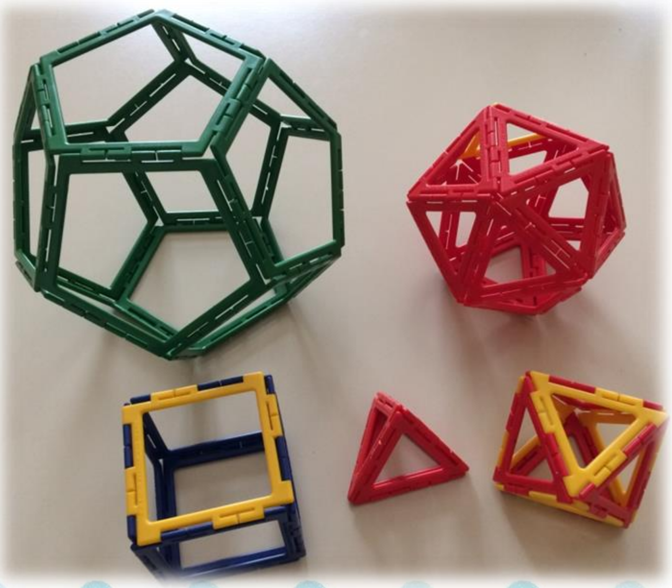
Zlaganje pravilnih večkotnikov



Andreja Bevc

I. gimnazija v Celju

3. mednarodna konferenca
o učenju in poučevanju matematike
KUPM 2016

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT

EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Prispevek obravnava vprašanji:

S katerimi pravilnimi skladnimi večkotniki je mogoče tlakovati ravnino?

Kakšna telesa dobimo, če sestavljamo pravilne skladne večkotnike?

S tema vprašanjema se lahko ukvarjajo učenci na srednješolski ravni ali že celo osnovnošolci.

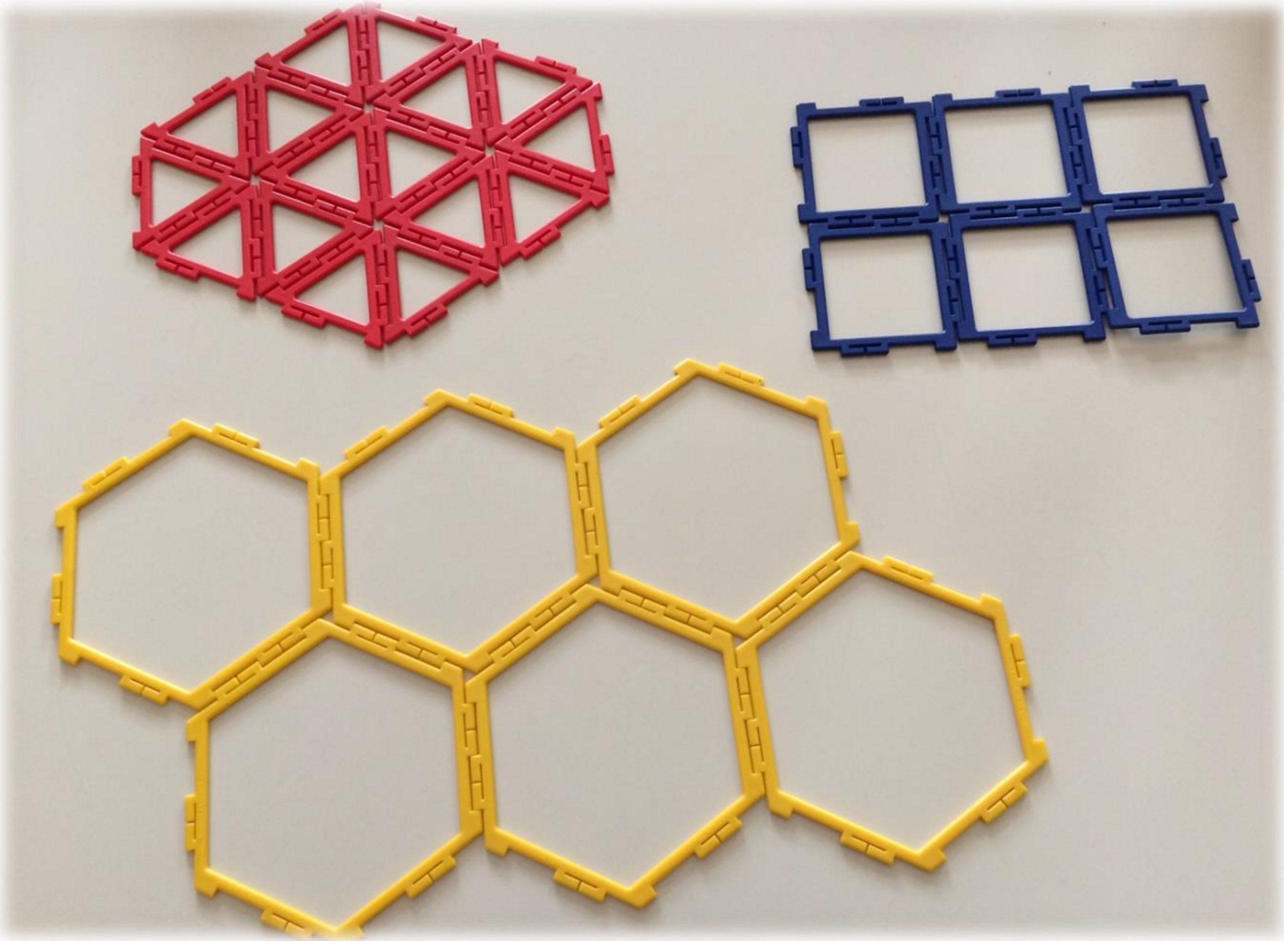
Zavod Republike Slovenije za šolstvo
REPUBLIKA SLOVENIJA MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT
EVROPSKA UNIJA EVROPSKI SOCIALNI SKLAD NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST
Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Uporaba pri pouku

