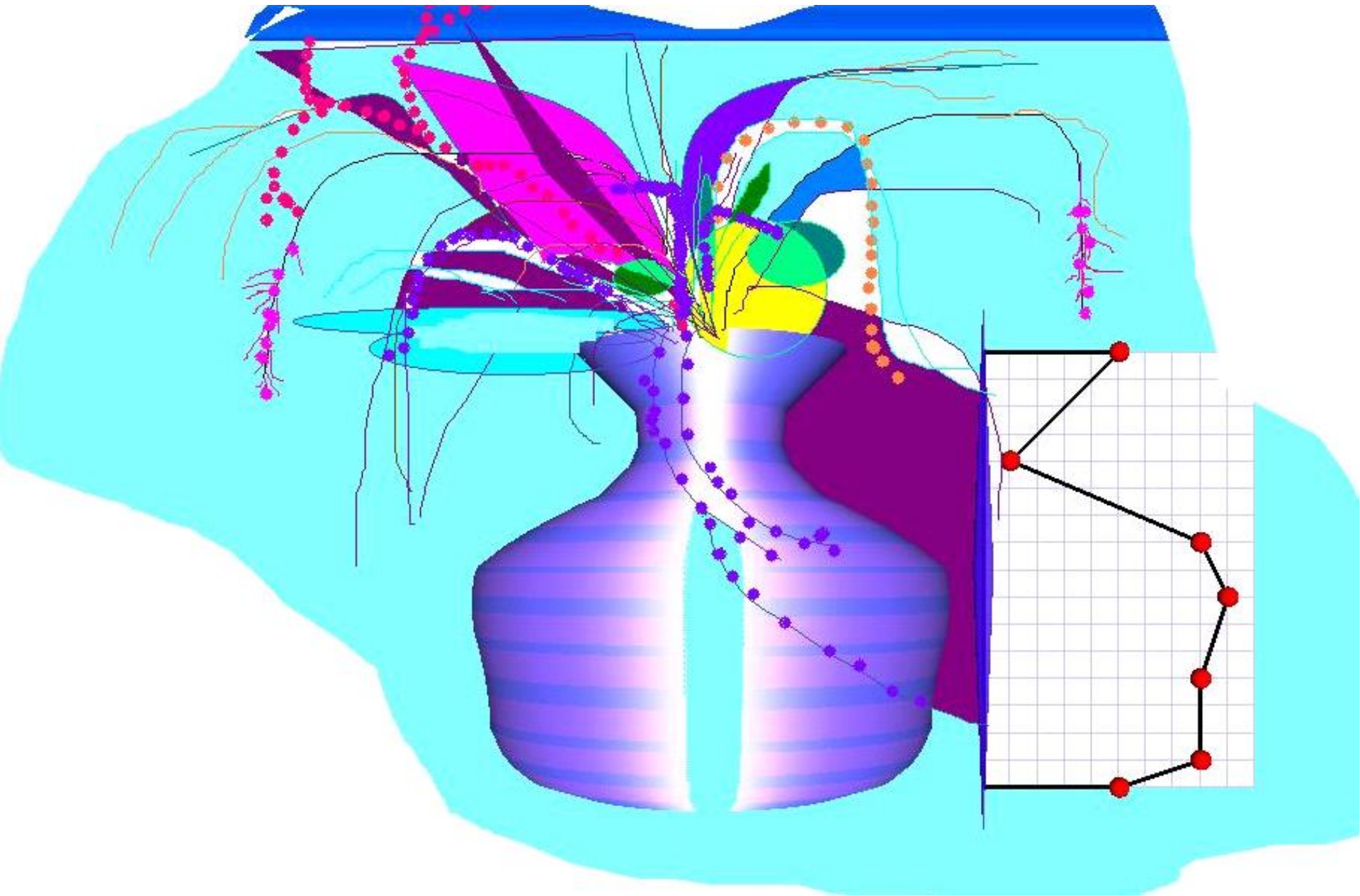
С други думи, ако за вход на РЕДИЦА дадем списък от първите n члена на Фибоначи, на изхода ще получим списък от първите n+1 члена. Сега ще направим следния експеримент — ще наблюдаваме как се изменя отношението на два последователни члена на редицата на Фибоначи. За целта ще дефинираме процедурата ОТНОШЕНИЕ с един вход (списък), с който ще дефинираме отношението на последния и предпоследния елемент на входа:

ЗА ОТНОШЕНИЕ :СПИСЪК
ИЗХОД (ПОСЛЕДЕН :СПИСЪК) / (ПОСЛЕДЕН ВПЛ :СПИСЪК)
КРАЙ

PD courses for in-service
and pre-service teachers







Modeling light sources

Крушка с уголемен балон

■ Модел 

■ Образец 

1

Крушка с удължена форма

■ Модел 

■ Образец 

2

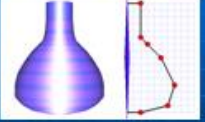
Рефлекторни крушки


■ Модел 

■ Образец 

3

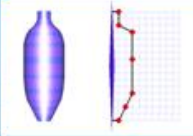
Инфрачервени лампи


■ Модел 

■ Образец 

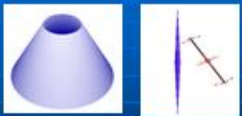
4


Крушки с форма на свещ

■ Модел 


■ Образец 


Настолни лампи

■ Модел 


■ Образец 


Аплици

■ Модел 

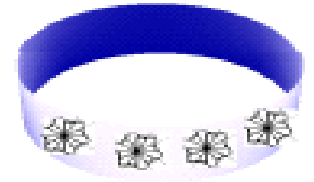
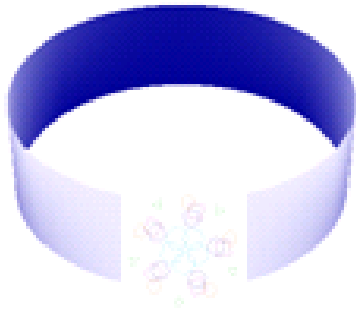
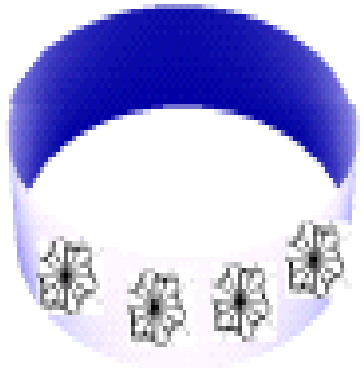
■ Образец 

Аплици

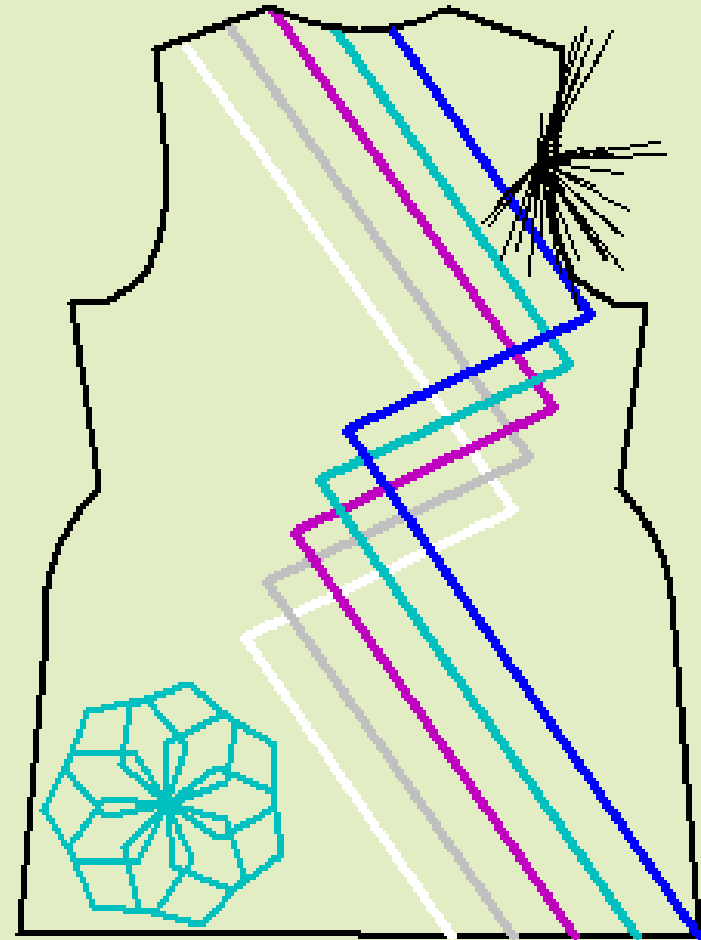
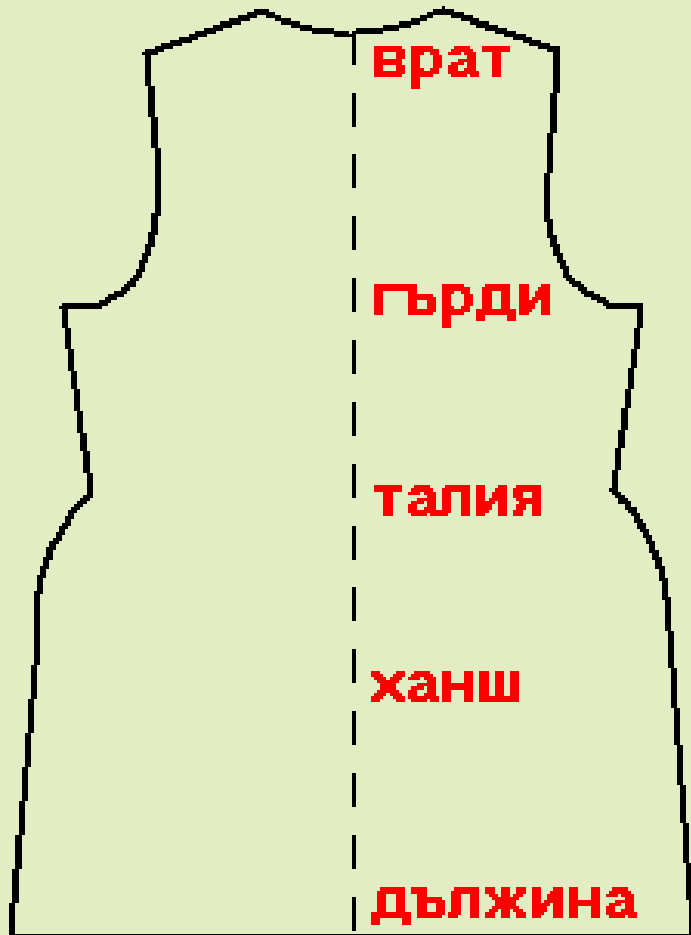
■ Модел 

■ Образец 

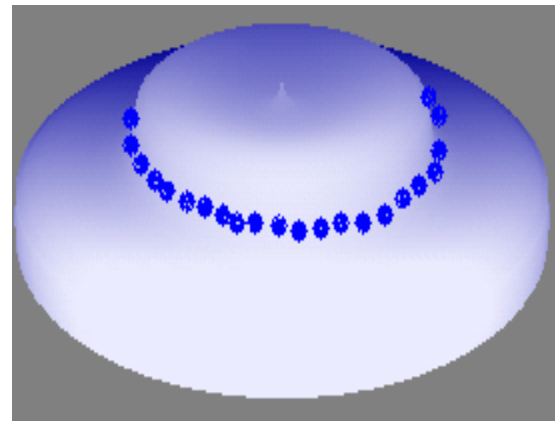
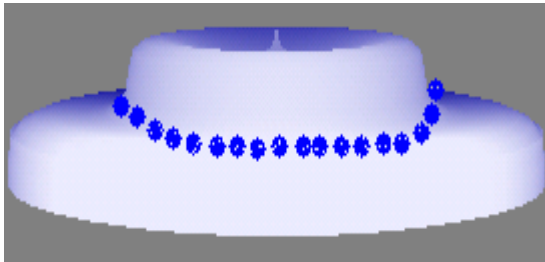
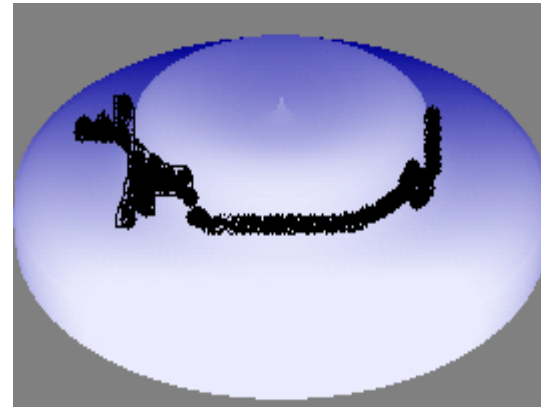
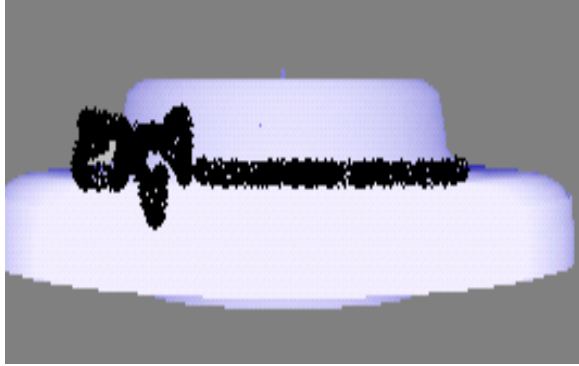
Jewelry design



