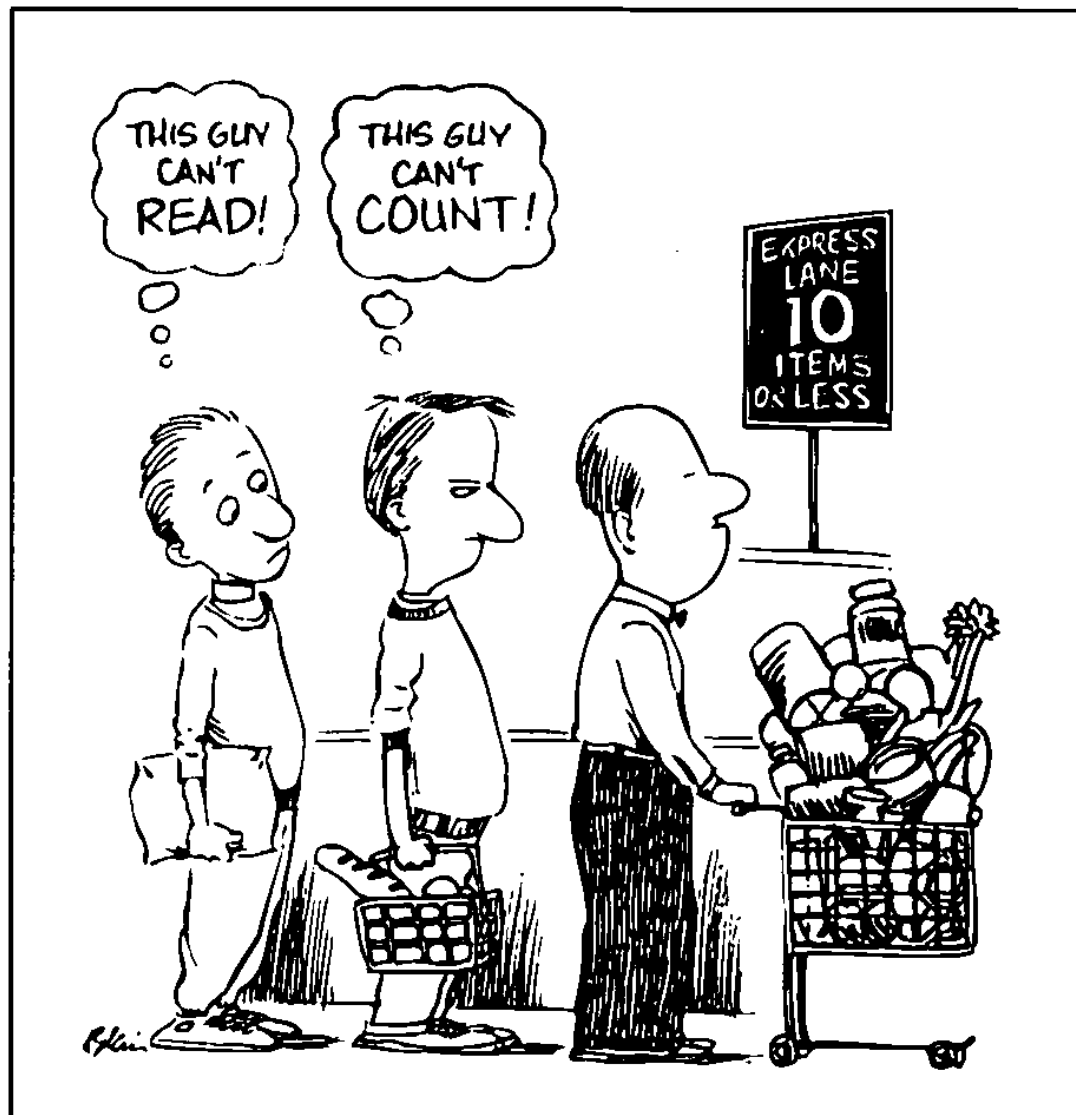


# Od besed k pojmom in strategijam pri razvoju matematične pismenosti

From Words to Concepts and Strategies for Developing Mathematical Literacy

Silva Kmetič



Reprinted with permission from *Not Strictly by the Numbers*  
© Carolina Mathematics/Carolina Biological Supply  
Company, Burlington, NC.

# Med bralno in matematično pismenostjo

## Seznam dejavnosti:

- branje in razumevanje konteksta,
- branje in razumevanje posameznih besed in besednih zvez,
- branje in razumevanje reprezentacij,
- branje in razumevanje simbolov,
- poznavanje in razumevanje pojmov,
- transformacija problema v matematične simbole in operacije,
- povezava simbola s pomenom oz. pojmom.

K bogatemu besedišču sodi tudi razumevanje **metafor** in **metonimij**.

Primer metafor: kisló vreme, trmast je kot osel ...

Primer metonimij: bral je Cankarja, cela dvorana je ploskala...

# Teorija metafor v jeziku in matematiki

**Metafora** (prenos) je uporaba določene besede (besedne zveze) namesto druge, na podlagi ene ali več njunih skupnih pomenskih značilnosti. Zaradi neke podobnosti prenesemo pomen z enega predmeta na drugega.

**Metonimija** zamenjava imena ali preimenovanje je retorična figura, v kateri je ime za neko stvar zamenjano z drugim imenom, ki je s prvim v vzročni ali kateri drugi zvezi. Metonimija je proces zamenjave.

Obstaja več različnih razlag metafore, npr.:

- tradicionalna teorija metafore (substitucijska in primerjalna teorija metafore),
- interakcijska teorija in kognitivna teorija (sodobna teorija metafore).

# Metafore in metonimije ter pomen

Metafore in metonimije so pogosti element didaktičnih razlag. Učencu lahko pomagajo razumeti matematični koncept, lahko pa povzročajo napačne predstave.

Metafora X (poznani objekt ali pojem) za Y (nov objekt ali pojem)  
Tvorba novih matematičnih pomenov z že znanimi v matematiki

- Integrali so ploščine.
- Dogovor za zapis pozitivnega števila, npr.  $+2 = 2$ , ki pa ne velja na enak način za negativnega števila, npr.  $-2$ .

# Metafore in metonimije ter pomen

Metafora X (poznan objekt ali pojem) za Y (nov objekt ali pojem) ali X vidim kot Y.

Primeri tvorbe novih matematičnih pomenov z že znanimi v realnem življenju:

- Orientacija se definira s smerjo urinega kazalca.
- Sekanti se srečata, vzporednici se nikoli ne srečata.
- Graf je slika.
- Funkcija je rastoča, če se po njej vzpenjamo (smučarji na ‚funkcijskih‘ strminah).
- Enakost (enačbo) povežemo s tehtnico.
- Člen ali spremenljivko prenesemo z ene strani na drugo stran.
- Členi se uničijo.

# Metafore in metonimije ter pomen

Metafora kot analogija:

Povezava A:B se nadomesti s povezavo C:D.

Primer:

- Sferični trikotnik: 3 točke in razdalja med njimi.

# Besedne ‚okrajšave‘ - posebna vrsta metafor oz. metonomij

- Pozitivna funkcija – pozitivna funkcijska vrednost
- $3 + 4 = 7$  (= kot glagol biti, če beremo ‚3 plus 4 je 7‘ ali glagol dobiti ‚če sešteješ 3 plus 4 dobiš 7‘.)
- Oče = 34 let – pri izpisu podatkov ‚je enako‘ nadomesti glagol ‚je star‘
- Enaka simbola nimata istega pomena

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad ??? \quad f^{-1} \neq \frac{1}{f}$$

- ....



# Okrajšave oz. jezikovne poenostavitve

Krajšanje enačbe – nadomesti  $a + (-a) = 0$  in  $a/a=1$

- Odvod je pozitiven – vrednost funkcije odvod je pozitivna
- Zapiši odvod dane funkcije – beseda odvod nastopa v pomenu funkcije, ki jo dobimo z odvajanjem.
- Odvod v stacionarni točki je 0. – odvod kot vrednost in točka kot abscisa točke.
  - Vrednost (funkcije) odvoda pri abscisi stacionarne točke je 0.

Primer pogoste napake, ki je morda posledica jezikovnih poenostavitev:

Če je  $f(x) = x^2$ , izračunaj  $f'(2)$ .

$$f(x) = x^2 = f'(x) = 2x = 2 \cdot 2 = 4$$

Samokontrola učitelja nad lastnim strokovnim jezikom

# Zamenjava med pojmom in simbolom oz. med pojmom in njegovim imenom

- Število je sodo, če se končuje z 0, 2, 4, 6, 8.
- Število je sodo, če ga lahko zapišemo kot vsoto dveh enakih števil.
- Naravno število množimo z 10, 100, 1000 ... tako, da dodamo eno, dve, tri ... ničle.