To temo sem obravnavala v razredu kot uvodno motivacijo pred obravnavo teles. Dijake sem razdelila v skupine in jim razdelila Polydron okvirje (Polydron Frameworks). Dala sem jim navodilo, da s pomočjo praktičnega dela odgovorijo na zgornji vprašanji, hkrati pa poskušajo najti matematične utemeljitve dobljenih rezultatov.

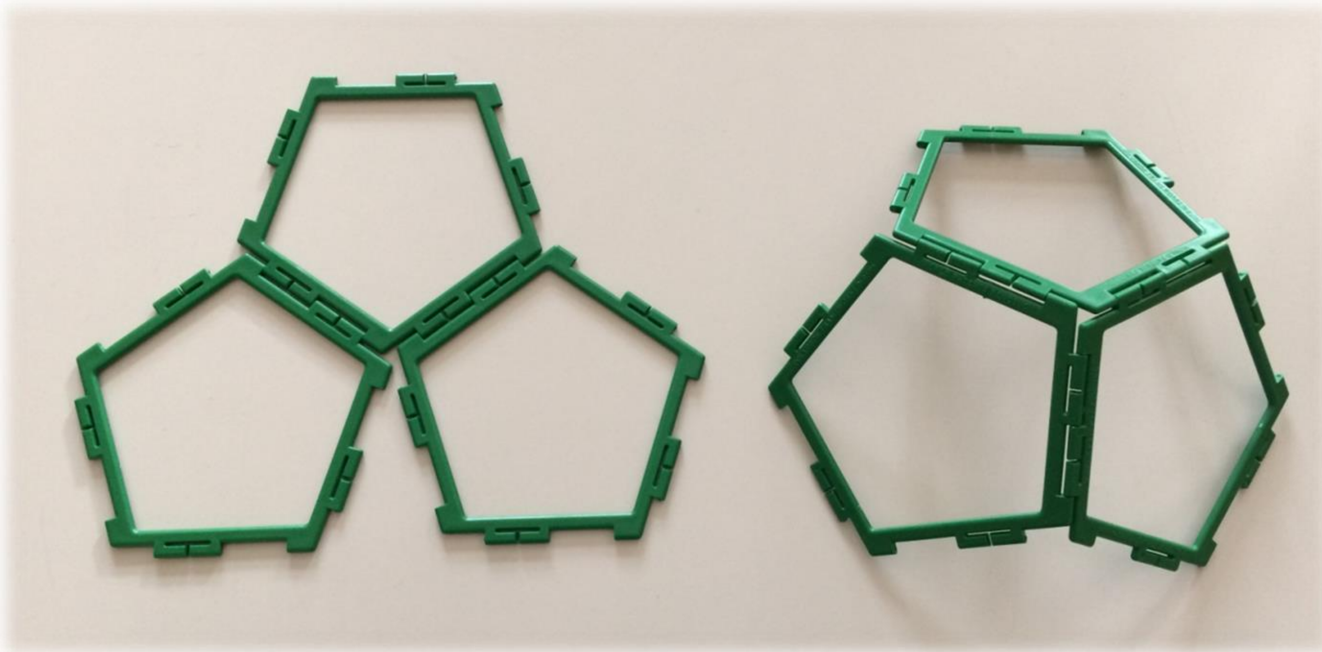
Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Tlakovanje ravnine



Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Konveksen kot v prostoru - petkotniki



3. mednarodna konferenca
o učenju in poučevanju matematike
KUPM 2016

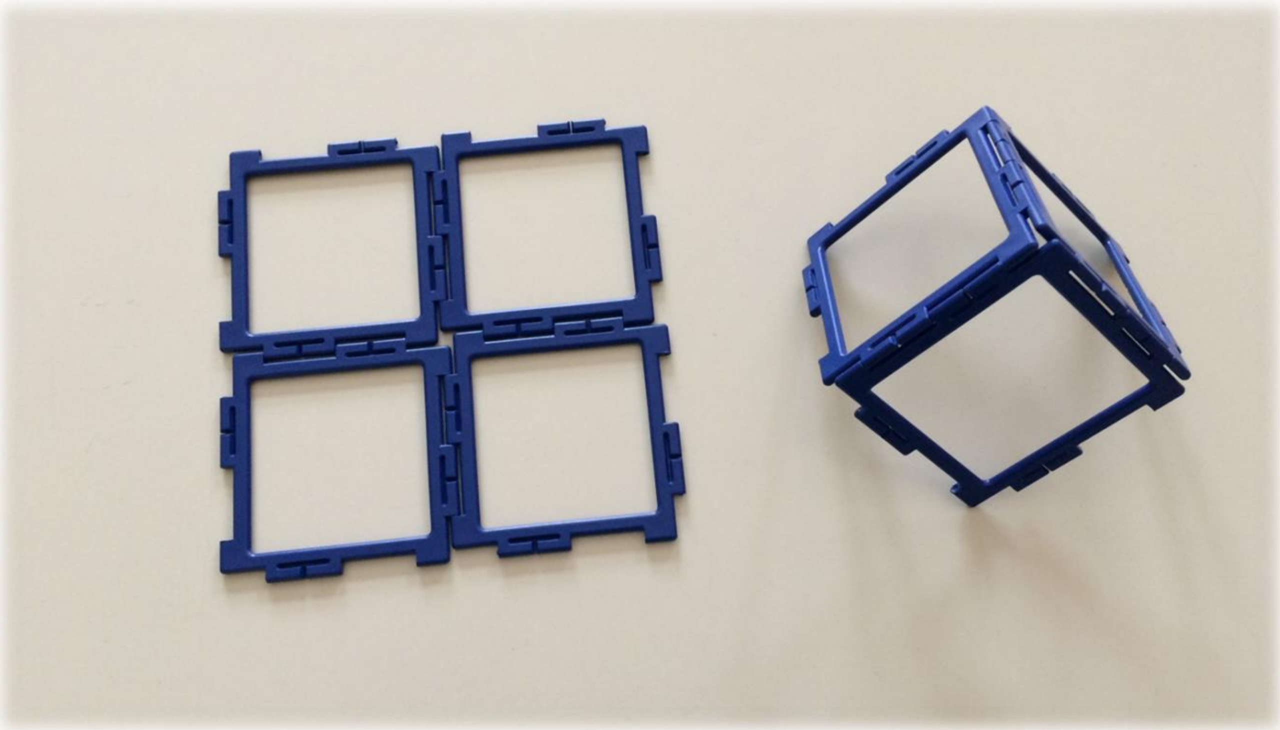
Zavod Republike Slovenije za šolstvo