Tailoring



Modeling of hats

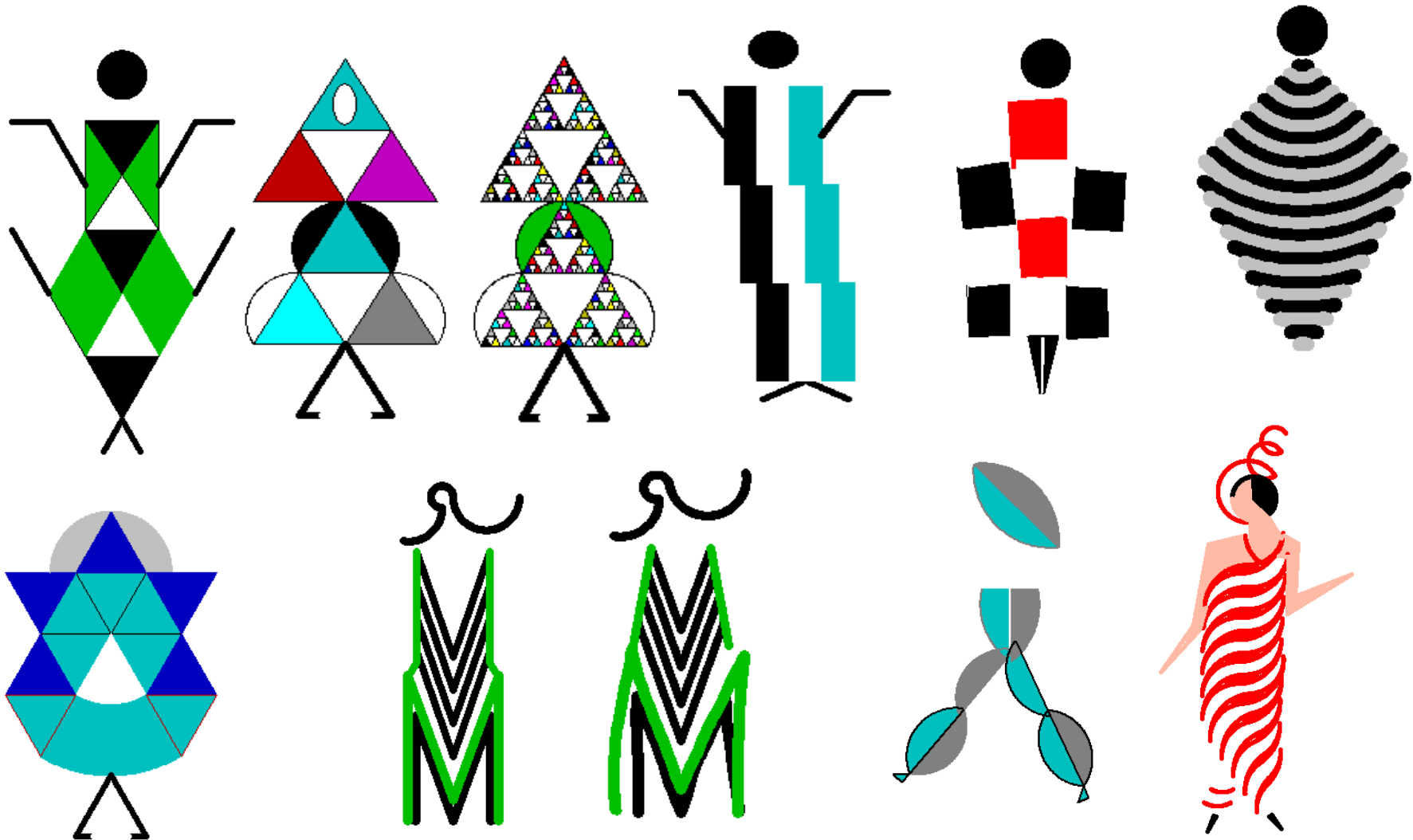


In the style of Sonia Delaunay

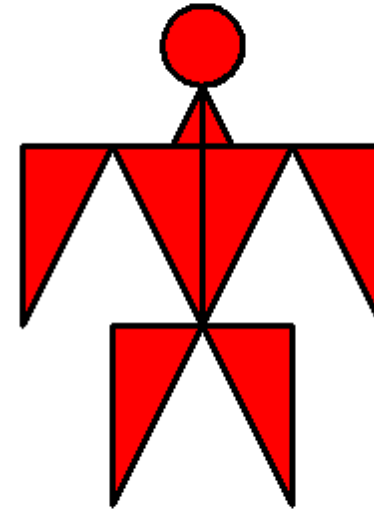
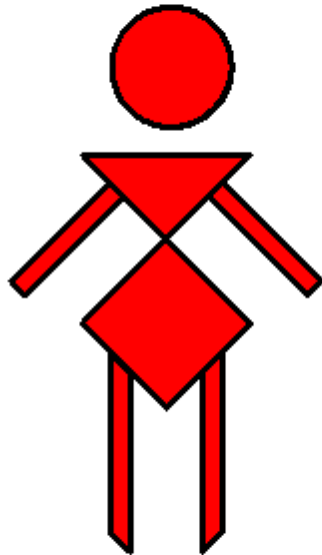


Robert and Maurine Rothschild Collection

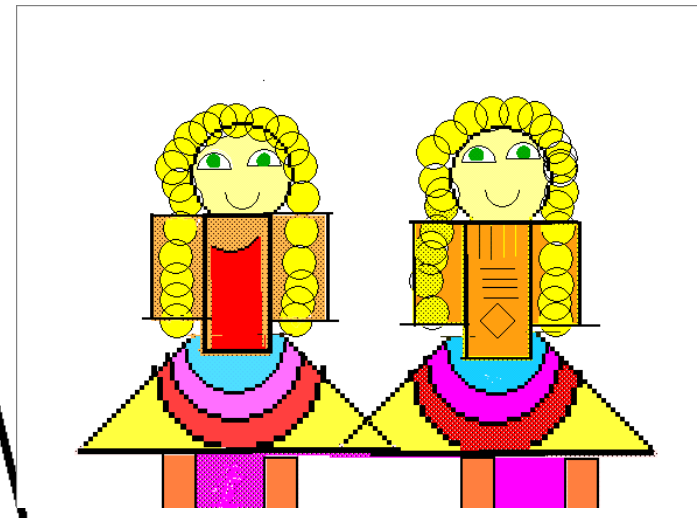
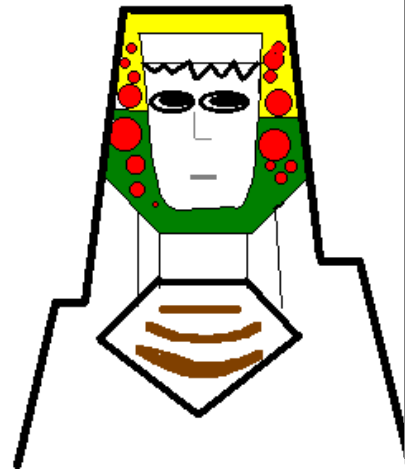
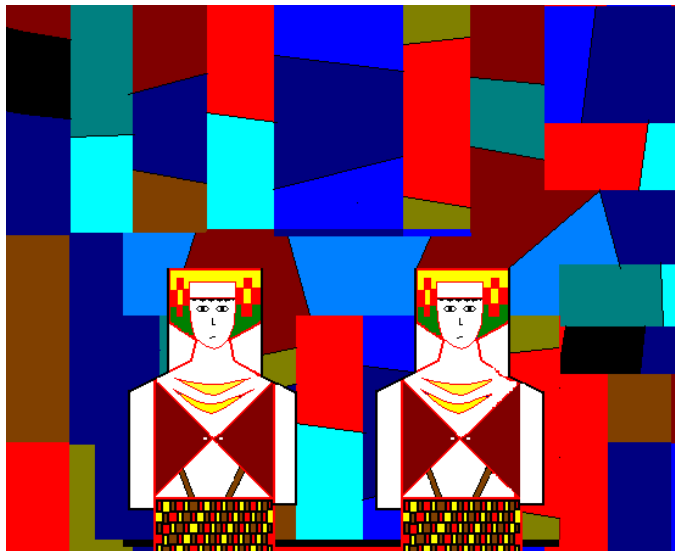
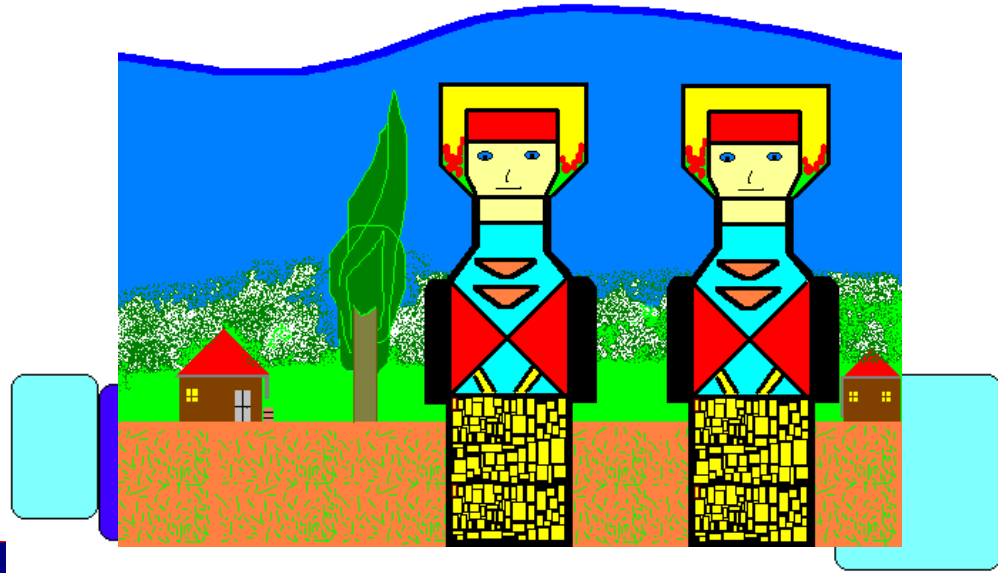
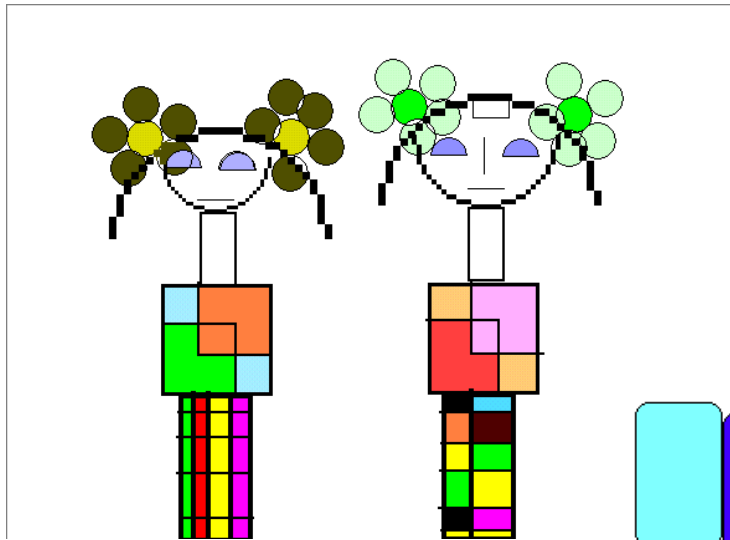
Computer variations of Sonia Delaunay's models