Kaj opaziš? Primerjaj oba zmnožka med seboj in izberi pravilno trditev.

a) Pri množenju s številom 10 se število, ki ga množimo, potroji.

b) Pri množenju s številom 10 se številu, ki ga množimo, na koncu doda številka 0.

Učbenik za 4. razred, str. 295

Pri množenju poljubnega števila z večkratnikom števila 10 pomnožimo število z deseticami večkratnika in zmnožku pripišemo ničlo.

Učbenik za 4. razred, str. 297

1  
Matematika  
kot jezik

2 Govorjeni  
(učenec)

5 Pisani  
(učenec)

3 Komunikacija v razredu  
(učitelj in učenec)

6 Matematični sistem pisave

Odvisnost od  
primerov,  
reprezentacij,  
besed,  
simbolov ...

4 Matematični pojmovna  
slika /shema

7 Sintaksa v matematiki

8 Branje, pisanje in meta  
jezik

9 Matematično znanje

## PEANOVI AKSIOMI

P3) Različni št.  $m$  in  $n$  imata različna naslednika  $m+$  in  $n+$

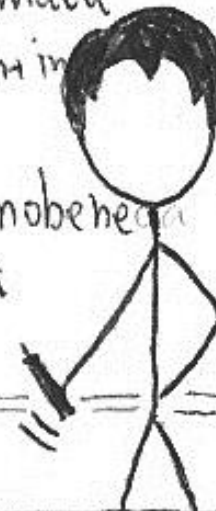
P4) 1 ni naslednik nobenega naravnega števila

HMM, TO PA NE ZVENI PRAV...



3) Različni št.  $m$  in  $n$  imata različna naslednika  $m+$  in  $n+$

4) 1 ~~ni~~ je naslednik nobenega naravnega števila



1 JE NASLEDNIK NOBENEGA...  
NE, NI NASLEDNIK VSAKEGA...  
... KAKŠNEGA, NI NENASLEDNIK...

AH, SLOVENŠČINA JE ŽE PO NARAVI NEPRAVILEN JEZIK...

### Nikalni stavki

Kvantifikatorji: vsi, vsak, nobeden, nekateri, obstaja ...

Veznik ali, vsaj toliko, največ toliko, najmanj toliko ...

### Besede, ki imajo

- različen pomen v matematiki,
- v vsakdanjem življenju in matematiki ter v drugih strokah.

Besede, ki zvenijo enako

V sobi smo dobili nalogo, da ugotovimo, kaj se dogaja s ploščinami pri prepogibanjih. Njz sem se lotil naloge na konkretnem primeru. Vzel sem list A4 formata in ga računal prepogibati. V tabelo sem si pisal rezultate, dolžino in širino papirja pri določenem papirju. Za dimenzije A4 formata sem vzel  $21\text{cm} \times 30\text{cm}$ , čeprav je v resnici  $21\text{cm} \times 29,7\text{cm}$ . Tako so prišli rezultati, katere se je dalo lažje primerjati med seboj. Nato sem iz primerjanih rezultatov ugotovil formulo:  $2^{-m} \cdot x$ . Ploščina pri številu prepogibanj ( $m$ ) je  $2^{-m} \cdot x$ , pri čemer je  $x$  osnovna ploščina, ploščina pri številu prepogibanj  $0 \cdot x$ .

Izsek iz matematičnega 'prostega spisa' o prepogibanju papirja z naslovom: Kaj se dogaja s ploščinami? Gimnazija Bežigrad, 1. letnik

# Ali velja $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ? Odgovor utemelji! Kopal D.: Analiza vrednotenja odgovorov, ZRSS, 5.1.2013, interno gradivo

Ne to ne velja saj ne kvadriramo samo  $a$  in  $b$  posebej ampak jih pomnožimo tudi skupaj.  $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$

Ne velja. Ker so pri kvadriranju 3 členi. <sup>v rezultatu</sup>

$(2+3)^2 = 2^2 + 3^2$  Ne to ne velja.  
 $5^2 = 4 + 9$   
 $25 = 13$

Razlike med odgovori niso samo na jezikovni (besedni in simbolni) ravni, ampak tudi na konceptualni.

$= ab$   
Ne velja. Ker je  $2ab$  ~~skupaj~~ preveč v računu.

Ne ni pravilna velja  $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b)$

# Ustvarjanje situacij za raziskovanje v predšolskem obdobju

Otroci dobijo različno dolge vrvice različnih barv. (*Vrvice so daljše od najdaljše dimenzije mize.*)

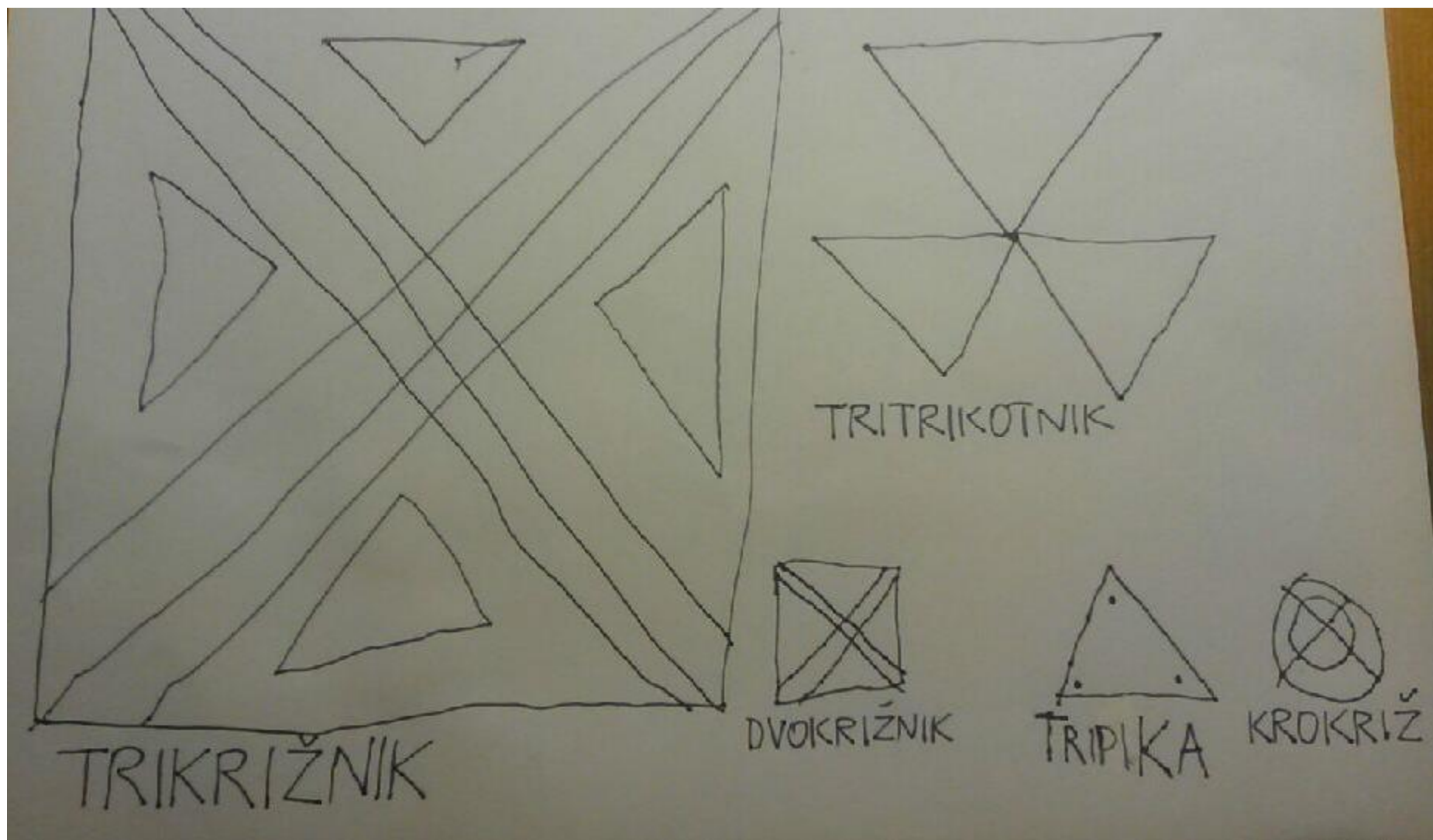
- Katera vrvica je najdaljša, katera je najkrajša?
- Razvrstite/Uredite jih od najkrajše do najdaljše.