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT

EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

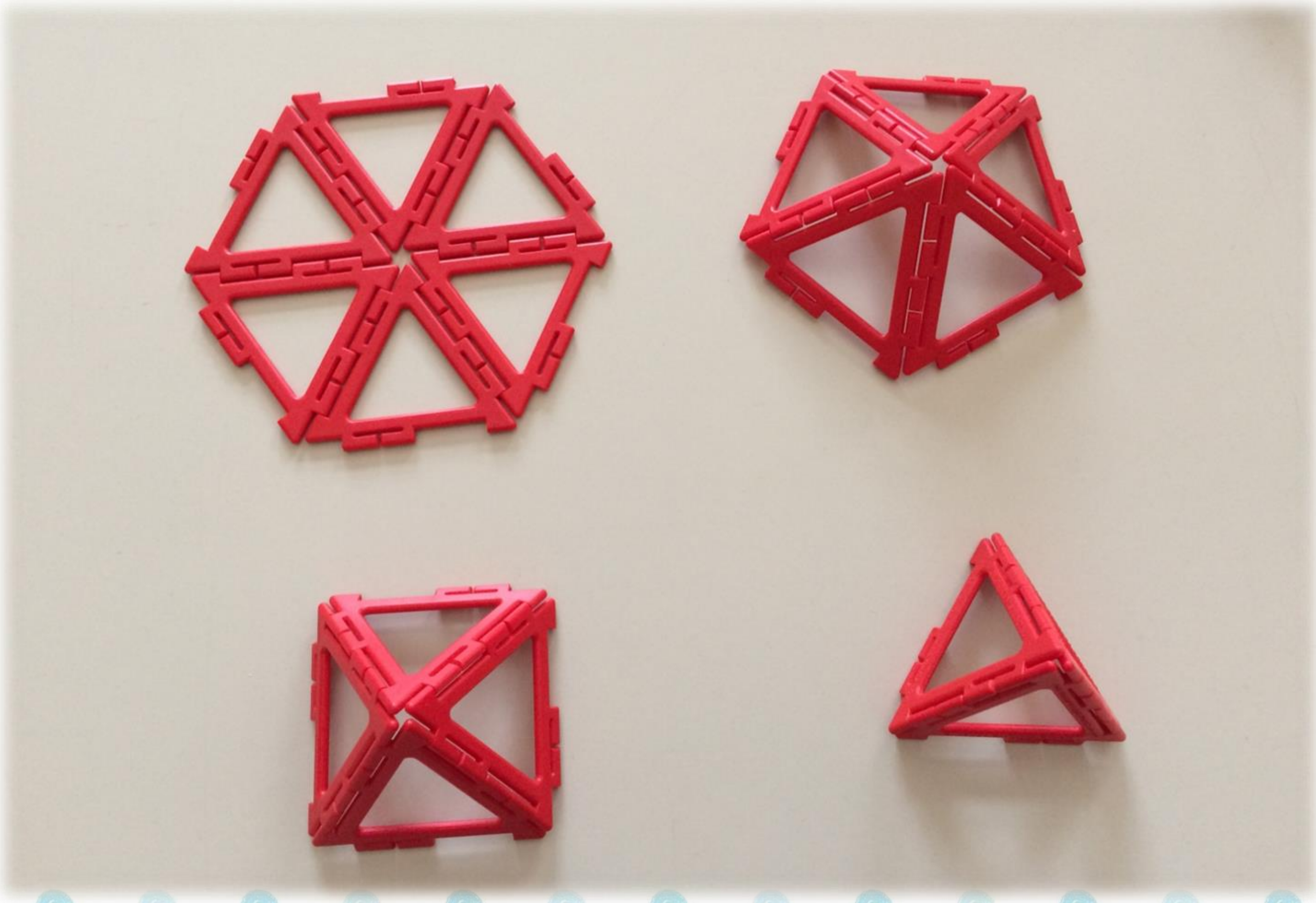
Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Konveksen kot v prostoru - kvadrati