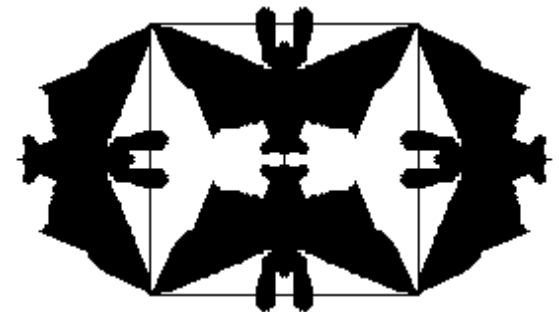
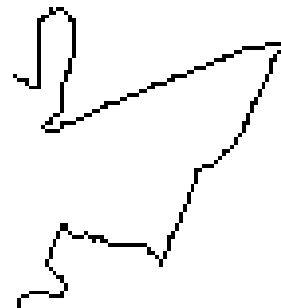
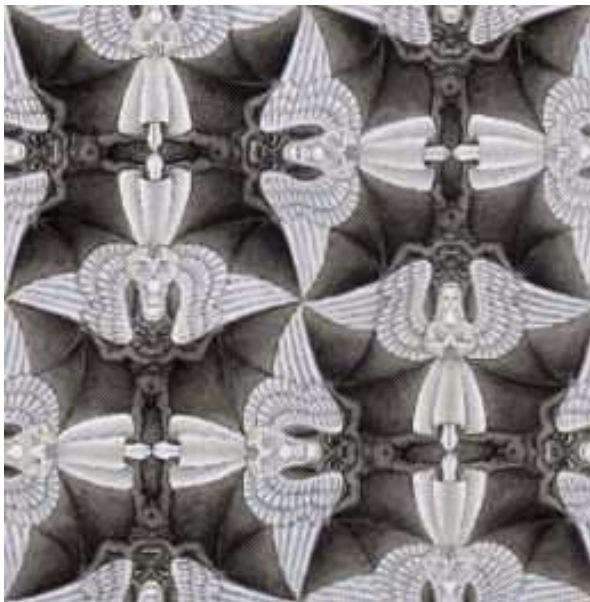
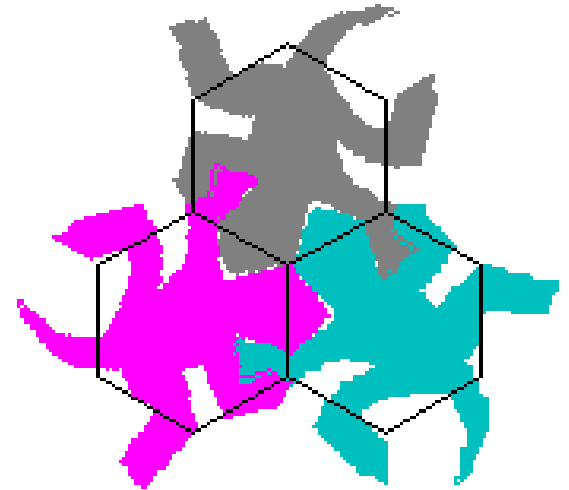
Students projects in the style of Sonya Delaune

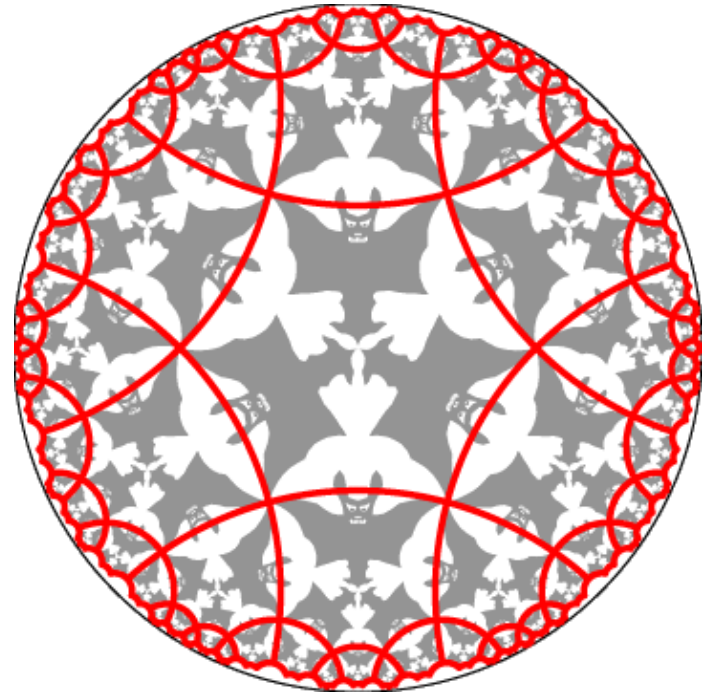
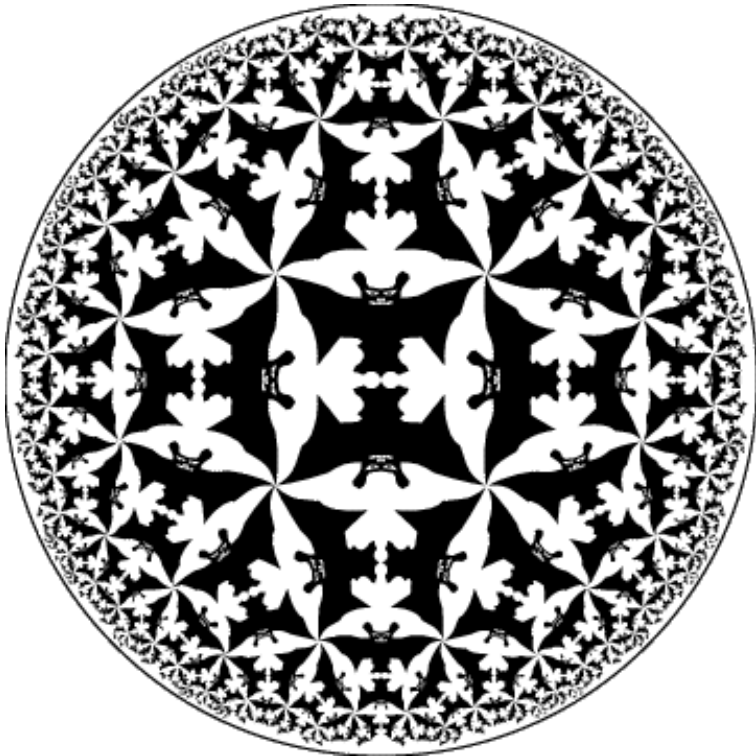
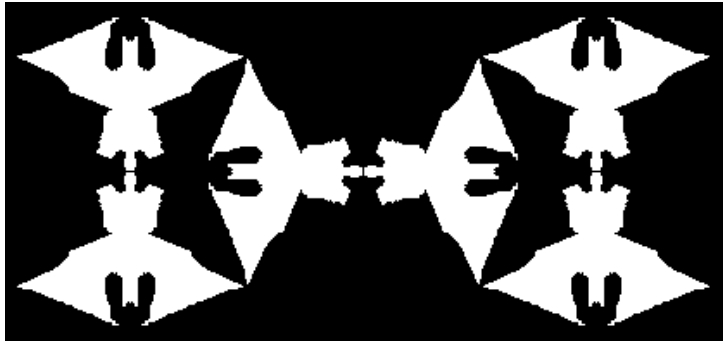


Visual modelling a la Balkanski



In the style of Escher





The new role of the teachers



Some current projects

Home > Resources > Resource Details

SNOWFLAKES



★★★★★

Twitter Facebook Email

♥ Add to favourites


🔍 Report a problem

Users' Tags:

Descriptor: *chemistry computer science mathematics physics*

Age range: *10 - 18*

Resource type: *enquiry-oriented activity, exploration, lesson plan, open activity, project, tool*

Creative commons: 

Project: *Mascil*

Author: *Toni CHEHLAROVA*

BACK

DESCRIPTION

Students are expected to make an inquiry on snowflakes from different aspects using information from the Internet, then to make a conjecture about their common features from a geometric perspective, to propose appropriate tools for making a snowflake model, and finally to produce several models (including computer ones).

VIEW THIS IN

English Bulgarian

REQUEST TRANSLATION

bs ca cs cy da de el es et eu fi
fr ga gl he hr hu is it lt lv mk
mt nl no pl pt ro sk sl sq sr sv
tr

COMMENTS AND RATINGS

Svejina Kirilova Dimitrova ★★★★★

Thank you for this resource. Can use in different physics, chemistry and math lessons or to prepare a combine lesson.

In your country

- Observatory
- Scientix Moodle
- Science it's a girl thing!
- Scientix blog

TRANSLATION SERVICE

Get **free** translation of learning resource materials in the Scientix repository

HOW IT WORKS

STATUS OF THE REQUESTS

OTHER REPOSITORIES

- Learning Resource Exchange for Schools
- Open Discovery Space

DISCOVER



mathematics and science for life



Снежинки

Учениците влизат в ролята на дизайнери на модели на снежинки...

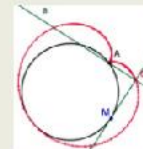
Възраст: 10-18



Пулсиращо сърце

Как да създадем *сърце* и как да организираме *пулсирането* му, за да направим специална *валентинка*? Ще използваме *GeoGebra*.

Възраст: 11-18



Сърце като геометрично място на точки

Как да създадем *сърце*, което се появява неочаквано - като геометрично място на точки, за да направим специална *валентинка*? Ще използваме опита на математици и ще експериментираме.



Динамични композиции в стил Анди Уорхол

Ще създавате динамични композиции в стил Анди Уорхол със специализирания софтуер *GeoGebra*.

Възраст: 11-18



Пъзел "Професия"

Подредете пъзел, за да разберете професията на работещия на снимката

Възраст: 7-12



Реставрация на чиния

При археологически разкопки е намерена част от чиния. За да възстановите формата на чиницата, трябва да откриете закономерност.

Възраст: 10-16



Динамична паркетраща плочка от



Паркинг за автомобили



Тухлена къща



mathematics and science for life

начало проект дейности публикации **ресурси** събития екип



Рестаурация на чиния

Ще влезеш в ролята на реставратор. Ще влезеш и в ролята на откривател в математиката - откритието ще ти помага. Ще прецениш и ползата от динамичен софтуер, например *Geogebra*, за възстановяване на рисунката върху чинията.

В ЕДНА ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКА
УЧЕБНА СРЕДА РАБОТАТА НА
УЧИТЕЛЯ НЕ Е ДА ПРЕПОДАВА
ЗНАНИЕ, А ДА ПОМАГА НА
УЧЕНИЦИТЕ ДА ОТКРИВАТ
ЗНАНИЕТО.