Figure 2: René's and A's snail shell

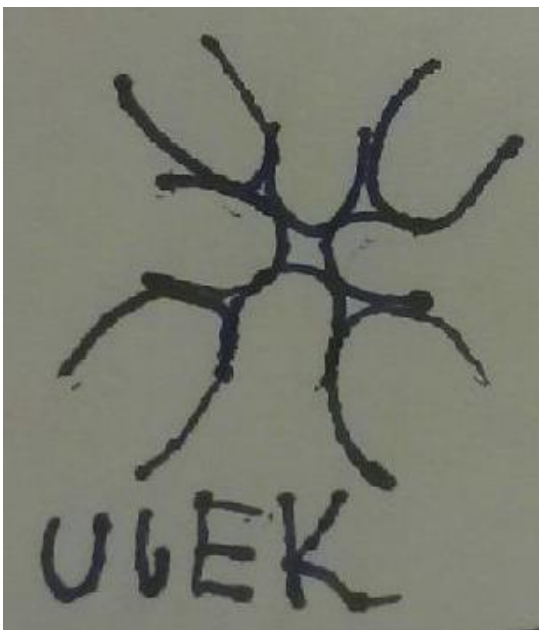
M. Beck





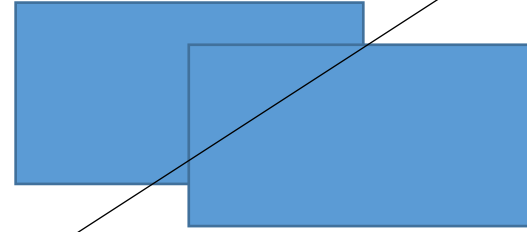
Spontano sporočanje/ustvarjanje, 5 let



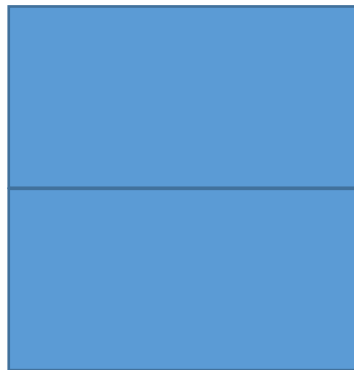


Spontano sporočanje/ustvarjanje, 5 let

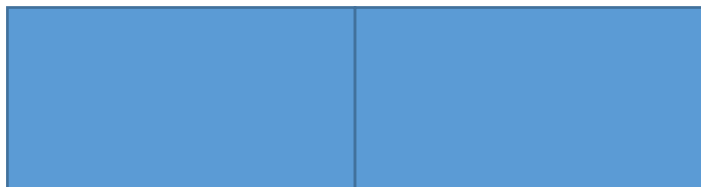
Sestavi ...



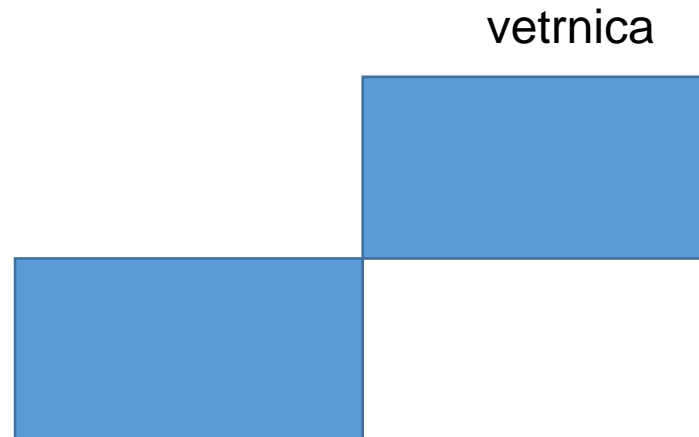
Po dogovoru o načinu sestavljanja so nastale tri figure.  
Imena so asociativno vezana na konkretne objekte.



paket



raketa



vetrnica

Spontano sporočanje/ustvarjanje, 6 let

Dana je stranica kvadrata:  $a = 20$  enot. Koliko meri premer?

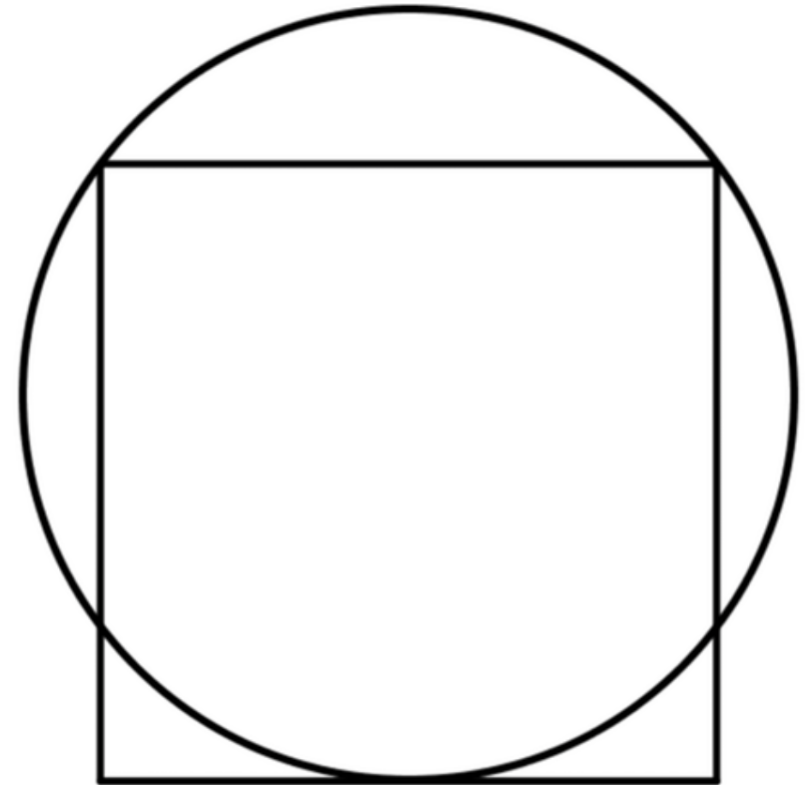
Slika je pomembna dopolnitev besedila naloge.

Kaj preberemo s slike?

?

Kaj lahko načrtam?

Ali znam načrtati krožnico?



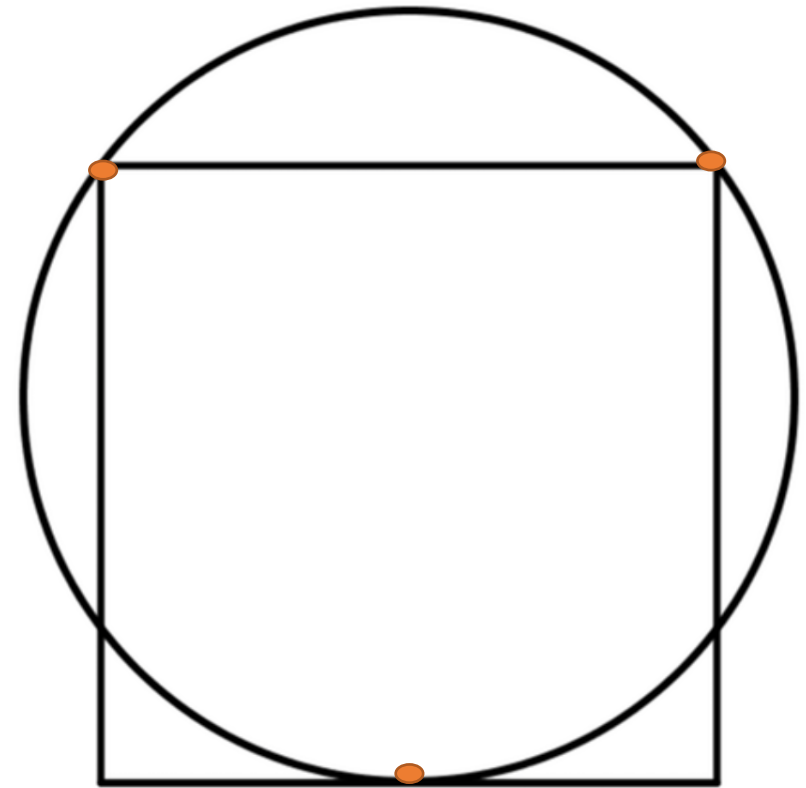
Dana je stranica kvadrata:  $a = 20$  enot. Koliko meri premer?

Ocena:  $x < d < y$

Ocena 1 :  $10 < d < 20\sqrt{2}$

Kje je središče krožnice?

