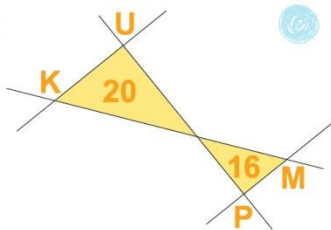


Napake pri poenostavljanju algebrskih izrazov

Mojca Štemberger

OŠ Srečka Kosovela Sežana



3. mednarodna konferenca
o učenju in poučevanju matematike

KUPM 2016



REPUBLIKA SLOVENIJA
**MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT**

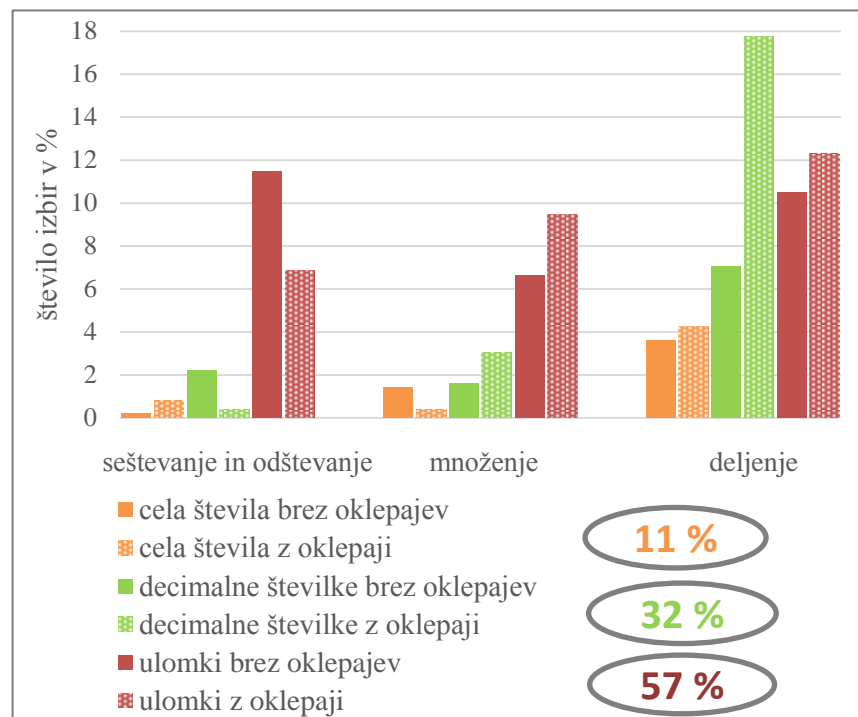
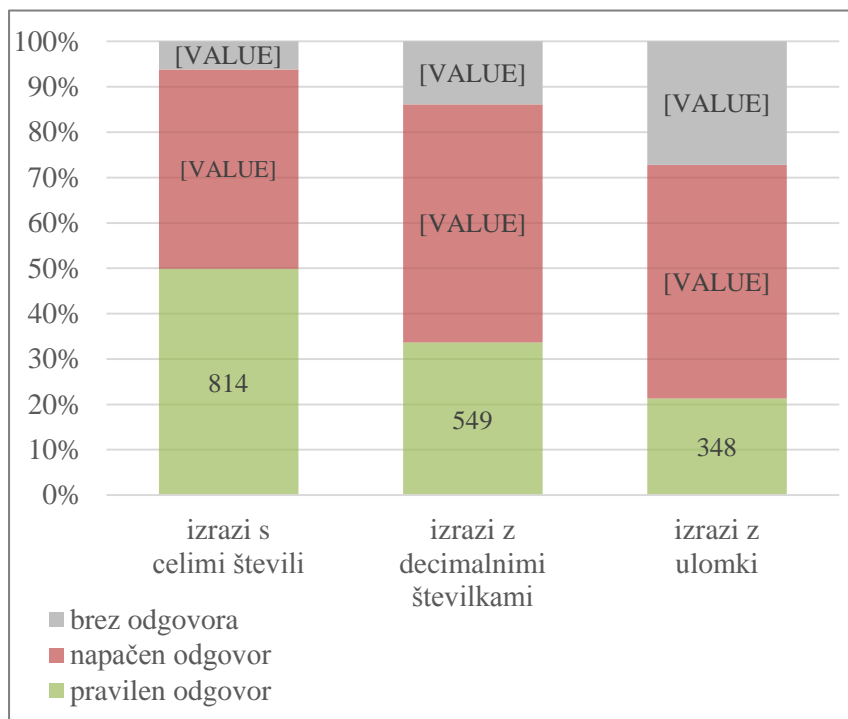


EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Izrazi v drugem delu preizkusa

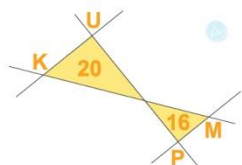
rač. operacija med členi	izrazi brez oklepajev	izrazi z oklepaji
seštevanje, odštevanje	$-9a - 8b + 4a - 7b =$	$-7a - (6a - 5) =$
	$-8,3x - 9,62y + 6,84x - 3,8y =$	$-5,6x - (1,8x + 0,4) =$
	$-\frac{3}{4}a - \frac{3}{8}b + \frac{1}{6}a - \frac{1}{2}b =$	$\frac{a}{4} - (\frac{a}{3} - \frac{1}{2}) =$
množenje	$-9a^2 \cdot (-7a^2) =$	$-3a \cdot (6a - 5) =$
	$-2,4x \cdot 0,6x =$	$-1,3x \cdot (0,5x + 1,3) =$
	$-\frac{2}{3}a \cdot (-\frac{a}{5}) =$	$-\frac{3}{5}a \cdot (\frac{3}{4}a - \frac{1}{2}) =$
deljenje	$6a^2 : (-2) =$	$(8a - 9) : (-4) =$
	$(-4,8x^4) : (-0,4) =$	$(3,15x^2 + 8) : (-0,5) =$
	$-\frac{3}{8}a^2 : 2 =$	$(\frac{5}{6}a - \frac{2}{5}) : (-\frac{2}{5}) =$

Kako narava koeficientov členov vpliva na uspešnost poenostavljanja algebrskih izrazov?



Izpostavljene težave:

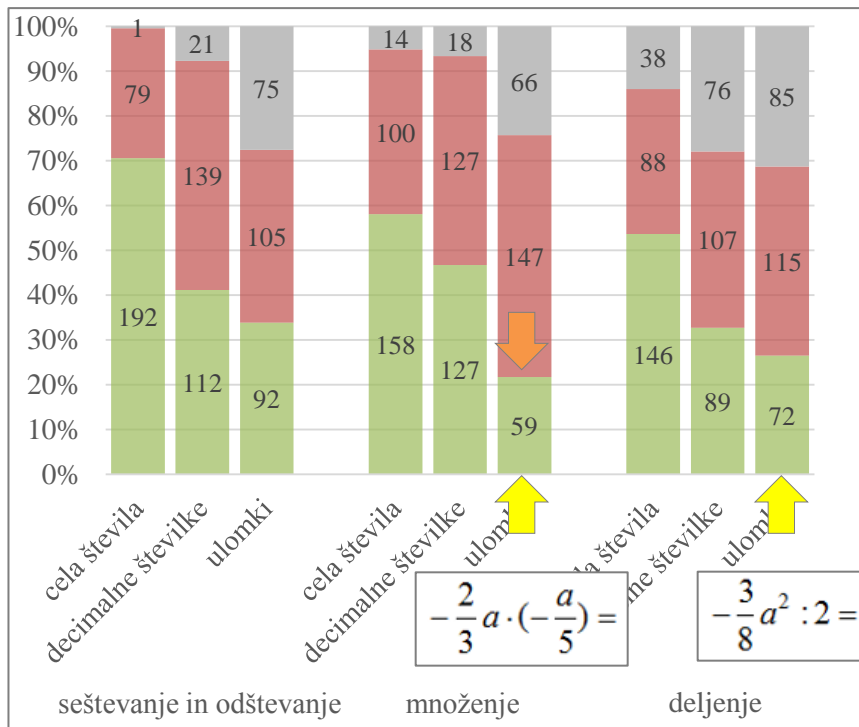
- računanje z ulomki in decimalnimi številkami
- deljenje