Оригинален сайт mascil

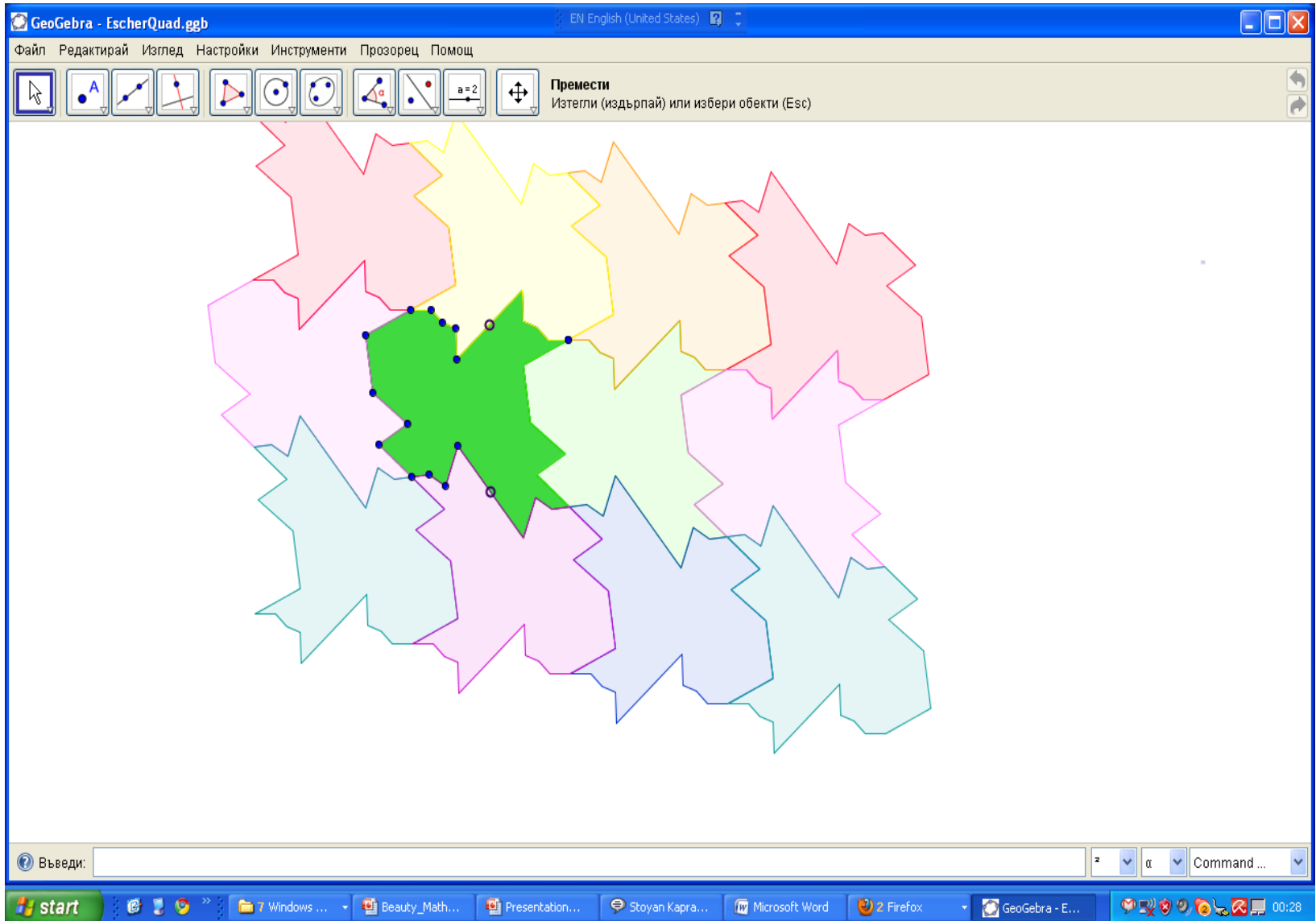


<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/resources.html>

Helping the archeologists



Dynamic Escherization



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>



МБ 

Виртуален училищен кабинет по математика

НАЧАЛО ТЕСТОВЕ ПУБЛИКАЦИИ ЕТЮДИ СЪБИТИЯ ВРЪЗКИ ЗА НАС ОТЗИВИ

БРОЙ ЗАДАЧИ НА САЙТА - 904

1 2 3 4 5 6 7 8

ДИНАМИЧНИ РЕСУРСИ	
ПРЕДУЧИЛИЩЕ	
ЧИСЛА 1	
ФИГУРИ 1	
ИЗМЕРВАНЕ	
ЧИСЛА 2	
ФИГУРИ 2	
ТЕЛА	
ЧИСЛА 3	
ФИГУРИ 3	
ФУНКЦИИ	
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ	
СТАТИСТИКА	
ДРУГИ	
ПЪЗЕЛИ	
ИГРИ	
ИЗКУСТВО	

Рисувай-свободна ръка




.ggb
Пусни като Java аplet

Рисувай- свободна ръка



.ggb
Пусни като Java аplet

Рисувай-свободна ръка




.ggb
Пусни като Java аplet

Ротационна симетрия



.ggb
Пусни като Java аplet

style Andy Warhol




.ggb
Пусни като Java аplet

style Andy Warhol




.ggb
Пусни като Java аplet

style Andy Warhol



.ggb
Пусни като Java аplet

style Andy Warhol



.ggb
Пусни като Java аplet

style Andy Warhol



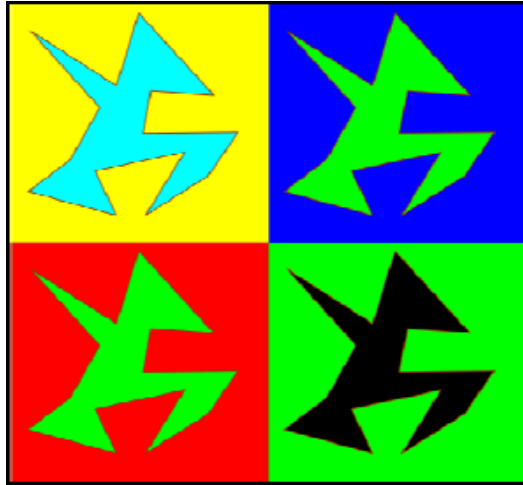
.ggb
Пусни като Java аplet

ИМИ - БАН, секция "Образование по математика и информатика" © 2013

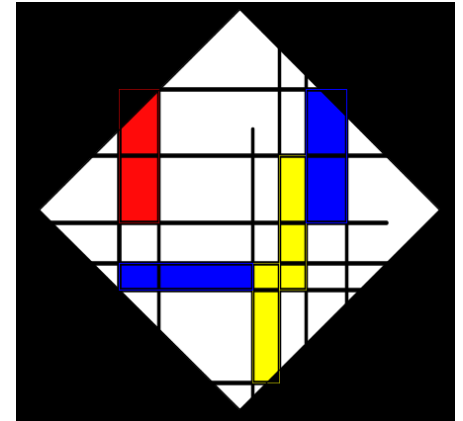
Mathematics and art



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25006.html>

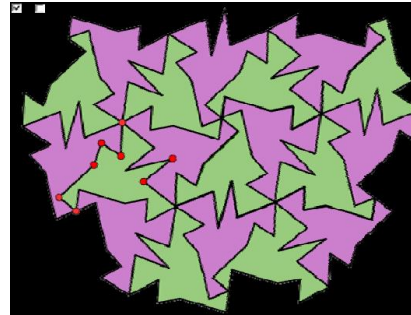
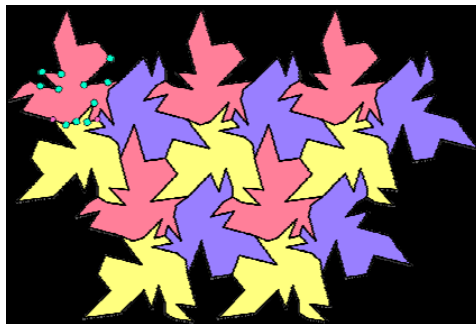


<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25302.html>





















<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25206.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25203.html>



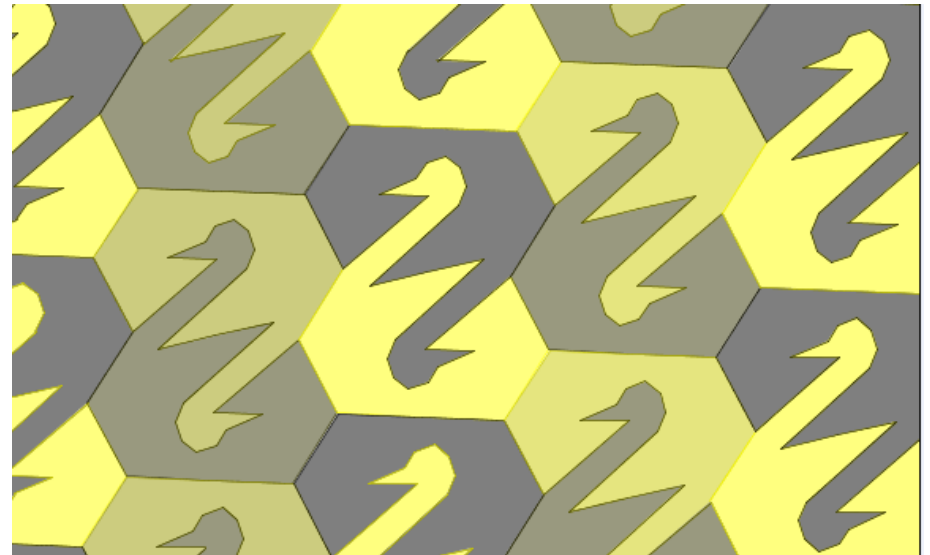
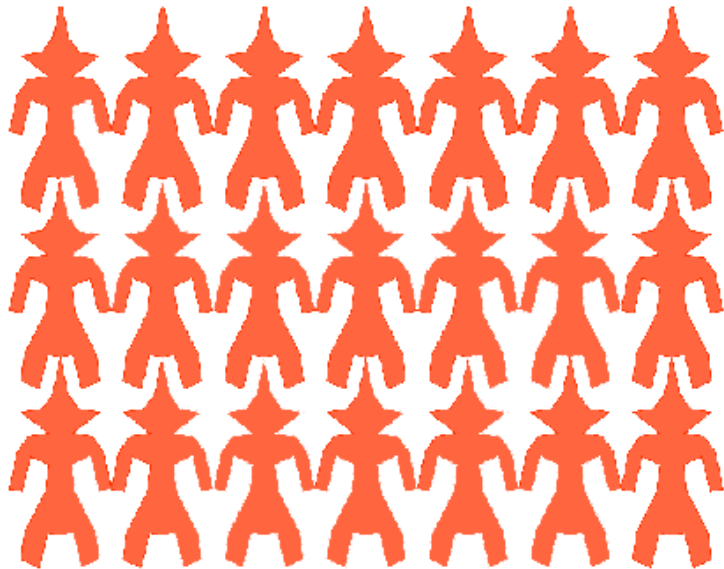
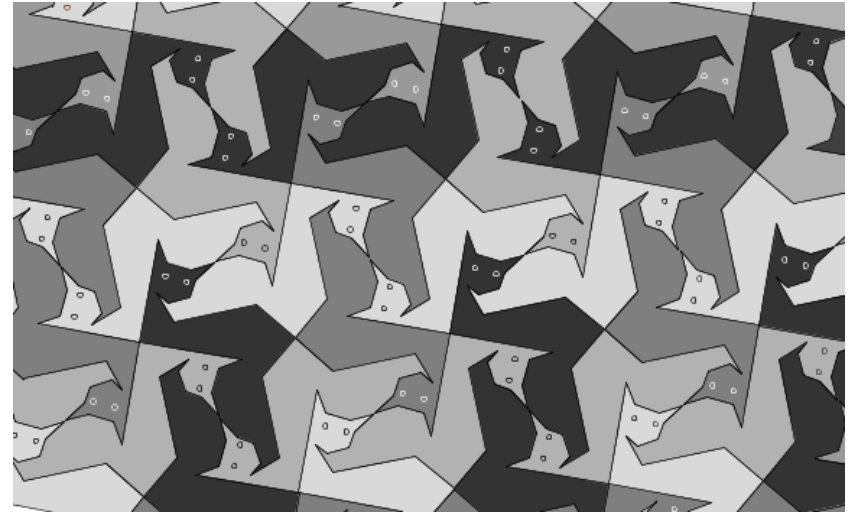
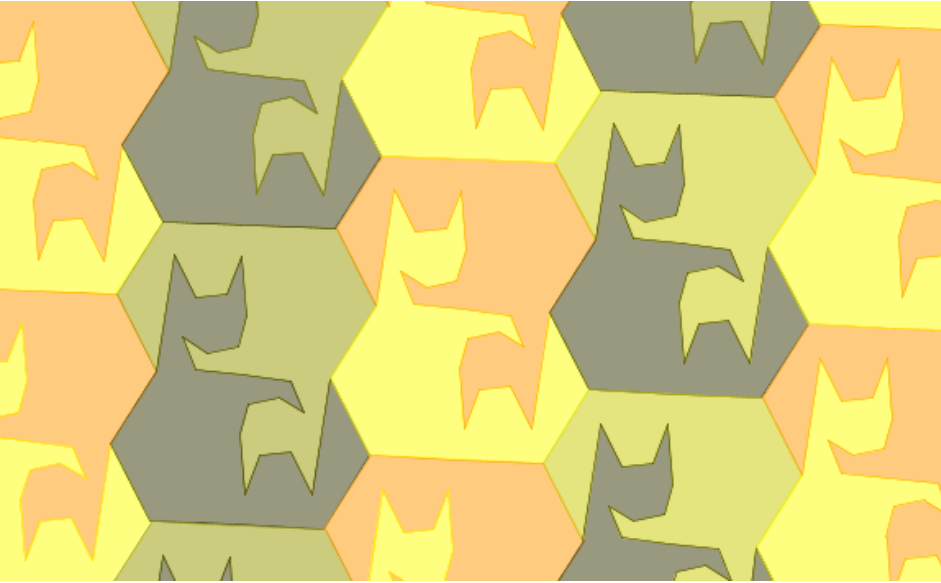
Love and maths