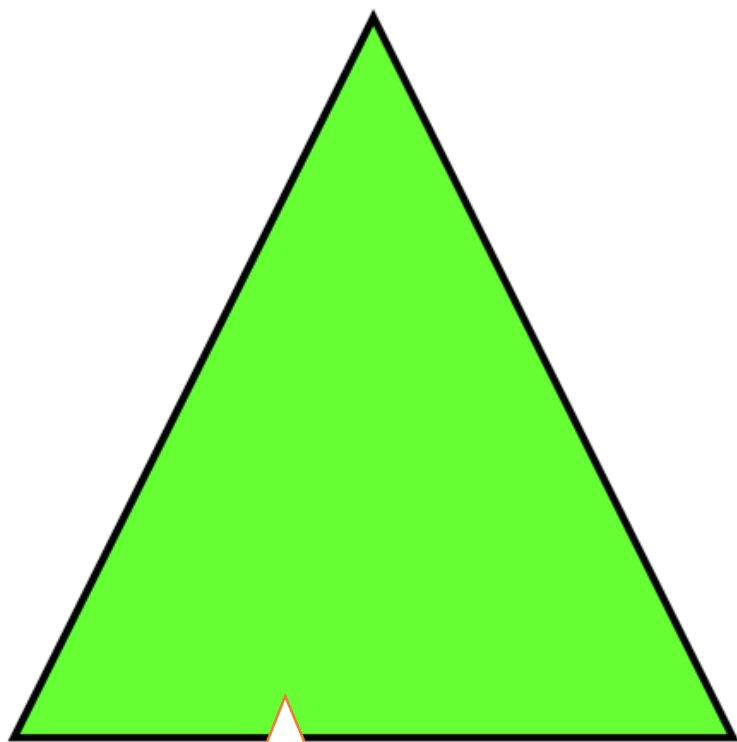
...



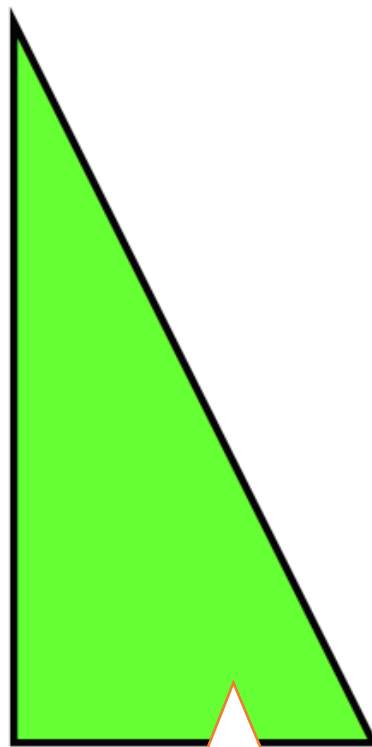
Na sliki so \_\_\_\_\_

Vprašanje verzija 1: Izloči en lik in razloži zakaj.

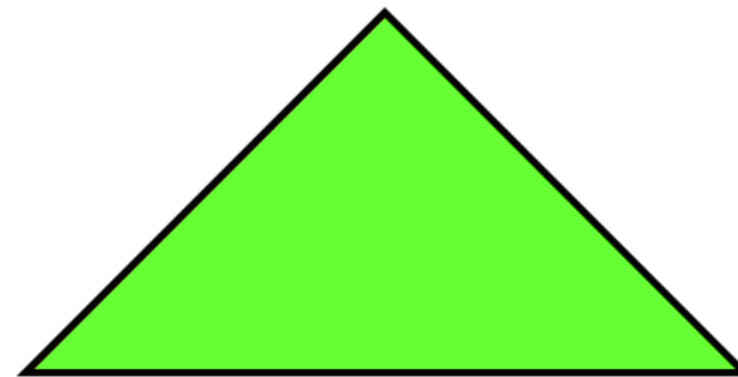
Vprašanje verzija 2: Izloči po en lik na čim več načinov in vsakič razloži, zakaj si ga izločil.



Ni pravokoten.



Ni enakokrak.  
Ni simetričen  
glede na ...



# Bralna (BP) in matematična pismenost (MP)

- Bralna pismenost pri matematiki?
- Matematična bralna pismenost?

$$S = \pi r^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$$

Za simboli in zapisanimi odnosi so pojmi.

Simboli in enakosti kot nosilci pomena.

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta}$$

$$1 - F(x) = e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta}$$

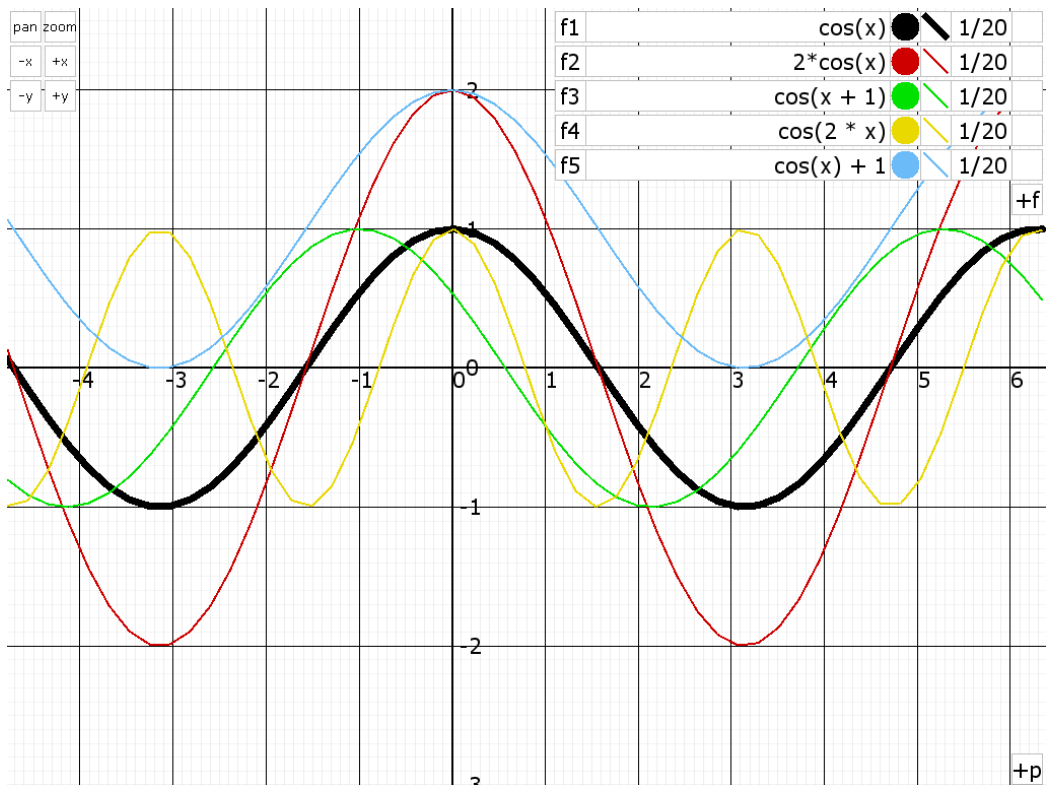
$$\ln(1 - F(x)) = -\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta$$

$$\ln\left(\frac{1}{1 - F(x)}\right) = \left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta$$

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - F(x)}\right)\right] = \beta \ln\left(\frac{x}{\alpha}\right)$$

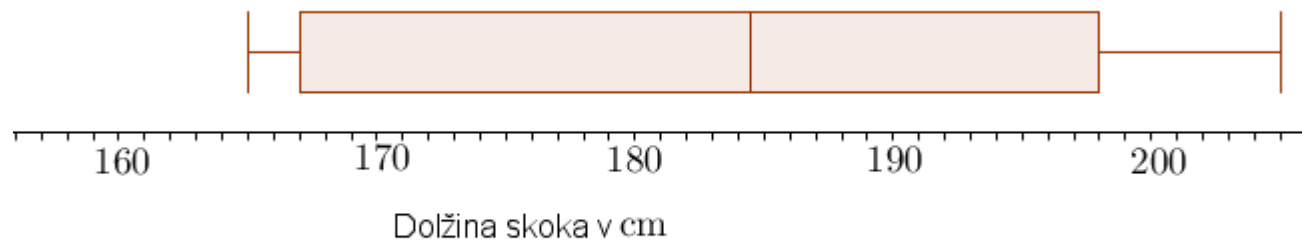
$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - F(x)}\right)\right] = \beta \ln x - \beta \ln \alpha$$

Kdaj je matematični zapis mrtva črka na papirju?



### PODATKI SURS (10-75)

STAROST	št. oseb v pop.	že uporabili internet		uporabili v zadnjih 3 mesecih		mesečni uporabniki	
	v 1000	v 1000	%	v 1000	%	v 1000	%
10-15	129	121	94	116	90	114	88
16-24	222	217	98	198	89	194	87
25-34	303	264	87	244	80	238	79
35-44	307	228	74	199	65	196	64
45-54	313	157	50	134	43	131	42
55-64	232	65	28	46	20	44	19
65-74	183	14	8	13	7	13	7
skupaj	1691	1066	63	949	56	927	55



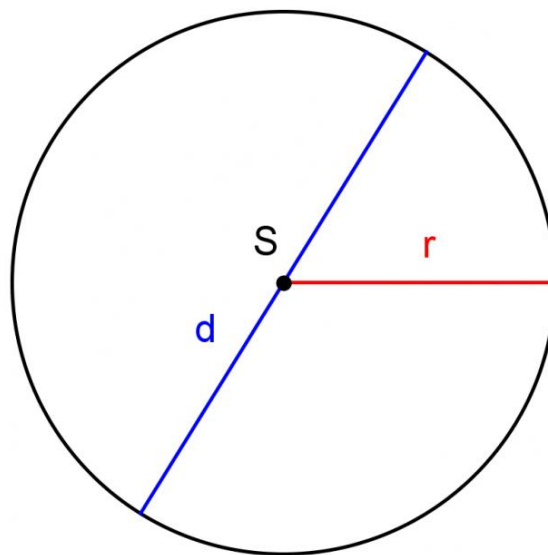
Vnos: BorzniDiagram[2, 1, {165, 167, 189, 205, 203, 200, 189, 198, 178, 170, 167, 165, 193, 180}]

**Krožnica** je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke  $S$ . Točko  $S$  imenujemo **središče** krožnice, razdalja med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.

$$K(S, T) = \{T(x, y) : d(S, T) = r ; x, y, r \in R, r \geq 0\}$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2.$$

$$x = p + r \cos t,$$
$$y = q + r \sin t.$$



O pojmu na različne načine.