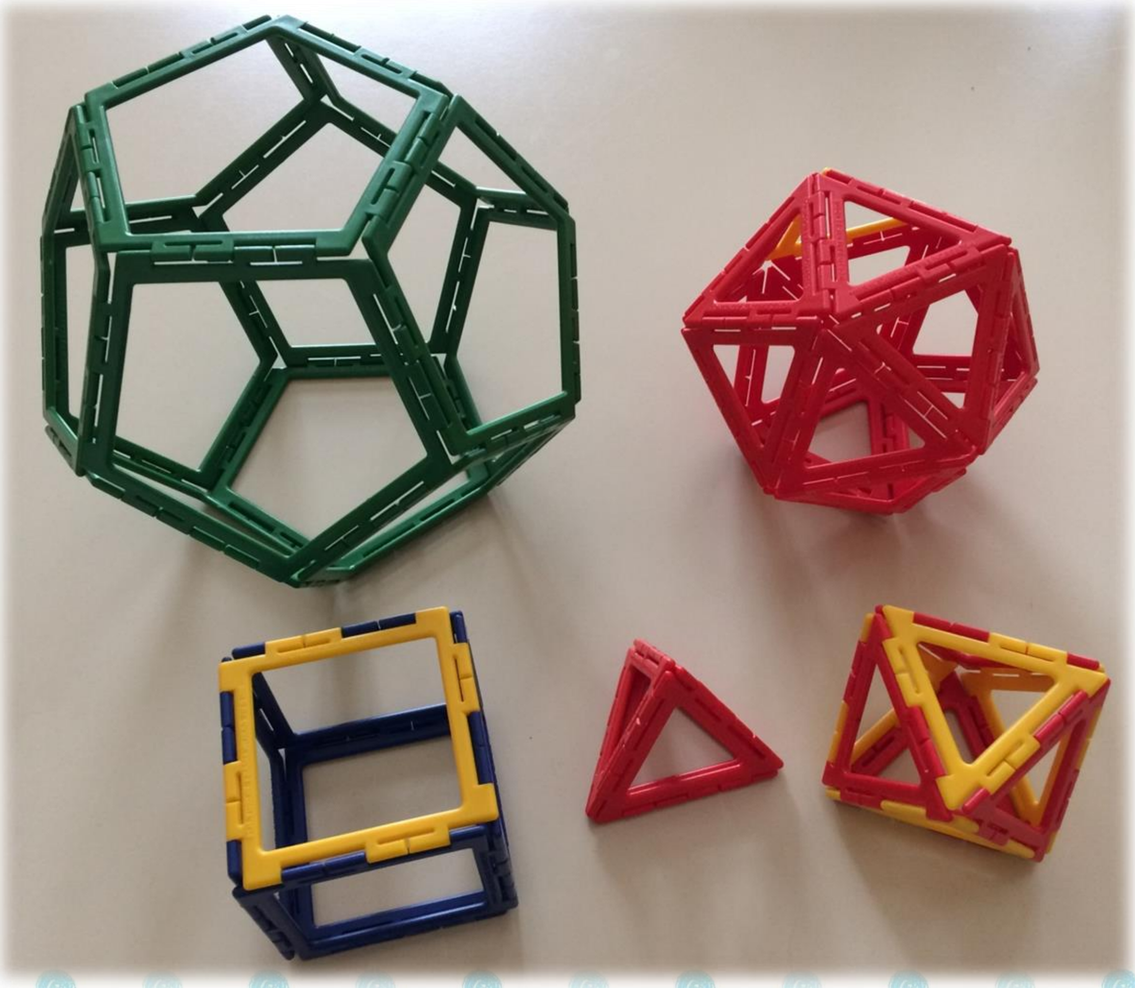
Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Konveksen kot v prostoru - trikotniki



Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Platonska telesa



Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Teoretični del

Notranji kot pravilnega n-kotnika meri $\alpha = \left(180° - \frac{360°}{n}\right)$.

Če v nekem oglišču staknemo m pravilnih n-kotnikov, $n, m \in \mathbb{N}$, $n \geq 3, m \geq 3$ in

želimo, da dobimo del ravnine, mora veljati $m \cdot \alpha = 360°$.

Iz tega sledi, da morata biti n in kot α delitelja 360.

Takoj lahko izločimo pravilni petkotnik in pravilni sedemkotnik.

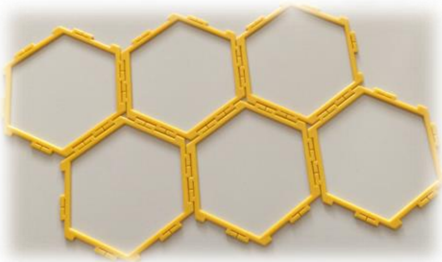
Iz zgornje enačbe sledi $mn - 2m - 2n = 0$,

od tod pa $(n-2) \cdot (m-2) = 4$.

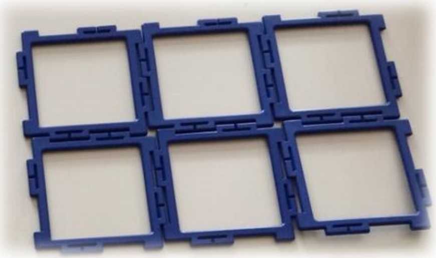
Dobimo samo tri možnosti.