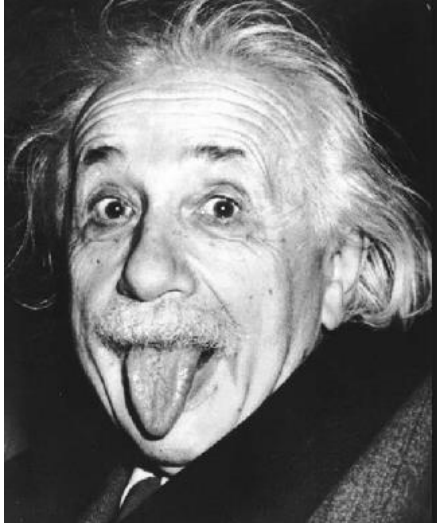
ПРЕДУЧИЛИЩЕ	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11										
ЧИСЛА 1											
ФИГУРИ 1											
ИЗМЕРВАНЕ											
ЧИСЛА 2											
ФИГУРИ 2											
ТЕЛА											
ЧИСЛА 3											
ФИГУРИ 3											
ФУНКЦИИ											
ПРЕОБРАЗУВАНИЯ											
СТАТИСТИКА											
ПРИЛОЖНИ											
ПЪЗЕЛИ											
ИГРИ											
ИЗКУСТВО											

Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet	Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet	Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet
Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet	Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet	Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet
Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet	Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet	Валентинка   .ggb Пусни като Java аplet

Learning math in 5th grade
with an artistic eye

Children in Escher's style



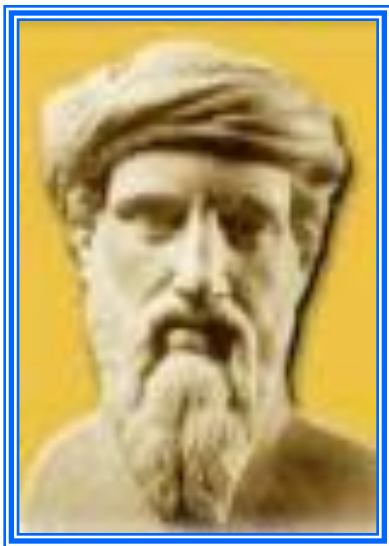


$$E=mc^2 = m(a^2+b^2)$$

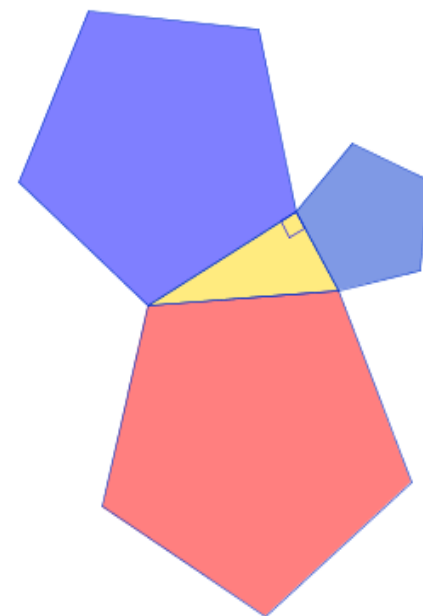
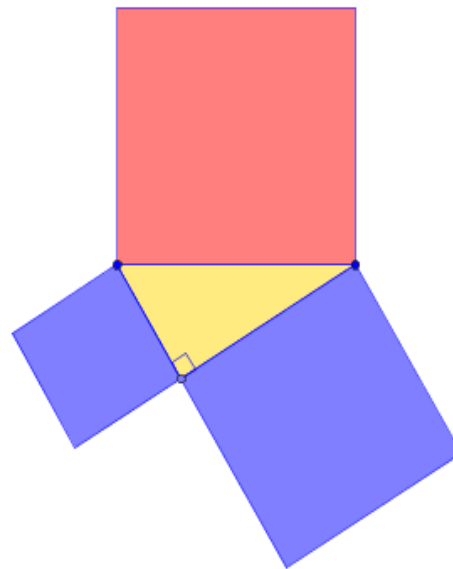
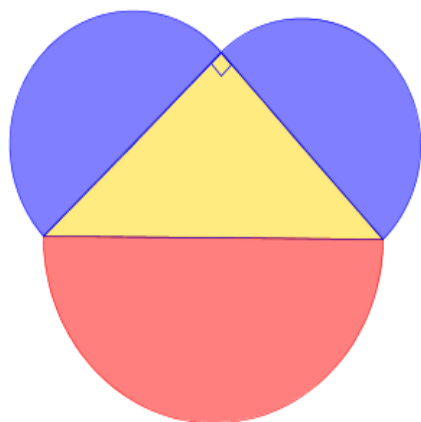
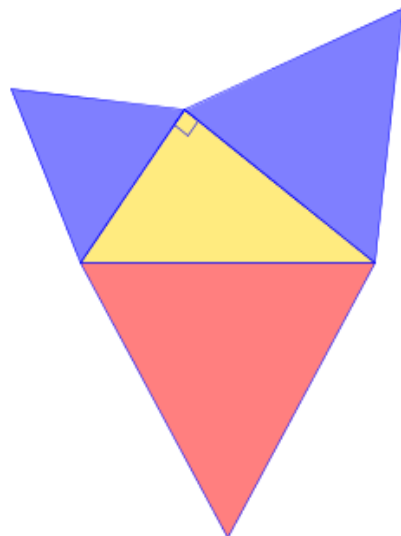
Connecting Einstein and Pythagoras



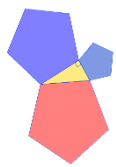
So, you think they have brought math to Earth, already...



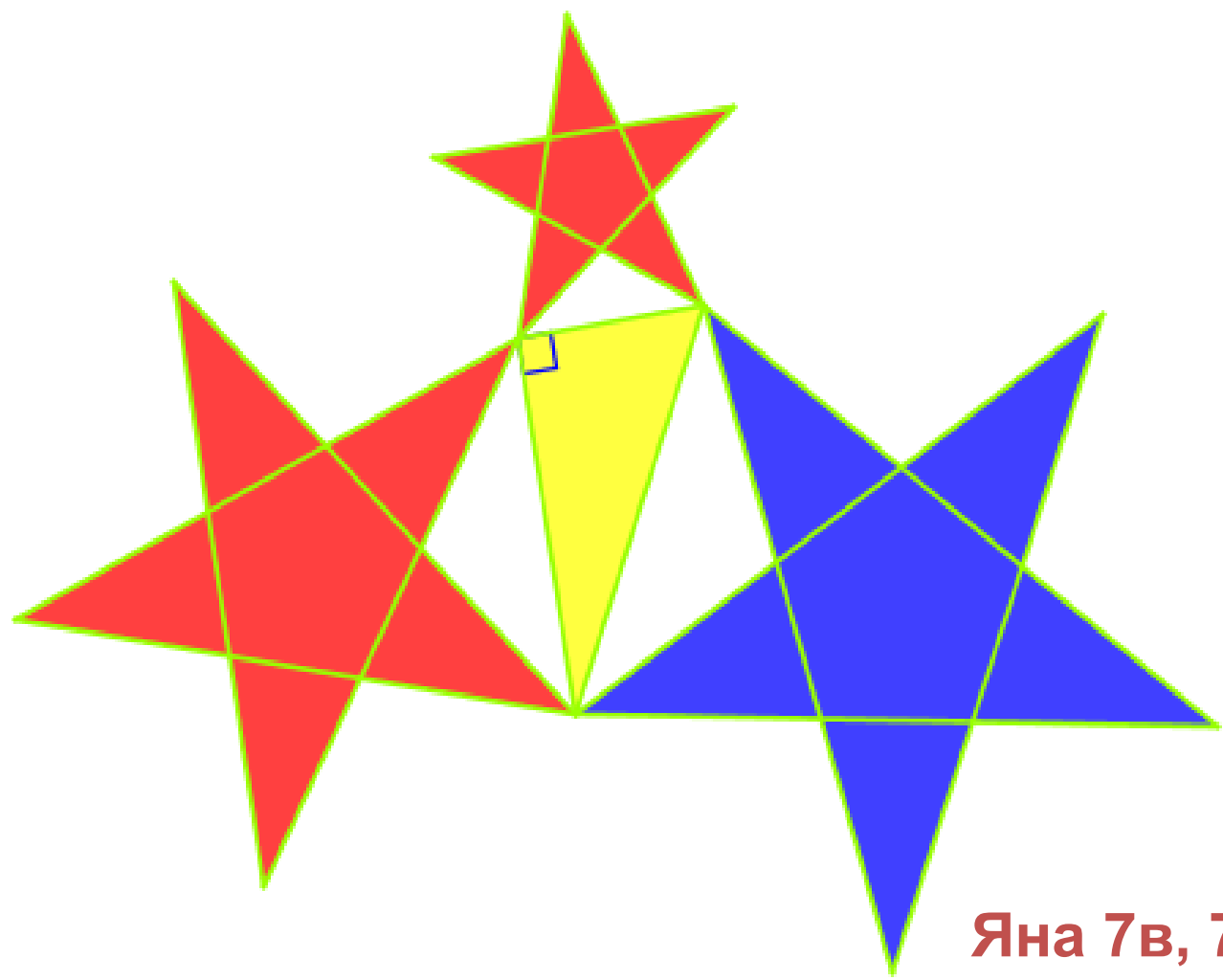
ВИЖТЕ НАШИТЕ ЕМОЦИИ С ПИТАГОР...



7 клас, 73.СОУ"Владислав Граматик" - София



ПЕТОЛЪЧКИ НА ПИТАГОР...



Лице = 12.22

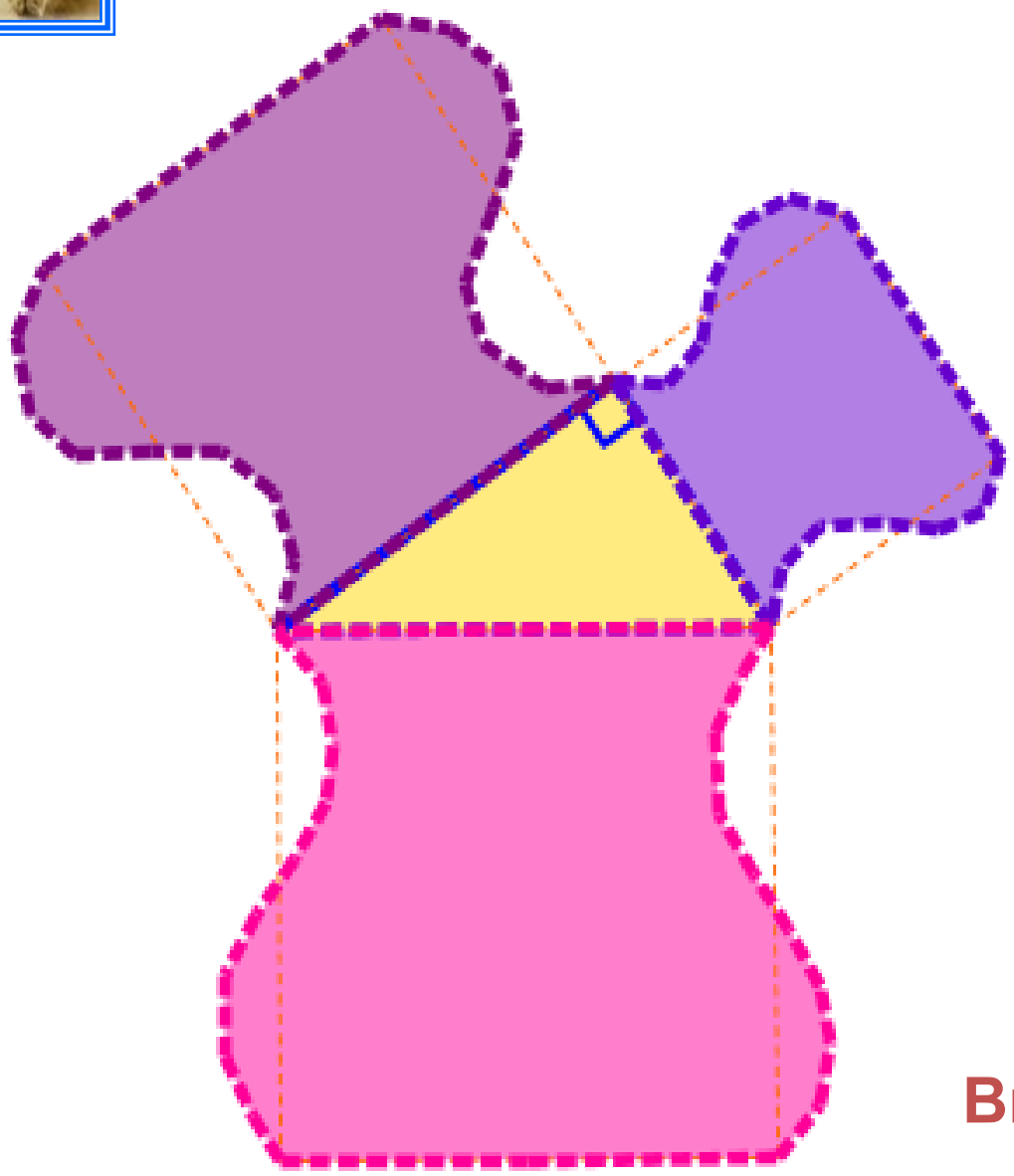
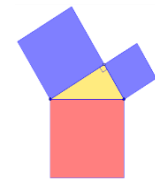
Лице = 3.51

Лице = 15.73

Яна 7в, 73.СОУ - София



ДЕЛВИ НА ПИТАГОР...