# Znaki za zapis števil, primer s števčkama 3 in 4

$$34 \quad 43 \quad 3^4 \quad 4^3$$

$$3,4 \quad 4,3$$

$$\frac{3}{4} \quad \frac{4}{3}$$

$$3^{-4} \quad 4^{-3}$$

$$3 + 4 \quad 3 - 4 \quad 3 \cdot 4 \quad 3 : 4$$

$$3 \div 4 \quad 3 < 4 \quad 4 > 3$$

$$3\frac{3}{4} \quad 3\frac{4}{3} \dots$$

Različne pomene sestavljenih simbolov določajo pojmi (npr. mestna vrednost) ali dogovori.

# Stopinje

Beseda ima pomen v vsakdanjem življenju in različna pomena v matematiki.

$3^0$  potenca

$3^\circ$  stopinje

Simbola sta podobna po obliki, posebej v rokopisu, lega je enaka.

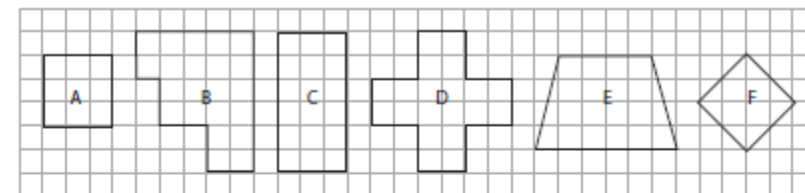


$30^\circ$  -kotne stopinje – mera za velikost kota

$30^\circ\text{C}$ ,  $30^\circ\text{F}$  (ali  $\text{K} \dots$ ) mera za temperaturo (različne temperaturne lestvice)

## Nekaj primerov z velikimi tiskanimi črkami ...

- Daljica AB, stranica AB, rob AB
- Dolžina daljice  $|AB|$
- Premica AB
- $d(A,B)$
- Kot ABC
- Trikotnik ABC
- Kot A/slika A
- Lik B



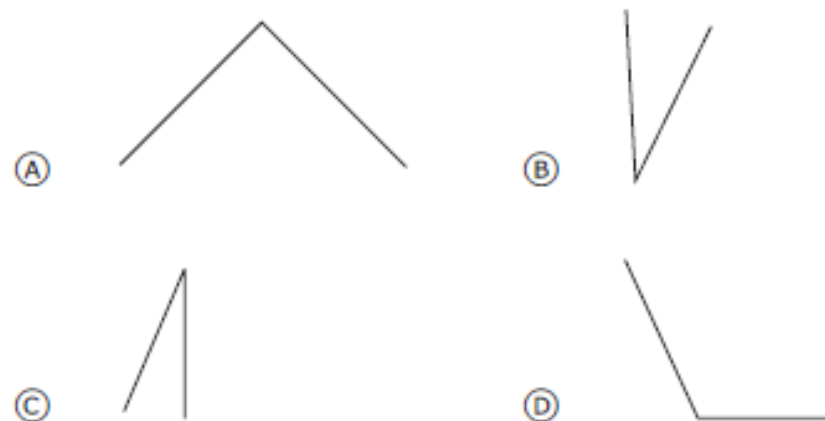
Samo je razvrstil narisane like v tabelo.

Napiši črko vsakega lika v tisto polje tabele, kamor lik sodi.

Lik A je že vpisan.

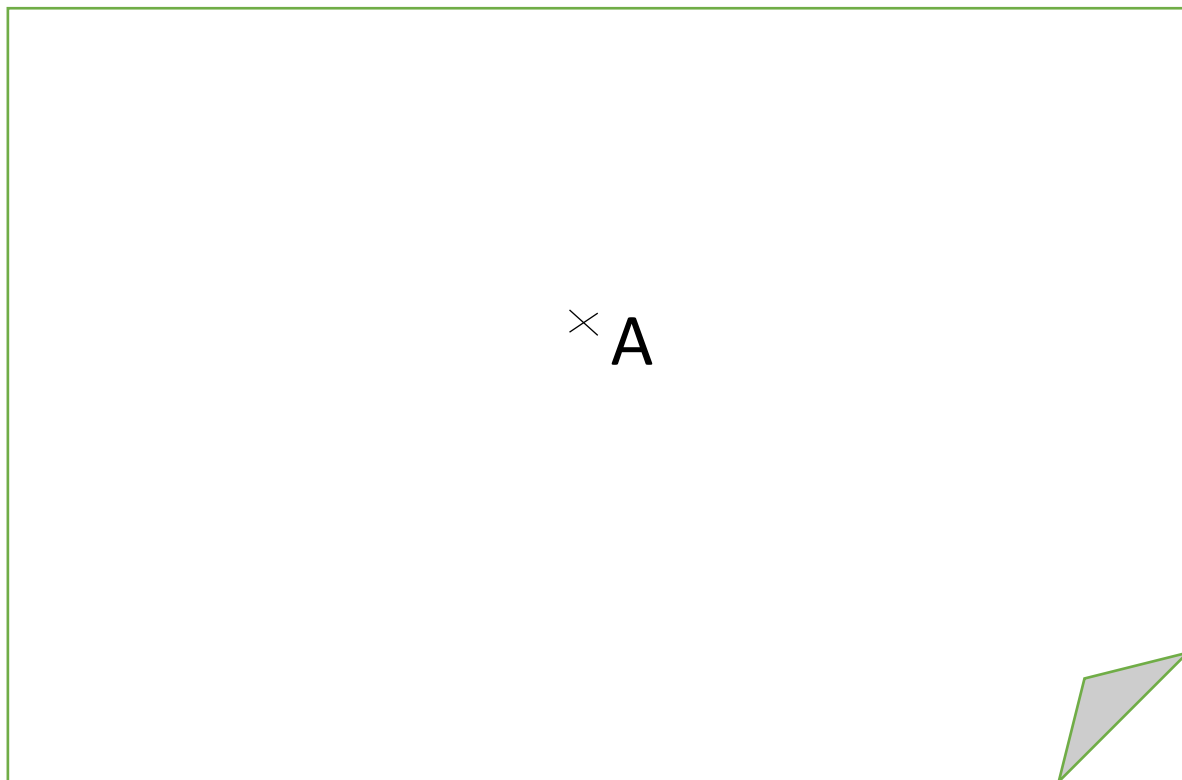
	Ima 4 stranice.	Nima 4 stranic.
Vse stranice so enako dolge.	A	
Vse stranice NISO enako dolge.		

Eden izmed narisanih kotov je pravi kot. Kateri?



# Primer

- Koliko daljic z dolžino 4cm lahko narišemo iz točke A?
- Največ koliko daljic ...



Odgovor učenca: 25  
V naslednjem hipu: Ne 27.

Kateri odgovor je pričakoval učitelj?  
Kako je razmišlja učenec?

**Vedno** resnično (pravilno), **včasih** ali **nikoli**  
Vsi, nekateri (obstaja), vsak ... (kvantifikatorji)

Kvantifikatorji in stopnja formalnosti (pravilnost)

Primer:

Ali velja  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$  ? Odgovor utemelji!

D. Kobal, primer predstavljen na seminarju 2013

Da, velja, če je  $a = 0$  ali če je  $b = 0$ . Če je  $ab \neq 0$ , torej v splošnem, formula ne velja. V splošnem namreč velja formula  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

Ne to ne velja saj ne kvadriramo samo  $a$  in  $b$  posebej ampak jih pomnožimo tudi skupaj.  $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$

$$(2+3)^2 = 2^2 + 3^2$$

$$5^2 = 4 + 9$$

$$25 = 13$$

Ne to ne velja.

Ne velja. Ker so pri kvadriranju 3 členi. v rezultatu

Ne ni pravilna

velja  $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b)$

$$= ab^2$$

Ne velja. Ker je  $2ab$  ~~skupaj~~ preveč v računu

**Vedno,  
včasih,  
nikoli ?**

Pri množenju z 2 je rezultat večje število.

Če kvadriramo liho število, je kvadrat tega števila liho število.