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

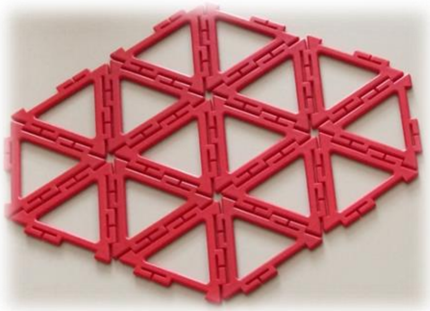
❖ $m = 3,\ n = 6.$ V vsakem oglišču staknemo tri pravilne šestkotnike.



❖ $m = n = 4.$ V vsakem oglišču staknemo štiri kvadrate.



❖ $m = 6,\ n = 3.$ V vsakem oglišču staknemo šest enakostraničnih trikotnikov.

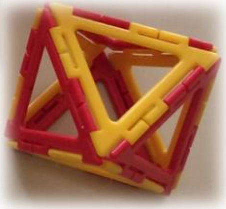


Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Če pa je $m \cdot \alpha < 360°$, dobimo konveksen kot v prostoru.

Sledi neenačba $(n-2) \cdot (m-2) < 4$.

Tako dobimo pet možnosti, ki predstavljajo ravno pet platonskih teles.



- $m = n = 3$. V vsakem oglišču staknemo tri enakostranične trikotnike – dobimo tetraeder.

- $m = 4, n = 3$. V vsakem oglišču staknemo štiri enakostranične trikotnike – dobimo oktaeder.

- $m = 5, n = 3$. V vsakem oglišču staknemo pet enakostraničnih trikotnikov – dobimo ikozaeder.

- $m = 3, n = 4$. V vsakem oglišču staknemo tri kvadrate – dobimo kocko.

- $m = 3, n = 5$. V vsakem oglišču staknemo tri pravilne petkotnike – dobimo dodekaeder.

3. mednarodna konferenca
o učenju in poučevanju matematike
KUPM 2016

Zavod Republike Slovenije za šolstvo

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE, ZNANOST IN ŠPORT

EVROPSKA UNIJA
EVROPSKI SOCIALNI SKLAD
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Ker lahko tri enake kote staknemo na največ en način, obstaja za vsak par $(3, n)$ največ eno platonsko telo. Če za oglišča vzamemo središča stranskih ploskev in povežemo pare, dobljene iz sosednjih ploskev, dobimo dual platonskega telesa (zamenjata se *m* in *n*), ki ima isto množico simetrij in je spet platonsko telo. Zato je tudi platonsko telo z $n = 3$ eno samo. Dual kocke je oktaeder, dual dodekaedra je ikozaeder (in obratno), tetraeder pa je dualen samemu sebi.

Topološki dokaz lahko izvedemo tudi s pomočjo Eulerjeve formule $V - E + F = 2$ in enakosti $nF = 2E = mV$

(V je število oglišč, E je število robov, F pa število stranskih ploskev).

Dobimo, da mora za *m* in *n* veljati neenačba $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} > \frac{1}{2}$, in spet dobimo le zgoraj naštete možnosti.

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Platonska telesa

Pravilni polieder	Stranska ploskev	Število robov v oglišču	Število oglišč	Število robov	Število stranskih ploskev	Število simetrij
tetraeder	enakostranični trikotnik	3	4	6	4	24
kocka ali heksaeder	kvadrat	3	8	12	6	48
oktaeder	enakostranični trikotnik	4	6	12	8	48
dodekaeder	pravilni petkotnik	3	20	30	12	120
ikozaeder	enakostranični trikotnik	5	12	30	20	120

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Refleksije dijakov, evalvacija

evalvacija 3e.pdf

Moj glavni namen je bila popestritev pouka matematike. Z izvedeno uro sem bila zadovoljna. Dijakom je bilo všeč praktično delo, navedli so, da je bila ura zanimiva in si sedaj telesa lažje predstavljajo.

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 2018

Literatura

1. Shurman, J. (1997): Geometry of the Quintic, John Wiley&Sons, New York, str. 31-40.
2. Platonska telesa, http://www.educa.fmf.uni-lj.si/izodel/sola/2002/di/bajramovic/ena/index.html, ogled: 5.9.2016.
3. Platonsko telo, Wikipedia, https://sl.wikipedia.org/wiki/Platonsko_telo, ogled: 5.9.2016.
4. Tesselations, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Tessellation, ogled: 5.9.2016.

HVALA ZA POZORNOST

Naložbo sofinancira Evropski socialni sklad ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, projekt Krepitev kompetenc strokovnih delavcev na področju vodenja inovativnega vzgojno-izobraževalnega zavoda v obdobju od 2016 do 201