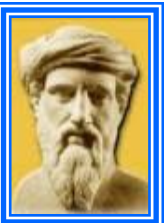


Лице = 17.25

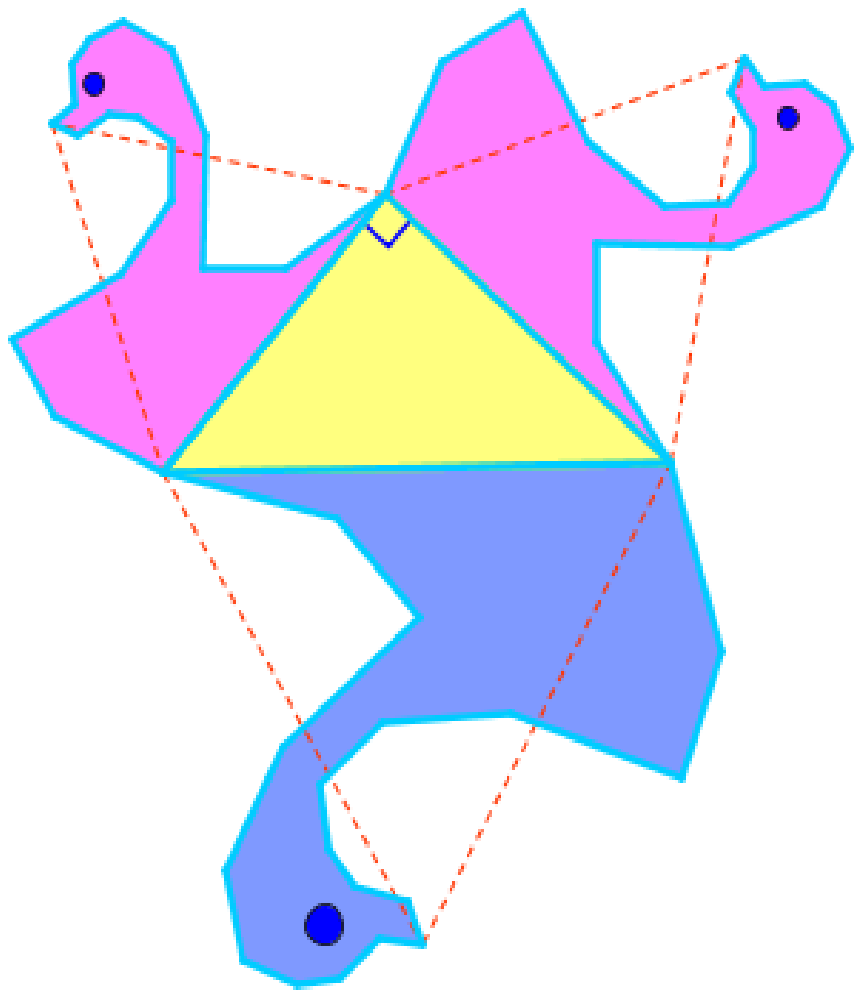
Лице = 7.95

Лице = 25.2

Вики 76, 73.СОУ - София



ЛЕБЕДИ НА ПИТАГОР...

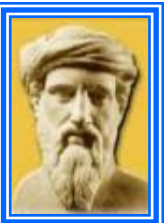


Лице = 9.59

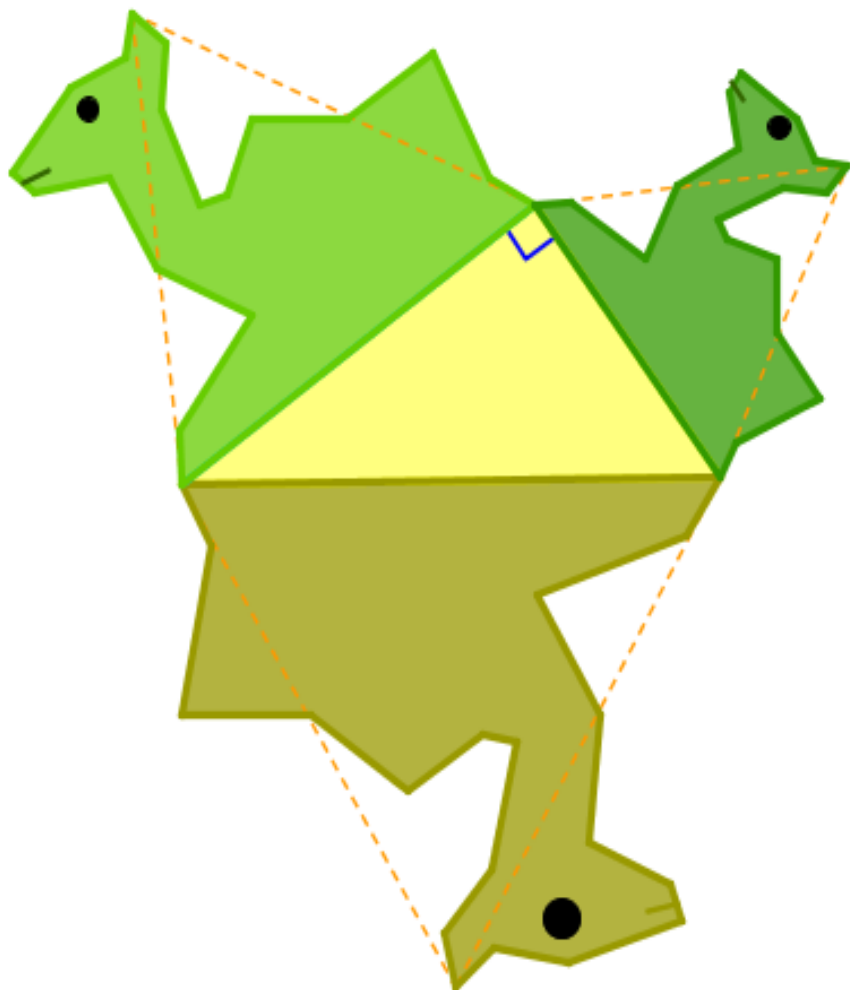
Лице = 7.6

Лице = 17.19

Гери 7в, 73.СОУ - София



КАМИЛИ НА ПИТАГОР...

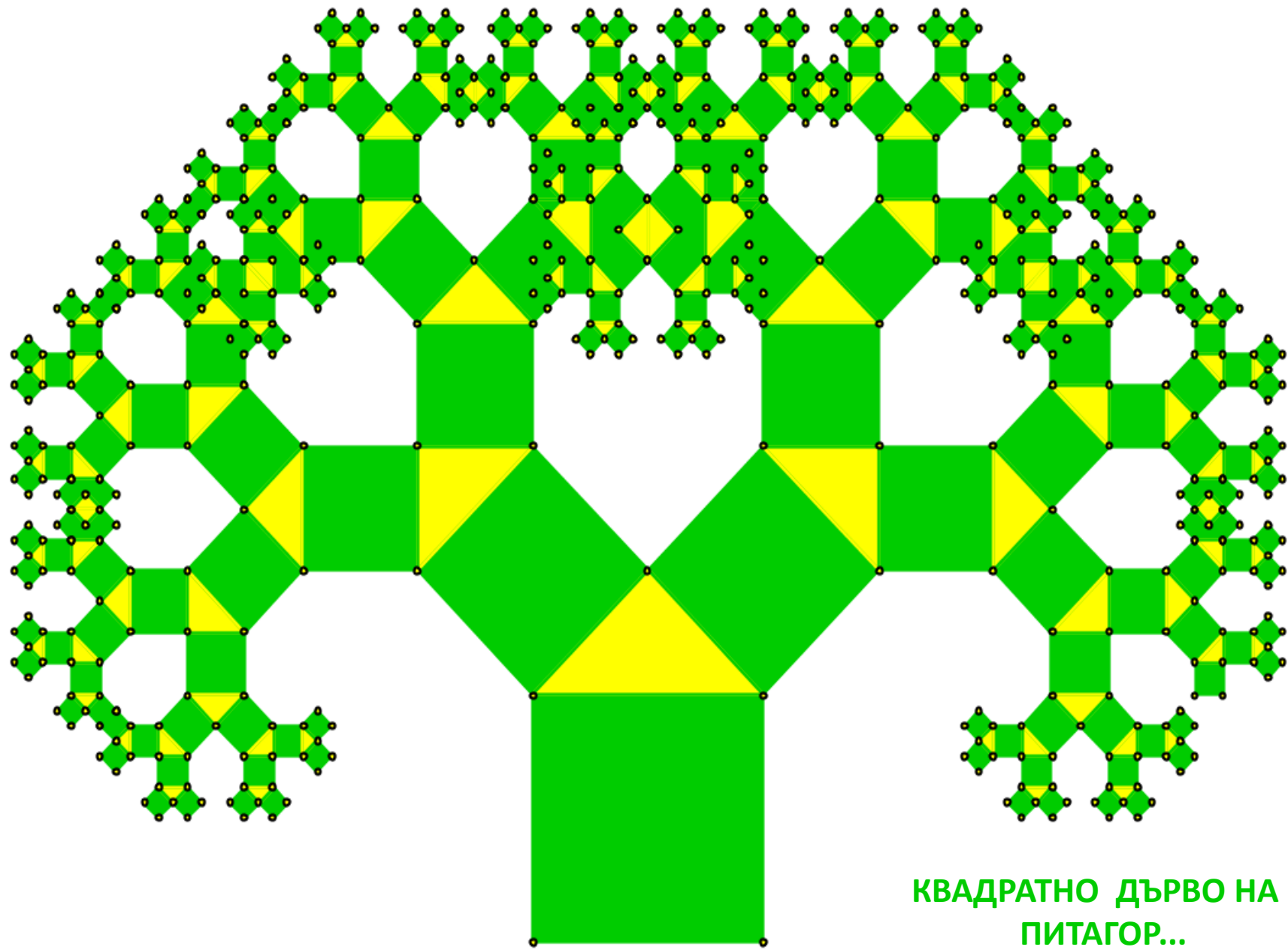


Лице = 5.83

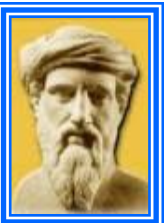
Лице = 11.36

Лице = 17.19

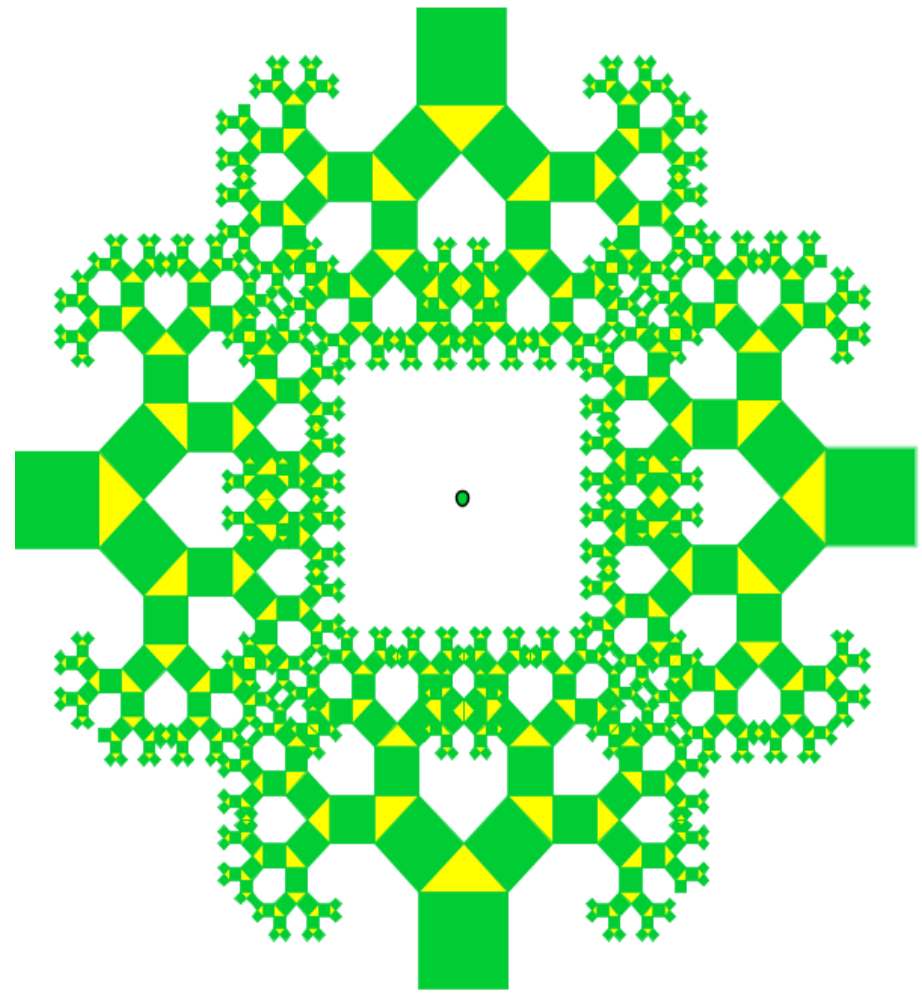
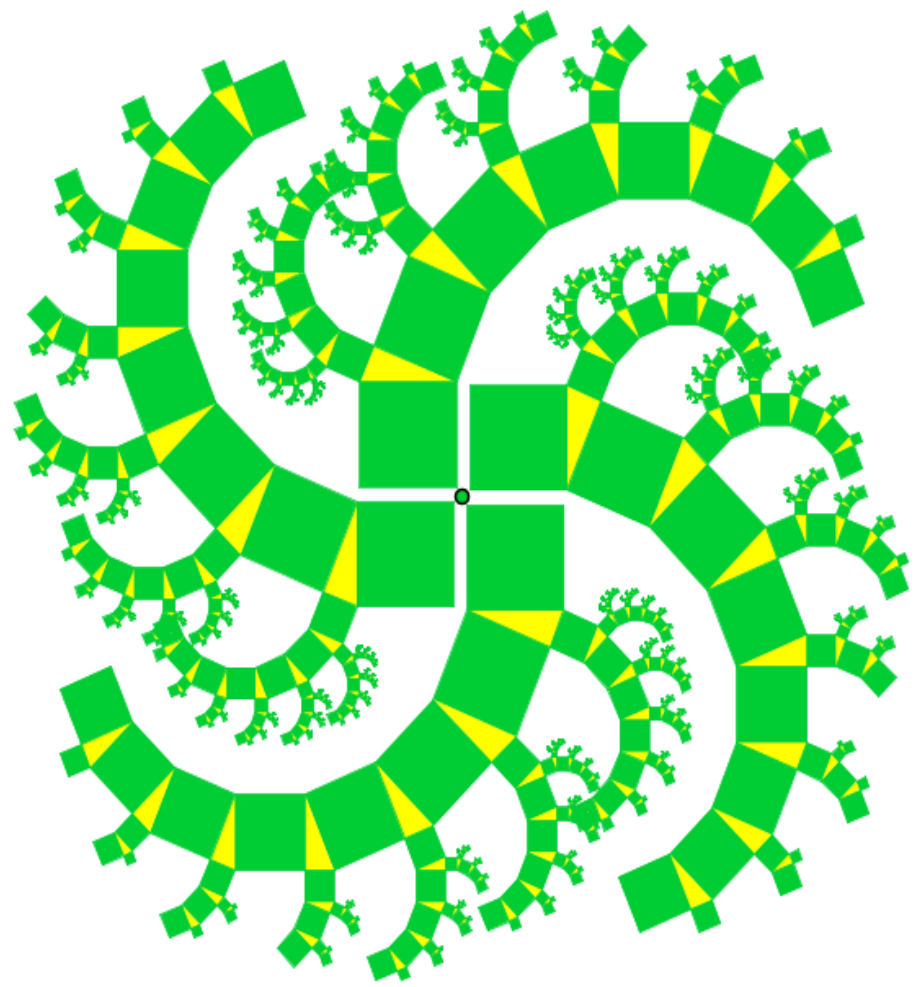
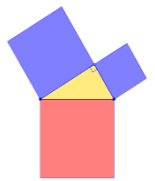
Николет 7в, 73.СОУ -
София

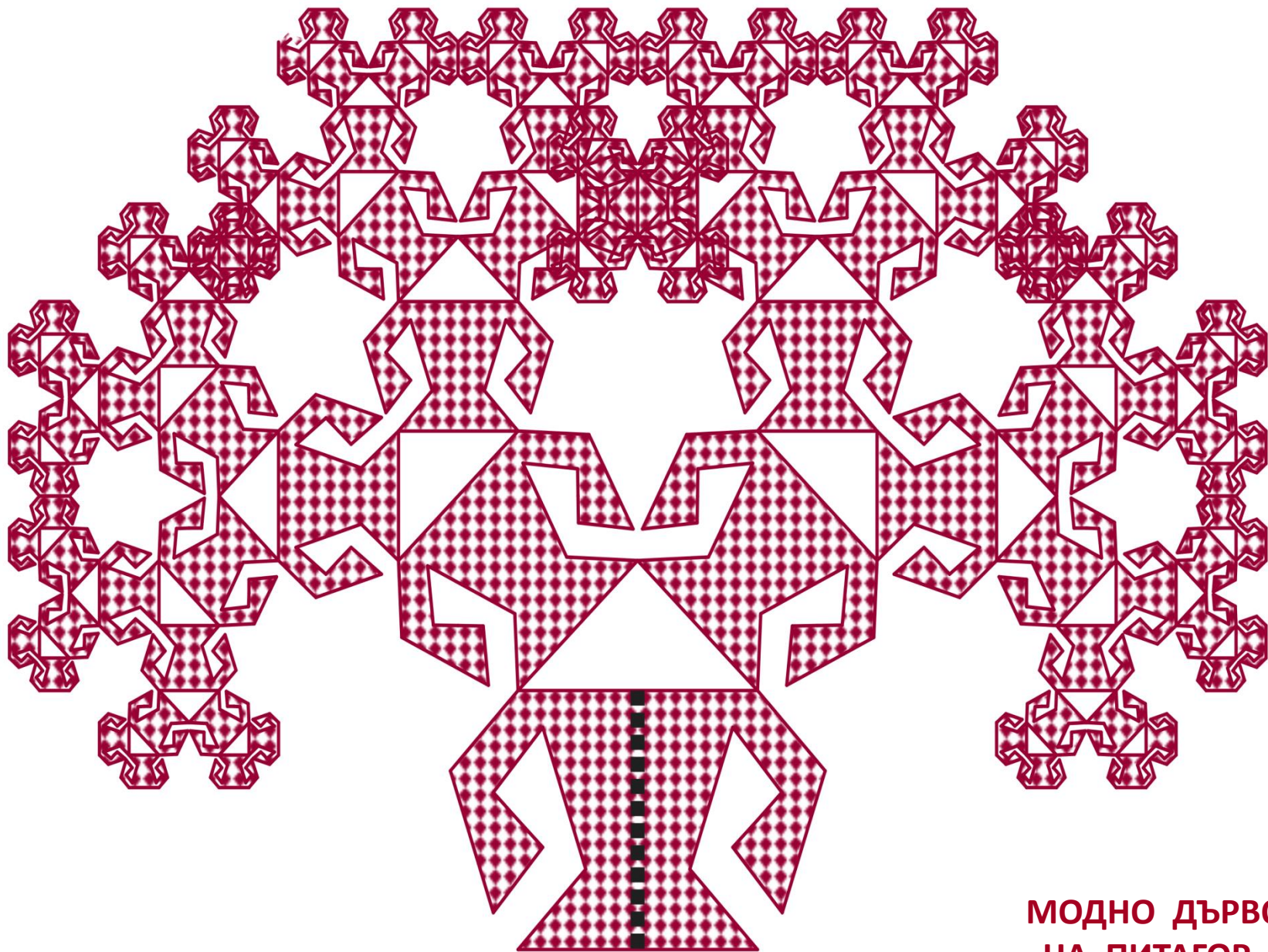


КВАДРАТНО ДЪРВО НА
ПИТАГОР...

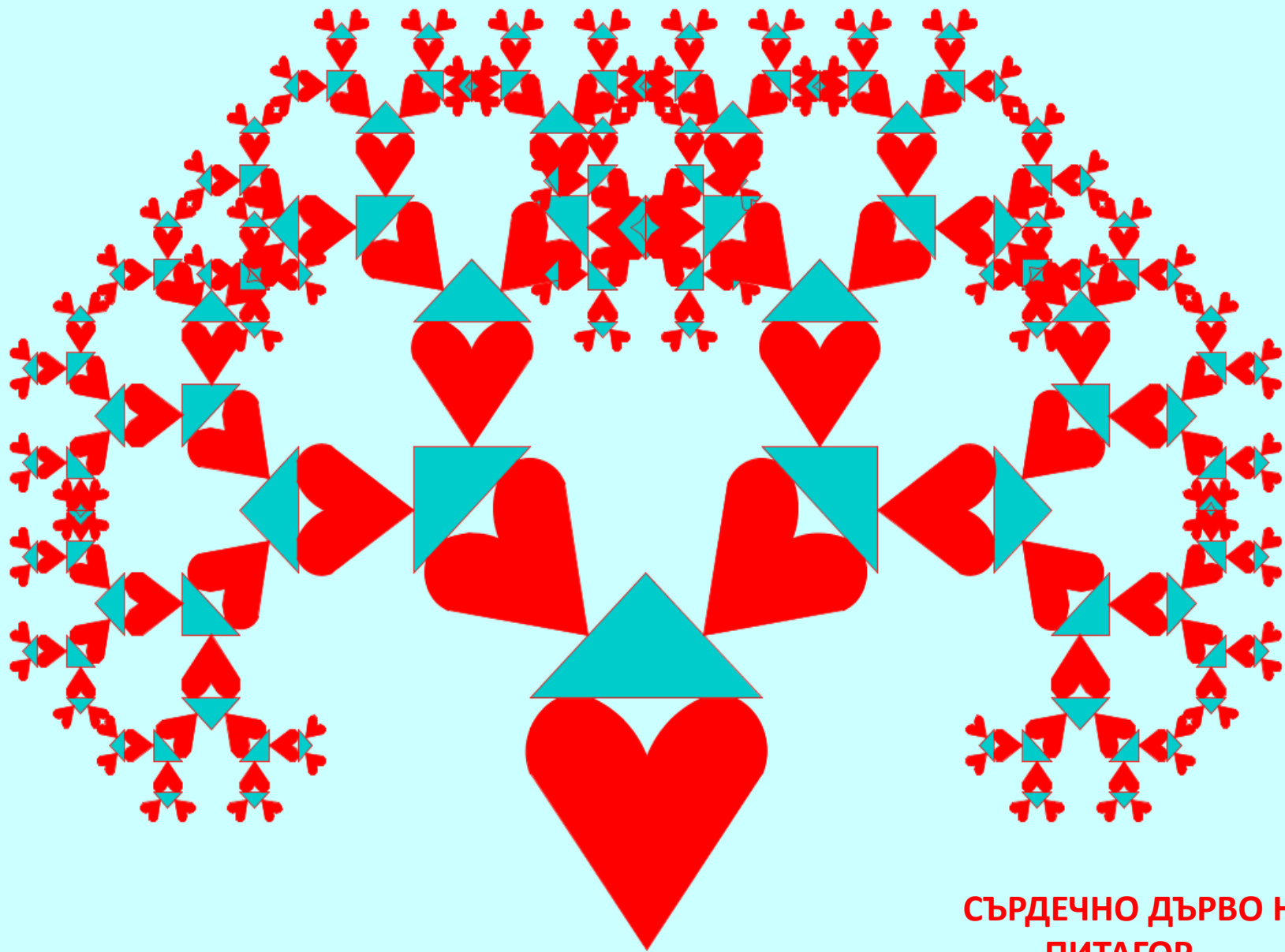


ЗАВЪРТЯНО ДЪРВО НА ПИТАГОР...