Večkratniki števila 5 so tudi večkratniki števila 10.

Za pravilni večkotnik je število osi simetrije enako številu stranic.

Večji je obseg lika, večja je ploščina tega lika.

Ko množiš število z 10, lahko temu številu na koncu pripišeš števko 0.

Po operaciji odštevanja vedno dobim število, ki je manjše od prvega števila/zmanjševanca.

Zasuk za eno četrtno kroga v smeri urinega kazalca je enak zasuku za tri četrtnine kroga v nasprotni smeri urinega kazalca.

Večkotnik ima 4 stranice.

Sodo število, ki je večkratnik števila 3, je tudi večkratnik števila 6.

# Bralna (BP) in matematična pismenost (MP) ter reševanje problemov

Z reševanjem problemov lahko celostno razvijamo matematično pismenost.



# Koliko let imajo deklice?

Na cesti se srečata prijatelja, ki se že dolgo nista videla. Najprej se pogovarjata o svojih družinah.

Koliko otrok imaš?

*Tri, tri hčerke.*

Koliko so stare?

*Produkt njihovih let je 36, vsota let pa je enaka številu, ki se zapiše kot tista hišna številka.*

Nisi mi povedal dovolj.

*Najstarejša igra klavir.*

Koliko so deklice stare?

# Koliko let imajo deklice?

Primerjava **dveh** napotkov

Na cesti se srečata prijatelja, ki se že dolgo nista videla. Najprej se pogovarjata o svojih družinah.

Koliko otrok imaš?

*Tri, tri hčerke.*

Koliko so stare?

*Produkt njihovih let je 36, vsota let pa je enaka številu, ki se zapiše kot tista hišna številka.*

Nisi mi povedal dovolj.

*Najstarejša igra klavir.*

Koliko so deklice stare?

Reševanje problemov izvajamo npr. po naslednjih fazah:

1. razumevanje problema,
2. izdelava načrta reševanja,
3. izvajanje načrta reševanja,
4. pogled nazaj.

**Metoda PV3P ???** (**P**regledati celoto, **V**prašati se, kaj so podatki, kaj že vem, kaj moram narediti ..., **P**rebrati **ponovno**, **N**ačrtovati reševanje, **I**zvajati ..., **P**onovno pregledati celoto, **P**reverjati )

Kaj lahko naredim?  
Poskusim ...

# Koliko let imajo deklice?

Na cesti se srečata prijatelja, ki se že dolgo nista videla. Najprej se pogovarjata o svojih družinah.

Koliko otrok imaš?

*Tri, tri hčerke.*

Koliko so stare?

*Produkt njihovih let je 36, vsota let pa je enaka številu, ki se zapiše kot tista hišna številka.*

Nisi mi povedal dovolj.

*Najstarejša igra klavir.*

Koliko so deklice stare?

Podatki:

- 3 hčerke
- Najstarejša igra klavir.

Odnosi/povezave:

- Produkt njihovih let je (enak) 36.
- Vsota njihovih let je enaka številu, ki je hišna številka.

Vprašanje

Koliko so deklice stare?

Starost deklet je neznana.

Ključne besede ?

„Skriti“ podatki: najstarejša je samo ena, niso trojčice, 2 deklici sta lahko dvojčici

# Koliko let imajo deklice?

Na cesti se srečata prijatelja, ki se že dolgo nista videla. Najprej se pogovarjata o svojih družinah.

Koliko otrok imaš?

*Tri, tri hčerke.*

Koliko so stare?

*Produkt njihovih let je 36, vsota let pa je enaka številu, ki se zapiše kot tista hišna številka.*

Nisi mi povedal dovolj.

*Najstarejša igra klavir.*

Koliko so deklice stare?

Zakaj?

Koliko je hišna številka?

## Podatki

- 3 hčerke
- Najstarejša igra klavir.

## Odnosi/povezave

- Produkt let je 36.
- Vsota let je število zapisano na hišni številki.

## Vprašanje

Koliko so deklice stare?

Starost deklet

Ključne besede ?

Skriti podatki: najstarejša je samo ena, niso trojčice, lahko sta 2 deklici dvojčici

**Razumevanje se ,zgodí' ob reševanju.** Skrita podatka in rešitev lahko razberemo iz preglednice, ki je nastala v procesu reševanja.

Skrita številska podatka:

- vsota let je hišna številka
- 'najstarejša igra klavir'

Koliko je hišna številka?

Koliko je stara najstarejša deklica?

36 kot nakazan produkt	Vsote faktorjev
1·1·36	38
1·2·18	21
1·3·12	16
1·4·9	14
1·6·6	13
2·2·9	13
3·3·4	10
6·2·3	11

36 kot nakazan produkt	Vsote faktorjev
1·1·36	38
1·2·18	21
1·3·12	16
1·4·9	14
1·6·6	13
2·2·9	13
3·3·4	10
6·2·3	11

Tabela 1: Preglednica vseh možnih produktov in vsot nam pomaga izbrati rešitev problema.

## Matematični opis naloge

- 3 neznanke :  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (starost posamezne deklice)
- 3 enačbe
  - $x y z = 36$  (produkt starosti deklic)
  - $x + y + z = d$  (vsota starosti deklic je hišna številka)
  - $x > y$  in  $x > z$ , odnosi med starostmi deklic, če je  $x$  starost najstarejše deklice.

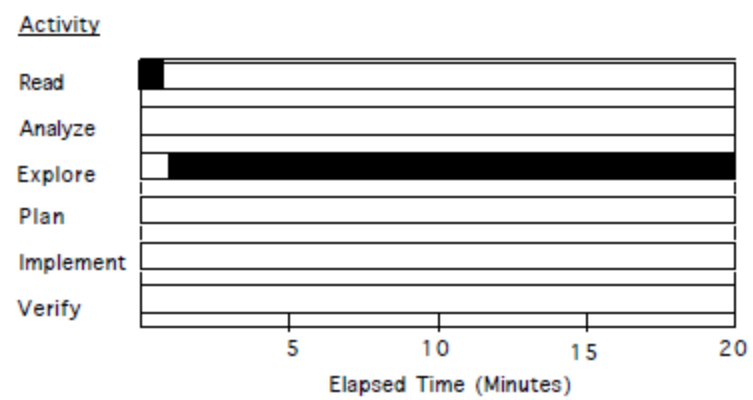


Fig. 3. Time-line graph of a typical student attempt to solve a non-standard problem.

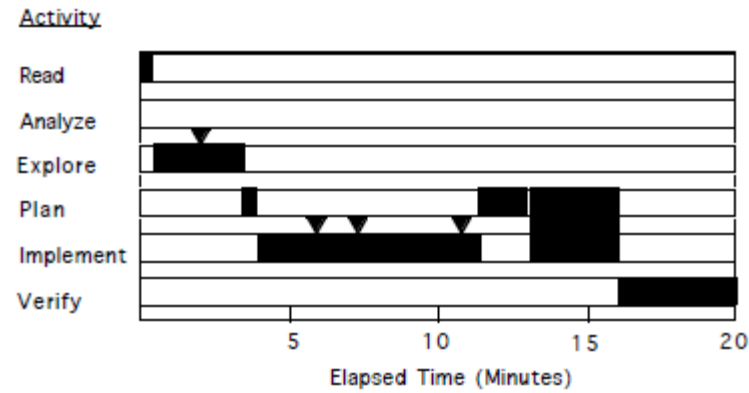


Fig. 5. Time-line graph of two students working a problem after the problem solving course.

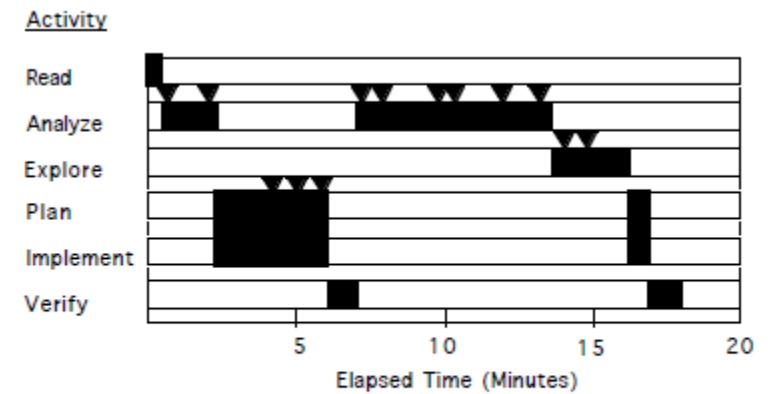


Fig. 4. Time-line graph of a mathematician working a difficult problem

## TIMSS in nogomet

Na nogometnem turnirju moštvo dobi:

3 točke za zmago

1 točko za neodločen rezultat

0 točk za poraz

Zedland ima 11 točk.

Katero je **najmanjše** število tekem, ki jih je lahko igral Zedland?