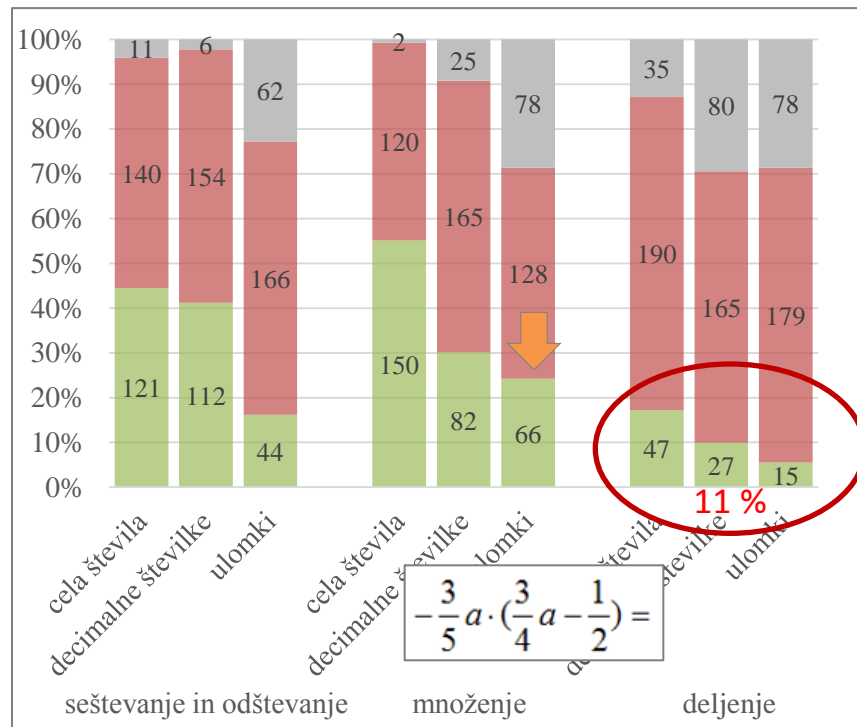
KUPM 2016

Uspešnost poenostavljanja izrazov z različnimi koeficienti glede na kompleksnost izraza in vrsto računске operacije

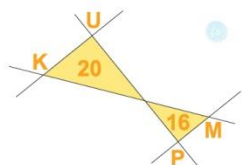
Izrazi brez oklepajev



Izrazi z oklepajem



- največ pravilnih odgovorov – izrazi s seštevanjem in odštevanjem (41 %)
- najmanj pravilnih odgovorov – izrazi z deljenjem (24 %)
- uspešnejši pri poenostavljanju izrazov brez oklepajev



KUPM 2016

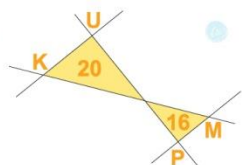
Katere napake se pojavljajo pri poenostavljanju algebrskih izrazov?

ARITMETIČNE

ALGEBRSKE

ARITMETIČNE

- računske napake
 - npr. $-8b - 7b = -14b$
 - težave s poštevanko
- napačen predznak
 - v drugem členu pri odštevanju dvočlenika:
 $-7a - (6a - 5) = -7a - 6a - 5$
 - produkta ali količnika
 - pri množenju s prvim ali z drugim členom dvočlenika:
 $-3a \cdot (6a - 5) = -18a^2 - 15a$
- napačna postavitev decimalne vejice
 - npr. $-2,4x \cdot 0,6x = -14,4x^2$



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

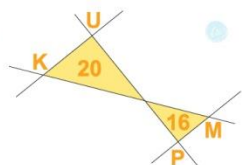
- napačne strategije:
 - pri računanju z negativnimi števili
 - minus in minus je plus: $-8b - 7b = 15b$
 - izpostavitve negativnega predznaka: $-8b - 7b = -b$, $-9a + 4a = -13a$
 - težave z nekomutativnostjo operacije odštevanja
 - pri operiranju z ulomki (razširjanje na skupni imenovalec, seštevanje in odštevanje ulomkov, množenje in deljenje ulomkov)
- nepopolna izvedba distributivnega zakona:
 - množenje le s prvim členom v oklepaju:

$$-3a \cdot (6a - 5) = -18a^2 - 5$$
 - deljenje le prvega ali le drugega člena v oklepaju:

$$(8a - 9) : (-4) = -2a - 9 \text{ ali } (8a - 9) : (-4) = 8a + 2,25$$
- vpletanje druge računske operacije na mestu koeficienta:
 - seštevanje, odštevanje koeficientov namesto množenja in deljenja:

$$-9a^2 \cdot (-7a^2) = -16a^4, 6a^2 : (-2) = 4a^2$$
 - deljenje koeficientov namesto množenja:

$$-2,4x \cdot 0,6x = -4x^2$$



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

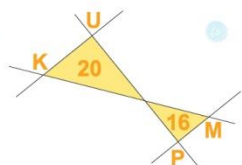


REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

- zamenjava operacije:
 - odštevanja z operacijo množenja dvočlenika:
 $-7a - (6a - 5) = 42a^2 + 35a$
 - množenja z operacijo odštevanja (ignoriranje znaka za množenje):
 $-9a^2 \cdot (-7a^2) = -16a^2$
 - deljenja z operacijo množenja:
 $6a^2 : (-2) = -12a^2$
 - množenja z dvočlenikom z operacijo seštevanja, odštevanja:
 $-3a \cdot (6a - 5) = 3a - 5$
 - deljenja dvočlenika s številom z operacijo odštevanja
 (ignoriranje znaka za deljenje): $(8a - 9) : (-4) = 8a - 13$
 - deljenja dvočlenika s številom z operacijo množenja:
 $(8a - 9) : (-4) = -32a + 36$



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
 MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
 ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
 EVROPSKI
 SOCIALNI SKLAD
 NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

ALGEBRSKE

- množenje spremenljivk: $-9a - 8b + 4a - 7b = -5a^2 - 15b^2$
- napačna stopnja spremenljivke pri množenju in deljenju:
 - $-9a^2 \cdot (-7a^2) = 63a^2$
 - $6a^2 : (-2) = -3a$
- zapis rezultata brez spremenljivk: npr. $-1,46 - 13,42$
- interpretacija zapisa koeficienta in spremenljivke kot vsote: $2a - a = 2$
- napačna interpretacija zapisa produkta ulomka in spremenljivke (zapis s spremenljivko v imenovalcu):

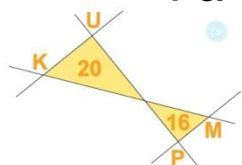
$$\frac{5}{6}a = \frac{5a}{6a} \quad \frac{5}{6}a = \frac{5}{6a}$$

- napačna stopnja spremenljivke v števcu pri razširjanju na skupni imenovalec:

$$\frac{a}{4} = \frac{a^3}{12}$$

- odštevanje členov v oklepaju po zgledu množenja:

$$-7a - (6a - 5) = -13a + 12a$$



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

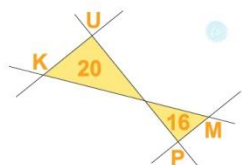


REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

- neupoštevanje podobnih členov na začetku
- zapis poenostavljenega izraza v obliki enočlenika:
 - $-5a - 15b = -20ab$
 - $-3a \cdot (6a - 5) = -18a^2 + 15a = -3a^3$
 - $(8a - 9) : (-4) = -2a + 2,25 = 0,25a$
- združevanje nepodobnih členov v oklepaju:
 - $-7a - (6a - 5) = -7a - 1a = -8a$
 - $-3a \cdot (6a - 5) = -3a \cdot 1a = -3a^2$
 - $(8a - 9) : (-4) = -1a : (-4) = 0,25a$
- potenciranje koeficientov glede na stopnjo spremenljivke:
 - $-9a^2 \cdot (-7a^2) = 81a^2 \cdot 49a^2$
 - $6a^2 : (-2) = 36a^2 : (-2)$
- poskus izpostavljanja skupnega faktorja:
 - $-9a^2 \cdot (-7a^2) = a^2(-9 - 7)$
 - $6a^2 : (-2) = -2(-3a^2 : 1)$ ali $(-4,8x) : (-0,4) = -0,4(1,2x : 1)$



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SKLAD
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Najpogostejše napake glede na vrsto računske operacije

IZRAZI SEŠTEVANJA IN ODŠTEVANJA

- prevladujejo napake aritmetične narave
- napačne računske strategije pri operiranju z negativnimi in pozitivnimi števili (enočleniki)
- napačen predznak v drugem členu pri odpravljanju oklepaja
- neupoštevanje podobnih členov

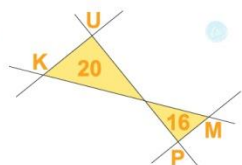
IZRAZI MNOŽENJA

- prevladujejo napake algebrske narave
- napačna stopnja spremenljivke
- računske napake in napačno določen predznak (enočleniki)
- izvedba računske operacije v oklepaju ter množenje le s prvim členom oklepaja

IZRAZI DELJENJA

- prevladujejo napake aritmetične narave
- napačen predznak, napačna stopnja spremenljivke (enočleniki)
- izvedbo računske operacije v oklepaju, poenostavitve z deljenjem le drugega člena oklepaja