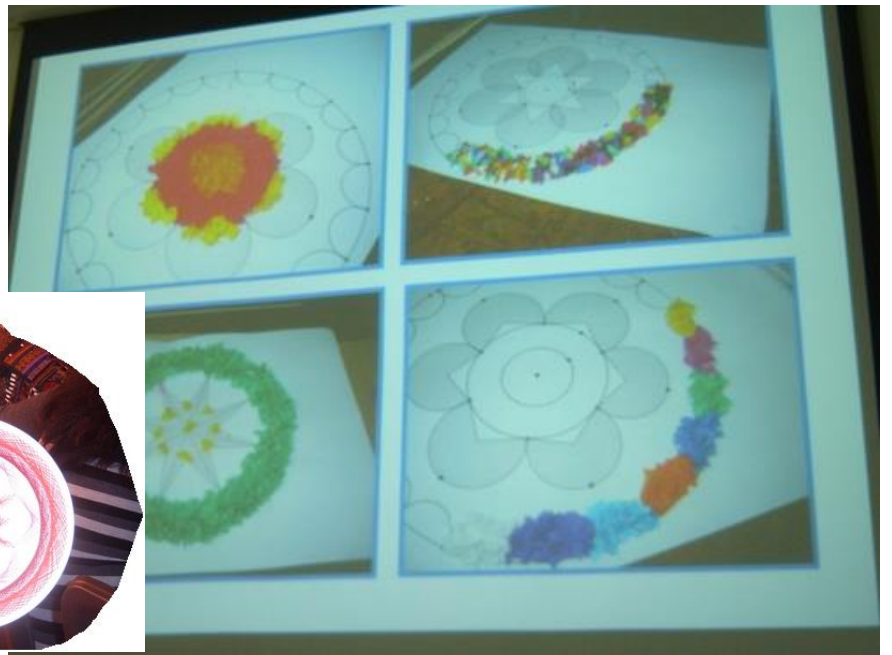
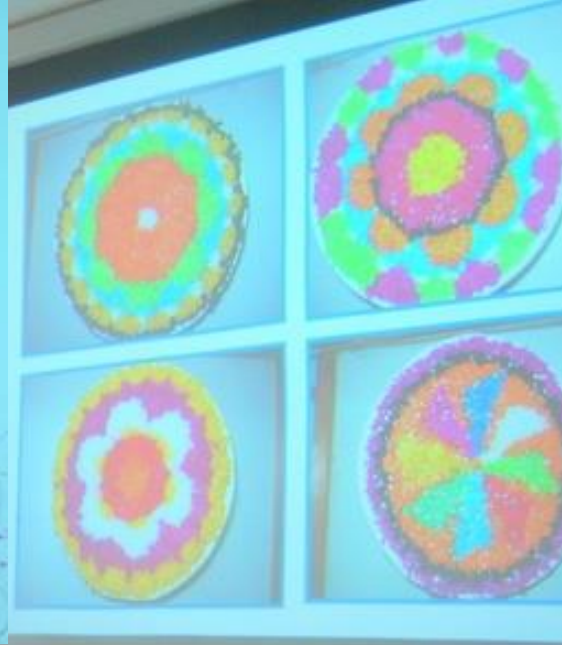
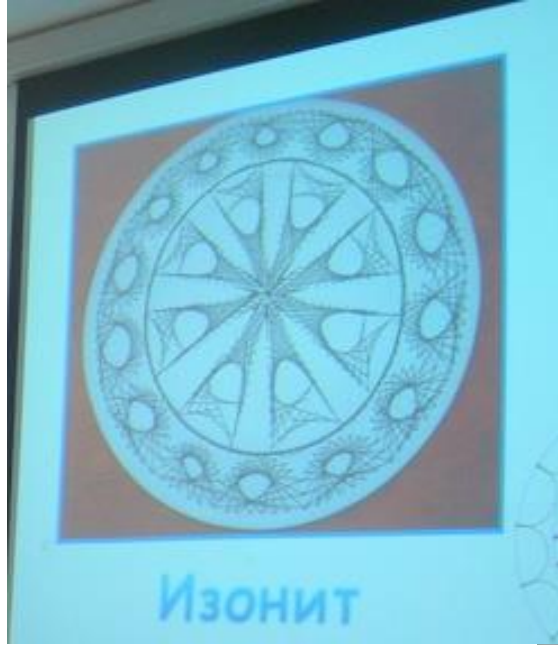


МОДНО ДЪРВО
НА ПИТАГОР...



**СЪРДЕЧНО ДЪРВО НА
ПИТАГОР...**

Mathematics and art in real life



Geometry in parks and gardens

Problem 11

Calculate how many square meters form part of the garden at Versailles, if we know that it is 71% of the total surface area of the garden. By solving this problem start from a square floor plan (Fig.20), in which a side length of one square is 1 meter.



Fig. 19 The grounds of Versailles contain one of the largest formal gardens ever created, with extensive parterres, fountains and canals, designed by André Le Nôtre.

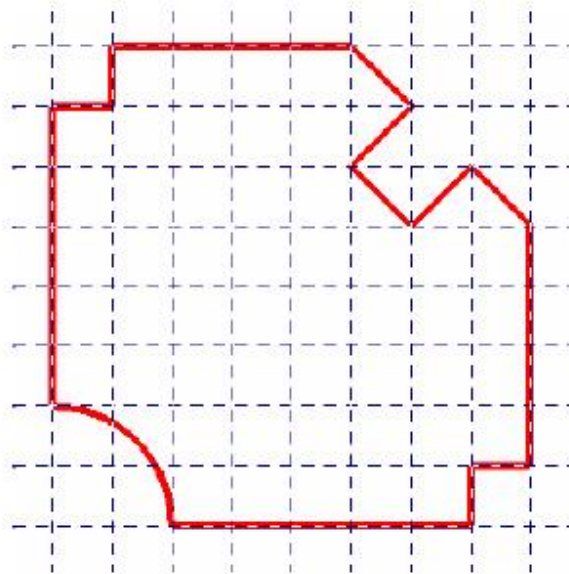


Fig. 20



Reconstructing an iconostasis

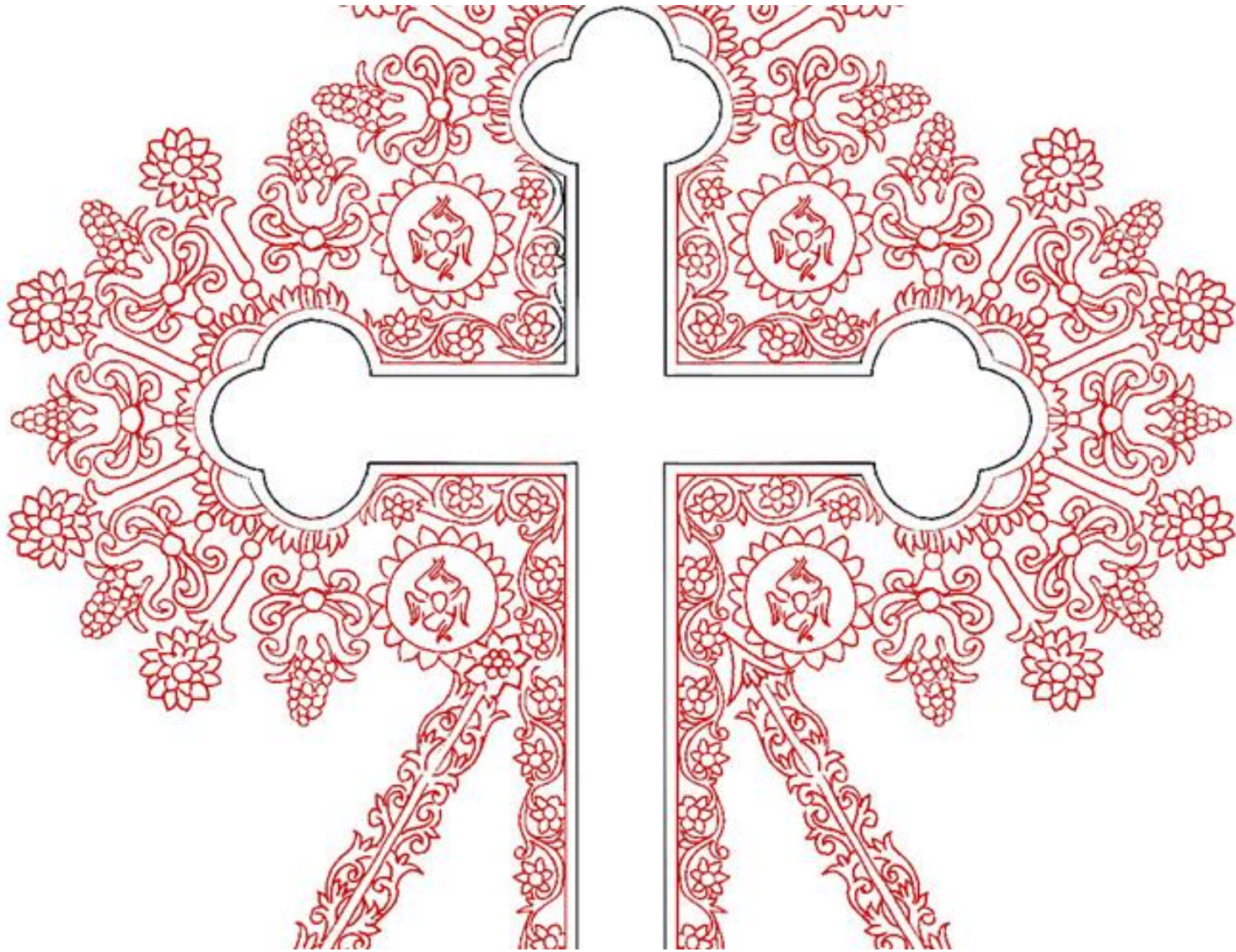
Dormition of the Holy Mother of God - Bansko



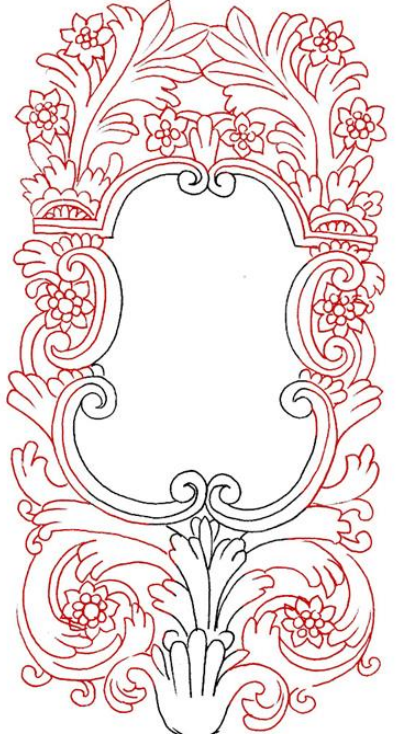
The iconostasis prior to the fire in 1958



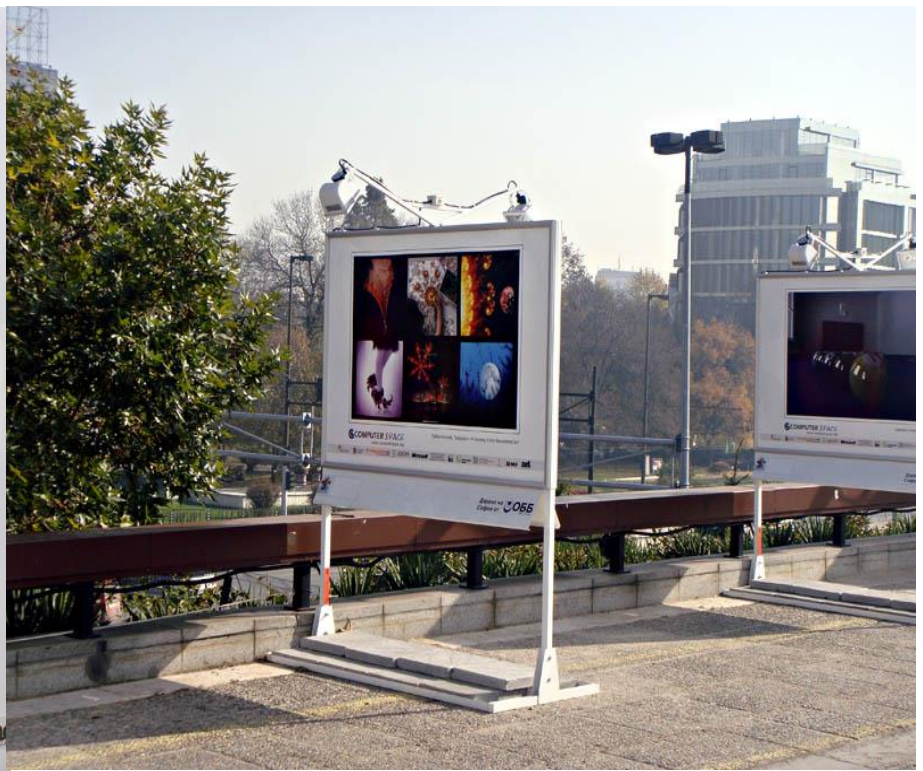




The digital reconstruction



Seduction - an art exhibition of an informatician



A Journey in The Mandelbrot se

<http://www.youtube.com/watch?v=JGxbhdr3w2I&feature=relmfut>