### Slovenija

Odstotki pravih odgovorov **20,6**

Odstotki pravih odgovorov med **deklicami 12,8**

Odstotki pravih odgovorov med **dečki 27,6**

M051001 Matematika 4, Timss 2012



Content Domain	Main Topic	Cognitive Domain
NUMBER	Whole Numbers	Reasoning

Pogled na angleško različico naloge z delom rezultatov.

Item label: Soccer tournament

Overall Percent Correct

In a soccer tournament, teams get:

3 points for a win  
1 point for a tie  
0 points for a loss

Zedland has 11 points.

What is the **smallest** number of games Zedland could have played?

Answer: \_\_\_\_\_

Education system	Percent correct
Hong Kong-CHN	59 ▲
Japan	56 ▲
Korea, Rep. of	52 ▲
Singapore	52 ▲
Chinese Taipei-CHN	48 ▲
England-GBR	47 ▲
Northern Ireland-GBR	45 ▲
Serbia	45 ▲
Czech Republic	41 ▲
Denmark	40 ▲
Portugal	40 ▲
Ireland	39 ▲
Lithuania	37 ▲
Sweden	36 ▲
Netherlands	36 ▲
Finland	35 ▲
<b>United States</b>	<b>34 ▲</b>
Slovak Republic	34 ▲
Australia	31 ▲
Germany	29
Russian Federation	28
<b>International average</b>	<b>27</b>
Azerbaijan	26
New Zealand	26
Romania	26
Turkey	26
Hungary	26
Belgium (Flemish)-BEL	25
Kazakhstan	25
Croatia	25
Armenia	25
Italy	23
Poland	22 ▼
Spain	21 ▼
Malta	21 ▼
Slovenia	21 ▼
Thailand	20 ▼

## TIMSS in nogomet

Na nogometnem turnirju moštvo dobi:

3 točke za zmago

1 točko za neodločen rezultat

0 točk za poraz

Zedland ima 11 točk.

Katero je **najmanjše** število tekem, ki jih je lahko igral Zedland?

M051001Matematika 4, Timss 2012

**Predpostavka o razlogih za nizek dosežek:**

Ime **Zedand**

Beseda **najmanjše** (najmanjše število tekem)

Oblika zapisa naloge

# Predvidevanja učiteljev o vzrokih za nizek rezultat

- Kontekst
- Ker ne poznajo moštva
- Ne poznajo pravil
- Ne morejo dobiti dveh točk
- 11 ni deljivo s 3
- Ker se ne izide
- Težave z deljenjem (ostanek)
- Se ne potrudijo
- Bralno nepismeni
- Naloga je neobičajna
- Beseda lahko
- ....

n= 60

# Kaj kaže 70 preizkusov?

Primeri odgovorov:

- Število tekem: 11, 8, 7, 5, 4, 2, 1
- Število točk: 1, 3, 5, 7
- Samo število: 5, 7, 15, 321, 421, 121
- Brez odgovora: ...

Primeri napačnih postopkov:

$$310$$
$$+11$$
$$321$$

$$11 + 3 + 1 + 0 = 15$$

$$3 + 1 + 0 = 4$$

$$11 - 4 = 7$$

$$11 - 3 - 1 = 7$$

Pravilne odgovore so učenci izračunali s seštevanjem ali odštevanjem točk v kombinaciji s štetjem tekem. Množenje in deljenje sta zapisani operaciji samo po enkrat. Večina je rezultat kar zapisala brez zapisanega reševanja.

**Zaključek: naloga ima več šumov.**

Razlogi za nizek rezultat so raznoliki, odvisni od razreda, posameznika in spola. V kolikšni meri vpliva naloga sama, sintaksa, kontekst, sestavljena računsko operacija ...???

to work out how to use it.

You can change the top, central and bottom controls on the left by using the sliders (-|+). The initial setting for each control is indicated by ▲.

By clicking APPLY, you will see any changes in the temperature and humidity of the room in the temperature and humidity graphs. The box to the left of each graph shows the current level of temperature or humidity.

**Question : CLIMATE CONTROL**

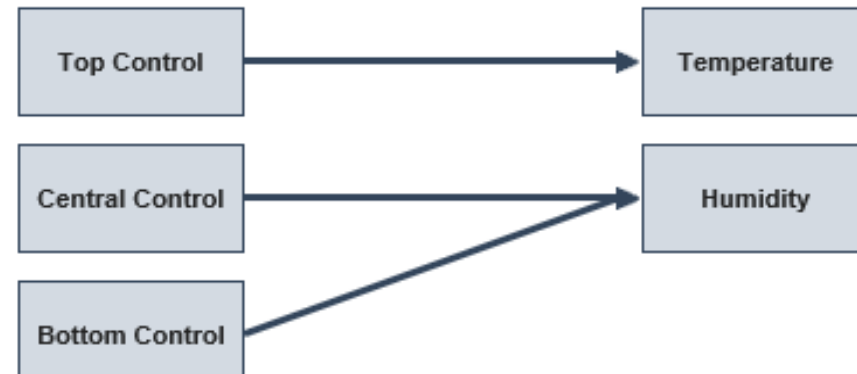
Find whether each control influences temperature and humidity by changing the sliders. You can start again by clicking RESET.

Draw lines in the diagram on the right to show what each control influences.

To draw a line, click on a control and then click on either Temperature or Humidity. You can remove any line by clicking on it.

SUBMIT

RESULTS



# Dosežki in opis dosežkov na ravni 3

	Dosežek SLO v %	Dosežek OECD v %	Interval vseh dosežkov v %
Nadzor klime	46	57	16 - 80

Učenci lahko obravnavajo informacije, predstavljene v različnih formatih. Lahko raziskujejo situacijo problema in izluščijo preproste odnose med elementi ali spremenljivkami. Lahko nadzorujejo preproste digitalne naprave, vendar imajo težave z bolj zapletenimi napravami. Reševalci problemov na ravni 3 se lahko v celoti ukvarjajo z enim pogojem, na primer, ki ustvari več rešitev, in preverjajo, da ugotovijo, ali izbrana rešitev izpolnjuje pogoj. Kadar obstaja več pogojev ali med seboj povezanih lastnosti, znajo postaviti eno spremenljivko konstantno in opazovati učinek sprememb drugih spremenljivk. Znajo oblikovati in izvajati testiranje za potrditev ali ovržbo določene hipoteze. Razumejo zakaj je treba načrtovati vnaprej in spremljati napredek, in so sposobni poskusiti z drugačno možnostjo, če je to potrebno.

## ROBOT CLEANER

The animation shows the movement of a new robotic vacuum cleaner. It is being tested.

Click the START button to see what the vacuum cleaner does when it meets different types of objects.

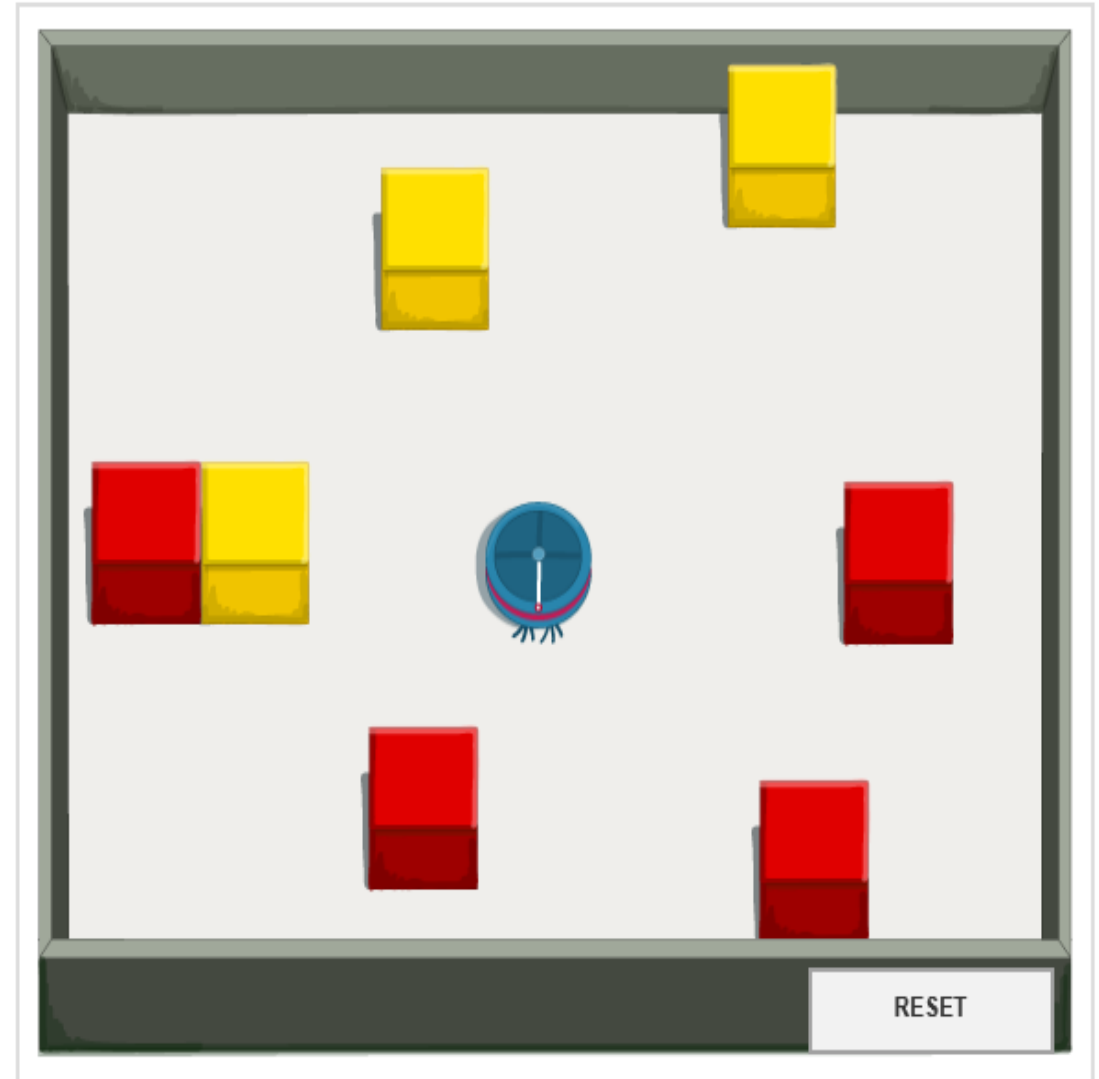
You can use the RESET button to place the vacuum cleaner back in its starting position at any time.

### Question : ROBOT CLEANER

The vacuum cleaner's behaviour follows a set of rules. Based on the animation, write a rule that describes what the vacuum cleaner does when it meets a yellow block.



Question : ROBOT CLEANER



# Dosežki in opis dosežkov na ravni 6

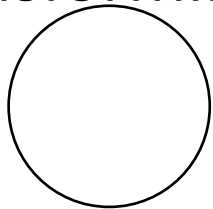
	Dosežek SLO v %	Dosežek OECD v %	Interval vseh dosežkov v %
Robotski sesalnik	0,9	2,5	0,1-9,6

Učenci lahko razvijejo celostne, skladne mentalne modele različnih problemskih situacij, ki jim omogočajo učinkovito reševanje kompleksnih problemov. Raziščejo lahko situacijo na zelo strateški način, da razumejo vse podatke, ki se nanašajo na problem. Podatki, ki zahtevajo razlago in povezovanje med seboj, so lahko v različnih oblikah. Ko se soočajo z zelo zapletenimi napravami, kot so gospodinjski aparati, ki delujejo na nenavaden ali nepričakovan način, se hitro učijo, kako jih nadzorovati za doseganje cilja na optimalen način. Reševalci problemov na tej stopnji lahko postavljajo splošne hipoteze o sistemu in jih znajo temeljito preizkusiti. Lahko sledijo premiso do logičnega zaključka ali prepoznajo, ko ni na voljo dovolj informacij, da bi ga dosegli. Da bi dosegli rešitev, lahko ti visoko usposobljeni reševalci problemov ustvarijo zapletene, prilagodljive, večstopenjski načrte, ki jih nenehno spremljajo med izvajanjem. Če je potrebno, spremenijo svoje strategije, ob upoštevanju vseh omejitev, tako eksplicitnih kot implicitnih.

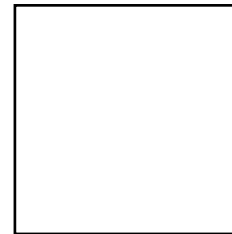


# Opomnik za (samo)evalvacijo...

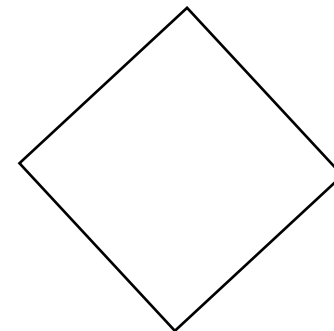
- Ali učitelji vidimo predpostavke in nova vprašanja?
- Ali učenci vidijo predpostavke in nova vprašanja?
- Ali imajo učenci priložnost, da razmišljajo o predpostavkah in novih vprašanjih?
  - Primerna učna izhodišča
  - Dovolj časa za razmišljanje
  - Ustrezna frekvenca dobrih učnih izhodišč
- Ali imajo učenci za prepoznavanje pojmov, struktur ... in za transfer oz. transformiranje



Krožnica prepoznana vedno kot krožnica?



Kaj pa kvadrat?



# Od besed k pojmom in strategijam

- Matematika za pismenost.
- Učenje matematike prispeva k razvoju učencev.
- Biti matematično pismen je cilj, dosegljiv z zapleteno učno potjo. Od besed k pojmom in strategijam pomeni tudi od besed k dejanjem: to so dejavnosti za razvoj **konceptualnih znanj** z razumevanjem in razvoj matematičnega mišljenja z reševanjem problemov, vse pa se prepleta z razvojem jezika, tako naravnega kot simbolnega.
  - Od modelov in dejavnosti preko besed k pojmovnim predstavam.
  - Od pojmov do besed in oznak ter simbolov osmišljeno in postopno.
  - V poimenovanje pojmov, procedur in označevanje naj bo aktivno vključen tudi učenec (osmišljanje zapisov in oznak ...).

# Zaključek

Za razvoj pismenosti si moramo najprej ustvariti dovolj širok pogled na pismenost (Hodnik Čadež, 2016, Žakelj, 2016) in nato načrtovati sistematično pot do zastavljenih ciljev na osnovi ugotovljenega predznanja in izkušenj učencev.

V pomoč sta sistematično uzaveščenje lastnega pedagoškega pogleda na učenje in poučevanje ter pogleda na matematiko kot znanost in na matematiko kot šolski predmet.

V kombinaciji s spoznanji formativnega preverjanja načrtane poti, **delnih** oz. **trenutnih** in **končnih** pričakovanih dosežkov je lahko **pot** do želenih ciljev **vidnejša** in zato učinkovitejša.

# Viri

- Baranović, N. (2014): Učenje temeljeno na čitanju s razumijevanjem, Zbornik prispevkov, 2. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike, KUPM 2014, Pridobljeno (8. 8. 2016) na <http://www.zrss.si/pdf/zbornik-prispevkov-kupm2014.pdf>, str. 75-99.
- Bešter Turk, M. (2011): Sporazumevalna zmožnost – eden izmed temeljnih ciljev pouka slovenščine, Jezik in slovstvo, letn. 56, št. 3-4, str. 111-130.
- Borasi, R. (1990): Reading to learn mathematics: new connections, new questions, new challenges, For the Learning Mathematics, letn.10, št. 3, str. 9 – 16.
- De Lange, J. : Mathematics for Literacy, Pridobljeno (7. 10. 2015) na [http://www.maa.org/sites/default/files/pdf/QL/pgs75\\_89.pdf](http://www.maa.org/sites/default/files/pdf/QL/pgs75_89.pdf),
- Hodnik Čadež, T. in dr. (2016): Bralna pismenost pri pouku matematike v 5. razredu osnovne šole v ur. Devjak, T. in Saksida, I.: Bralna pismenost kot izziv in odgovornost, str. 177-194.
- Japelj Pavešić, B. (2012): Matematične naloge raziskave TIMSS: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Magajna, Z. (2003): Problemi, problemsko znanje in problemski pristop pri pouku matematike, Matematika v šoli, Letnik 10, št. 3/4 (2002/2003), str. 129-138.
- Nosrati, M., Wæge, K. (2014): What characterises good learning and teaching in mathematics? – A research based perspective Pridobljeno (7. 6. 2016) na <https://nettsteder.regjeringen.no/fremtidensskole/files/2014/05/Status-rapport-matematikksenteret.pdf>.
- Pimm D. (1990): Speaking Mathematically, Routledge, London
- Pimm D. (1995): Symbols and meaning in school mathematics, Routledge, London
- Schoenfeld, A.H.(1992): Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics v Grouws, D.(ur.): Handbook for research on mathematics teaching and learning, str. 334-337, MacMillan, New York.
- Stacey, K. (2012): The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items Pridobljeno (7. 8. 2016) [https://www.researchgate.net/publication/300175793\\_The\\_International\\_Assessment\\_of\\_Mathematical\\_Literacy\\_PISA\\_2012\\_Framework\\_and\\_Items](https://www.researchgate.net/publication/300175793_The_International_Assessment_of_Mathematical_Literacy_PISA_2012_Framework_and_Items).
- Žakelj, A. (2016): Jezikovna dimenzija matematike in pouk matematike v ur. Devjak, T. in Saksida, I.: Bralna pismenost kot izziv in odgovornost, str. 143-176.