RAČUNSKÉ STRATEGIJE
ODPRAVLJANJE OKLEPAJEV
STOPNJA SPREMENLJIVKE
ZDRUŽEVANJE NEPODOBNIH ČLENOV



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

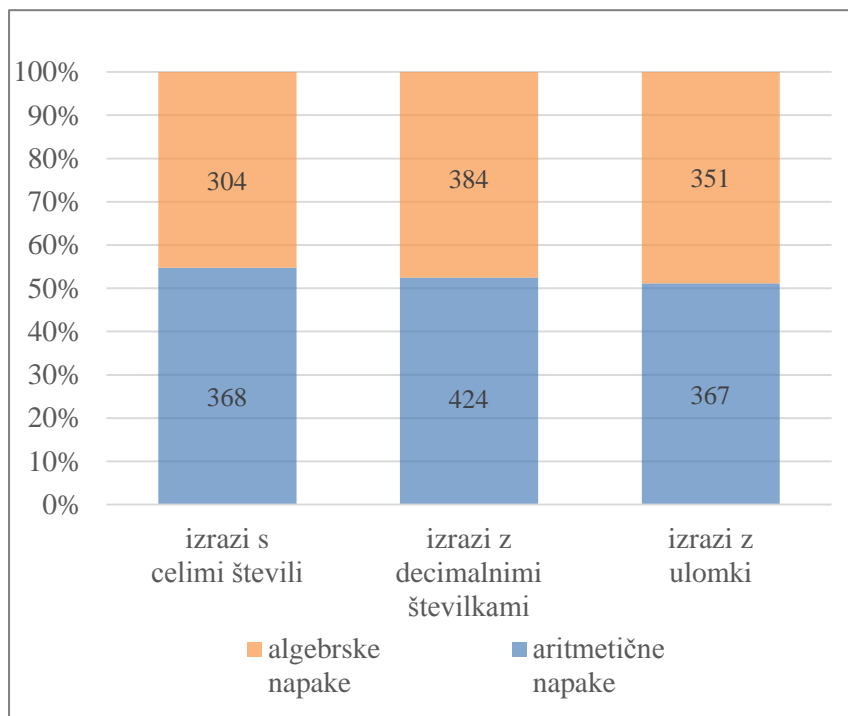


REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Delež aritmetičnih in algebrskih napak glede na naravo koeficienta



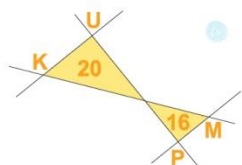
Največ nedokončanih poenostavitev beležimo v izrazih z ulomki.

Narava koeficientov členov ne vpliva bistveno na naravo in delež napak.

➤ Osnovne informacije o algebrskih izrazih dajejo že izrazi s celimi števili.

+

- različni načini interpretacije zapisa enočlenika s spremenljivko v števcu ali ob ulomku
- napake, neposredno vezane na operiranje z ulomki in decimalnimi številkami (napačna postavitve decimalne vejice in napačne strategija pri operiranju z ulomki)



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT

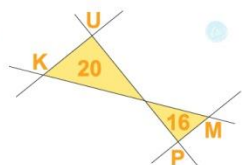


EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SKLAD
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

RAZLOGI ZA NAPAKE

- šibko aritmetično predznanje
 - napačne računske strategije pri operiranju z negativnimi števili, ulomki
 - pomen in odpravljanje oklepajev
 - računske napake (poštevanka, postavitve decimalne vejice)
- vpliv novega znanja
 - mešanje in napačna uporaba pravil (zamenjava računskih operacij)
 - „odpravljanje“ ulomkov kot pri reševanju enačb (devetošolci)
- neustrezno dojetje algebrskih izrazov
 - neupoštevanje podobnih in združevanje nepodobnih enočlenikov
 - napačna interpretacija algebrskega zapisa (potenciranje koeficienta enočlenika, vloga spremenljivke v enočleniku z ulomki)
- površnost, nezbranost
 - zapis brez spremenljivke v izrazih z decimalnimi številkami
 - računske napake
- pouk

$5x + 3$
PROCEPT
„lack of closure“



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

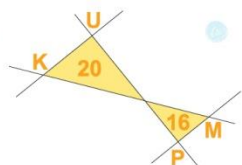


REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

HVALA ZA POZORNOST.



KUPM 2016



Zavod Republike Slovenije za šolstvo



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI
SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST