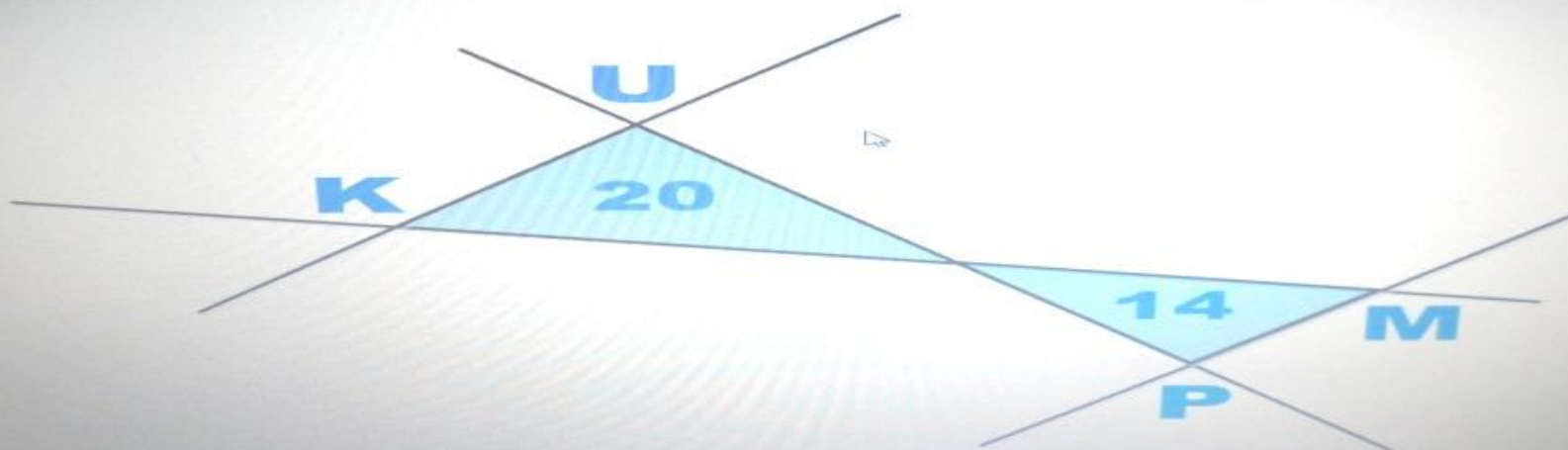


# Do višine trikotnika po več poteh

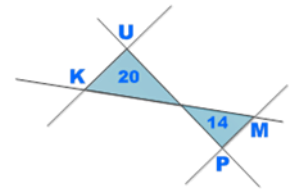
Silva Kmetič, ZRSŠ

Tomaž Miholič, OŠ Duplek

Vinko Zobec, OŠ Poljčane



Zavod Republike Slovenije za šolstvo  
The National Education Institute Slovenia

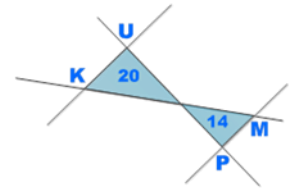


# Namen

Zaznati vpliv vrinjenega učnega koraka –  
dinamične shematizacije

- učenci razvijejo »dinamični« pogled na geometrijo, če se učijo s pomočjo dinamičnih slik

# Opis poskusa

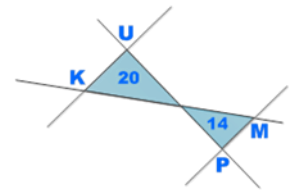


Dve šolski leti, na  
dveh različnih šolah,  
skupaj v dveh  
razredih

Načrtovali, opazovali,  
analizirali,  
popravljali,  
spreminjali,  
dopolnjevali ...

Bistvena razlika med  
prvim in drugim  
poskusom

- V prvem smo poskušali na **izdelkih otrok** spremljati tudi proces
- V drugem smo proces opazovali, beležili, izdelke otrok pa analizirali pred in po poskusu

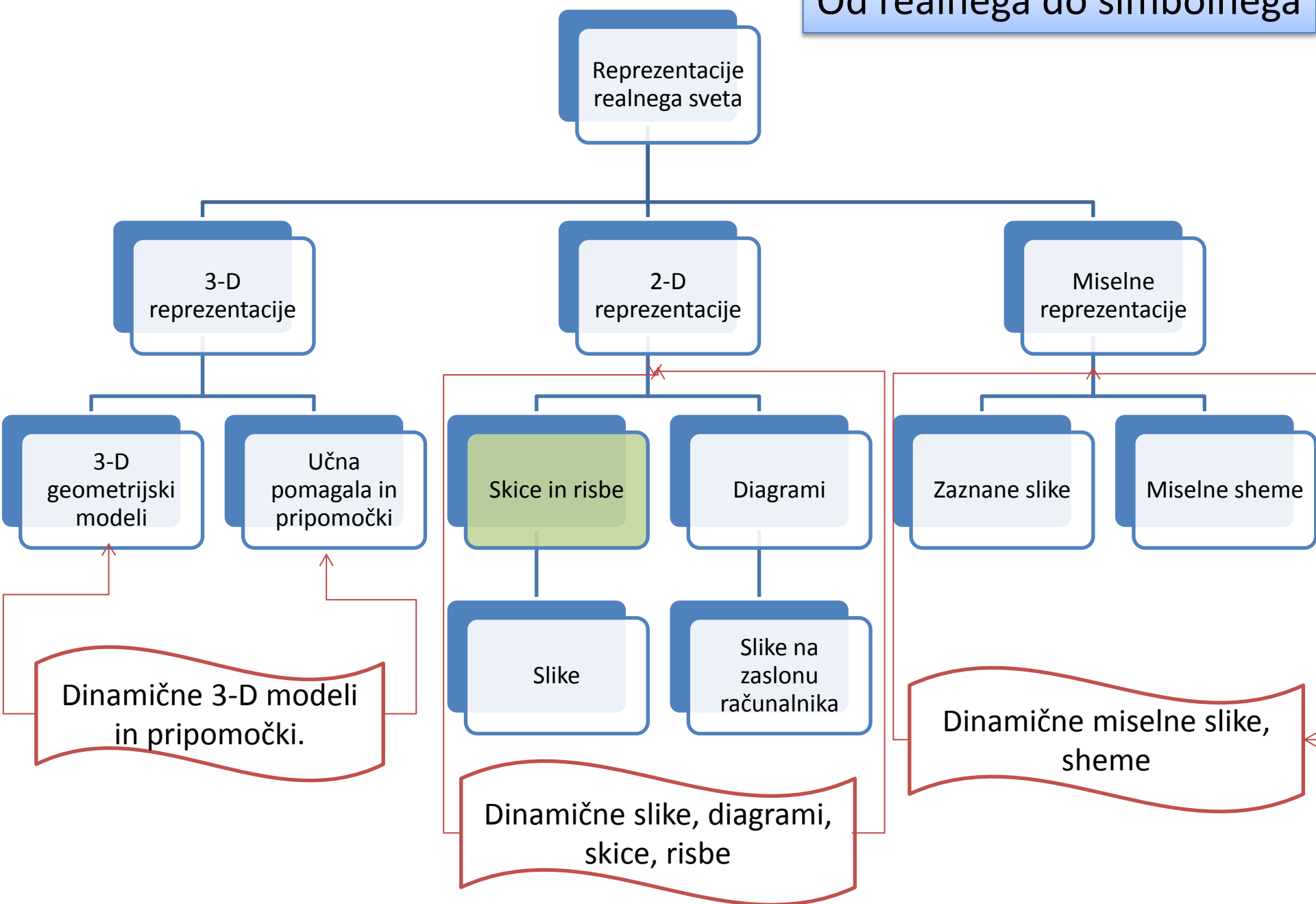


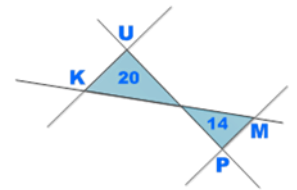
# Pojem višine v trikotniku

## Cilji:

- **oblikujejo definicijo** višine v **ostrokotnem** trikotniku,
- **razširijo definicijo** višine v **topokotnem** trikotniku,
- znajo **načrtati** višino in jo izmeriti ne glede na vrsto in lego trikotnika,
- znajo višino ustrezno **označiti** (pravokotnost na nosilko stranice/stranico, imenovati višino),
- **povežejo** pojem višine z razdaljo točke od premice,
- **poznajo lego** višine glede na **vrsto** trikotnika,
- pisno in ustno **argumentirajo** svoje ugotovitve,
- uporabljajo program DG za **raziskovanje** lastnosti,
- ustvarijo »**dinamičen**« **pogled** na geometrijo.

# Od realnega do simbolnega

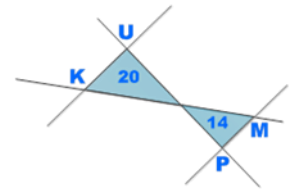




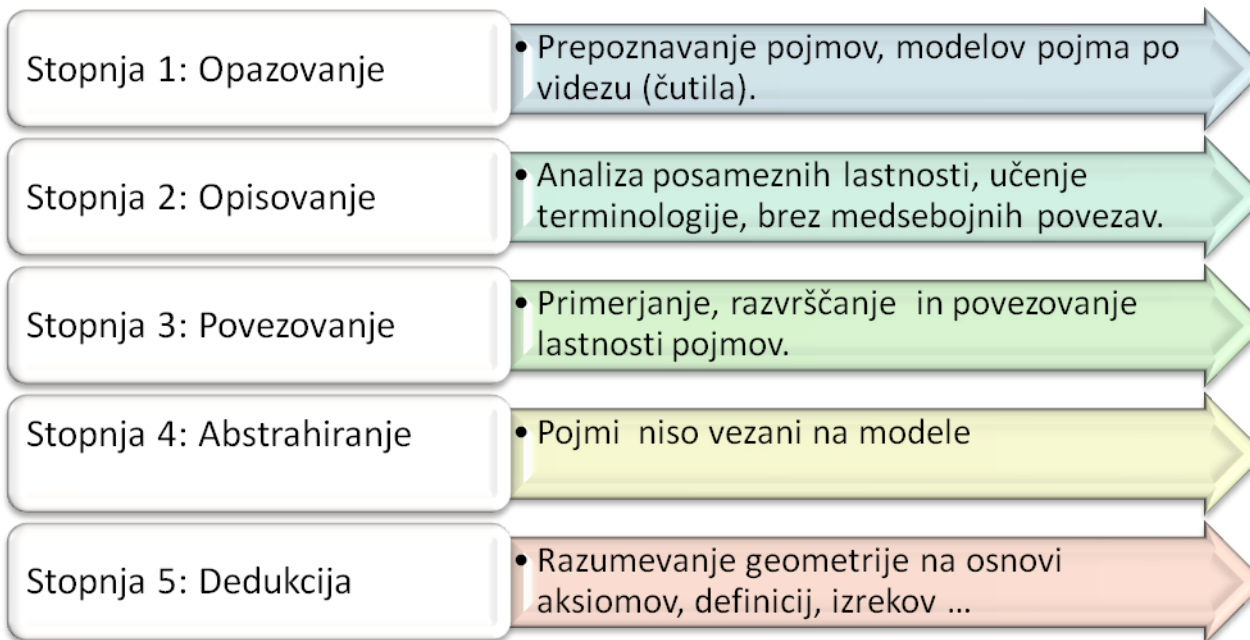
# Različne poti

## Izhodišče

1. Predhodno matematično znanje
  - Razdalja točke od premice
2. Analogija z realno izkušnjo
  - Višina hiše, table, človeka, luči ...
3. Van Hielejev model
4. Kombinacija predhodnih



# Van Hielejev razvojni model za geometrijske pojme



# Lastnost Van Hielejevega modela

Stopnja 1: Opazovanje

- Prepoznavanje pojmov, modelov pojma po videzu (čutila).

Stopnja 2: Opisovanje

- Analiza posameznih lastnosti, učenje terminologije, brez medsebojnih povezav.

Stopnja 3: Povezovanje

- Primerjanje, razvrščanje in povezovanje lastnosti pojmov.

Stopnja 4: Abstrahiranje

- Pojmi niso vezani na modele

Stopnja 5: Dedukcija

- Razumevanje geometrije na osnovi aksiomov, definicij, izrekov ...

Uporaben za:

- načrtovanje razvoja pojma
- merjenje dosežkov

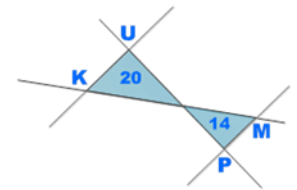


# Stopnja dosežka učenca, če izkazuje doseganje izbranega cilja

Stopnja 1: Opazovanje	• Prepoznavanje pojmov, modelov pojma po videzu (čutila).
Stopnja 2: Opisovanje	• Analiza posameznih lastnosti, učenje terminologije, brez medsebojnih povezav.
Stopnja 3: Povezovanje	• Primerjanje, razvrščanje in povezovanje lastnosti pojmov.
Stopnja 4: Abstrahiranje	• Pojmi niso vezani na modele
Stopnja 5: Dedukcija	• Razumevanje geometrije na osnovi aksiomov, definicij, izrekov ...

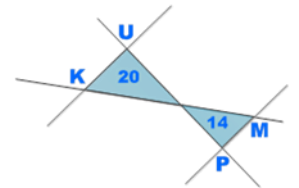
## Cilji:

- **oblikujejo definicijo** višine v **ostrokotnem** trikotniku,
- **razširijo definicijo** višine v **topokotnem** trikotniku,
- znajo **načrtati** višino in jo izmeriti ne glede na vrsto in lego trikotnika,
- znajo višino ustrezno **označiti** (pravokotnost na nosilko stranice/stranico, imenovati višino),
- **povežejo** pojem višine z razdaljo točke od premice,
- **poznajo lego** višine glede na **vrsto** trikotnika,
- **pisno in ustno argumentirajo** svoje ugotovitve,
- uporabljajo program DG za **raziskovanje** lastnosti,
- ustvarijo »**dinamičen**« **pogled** na geometrijo



# Koraki učnih ur

- 3 zaporedne učne ure

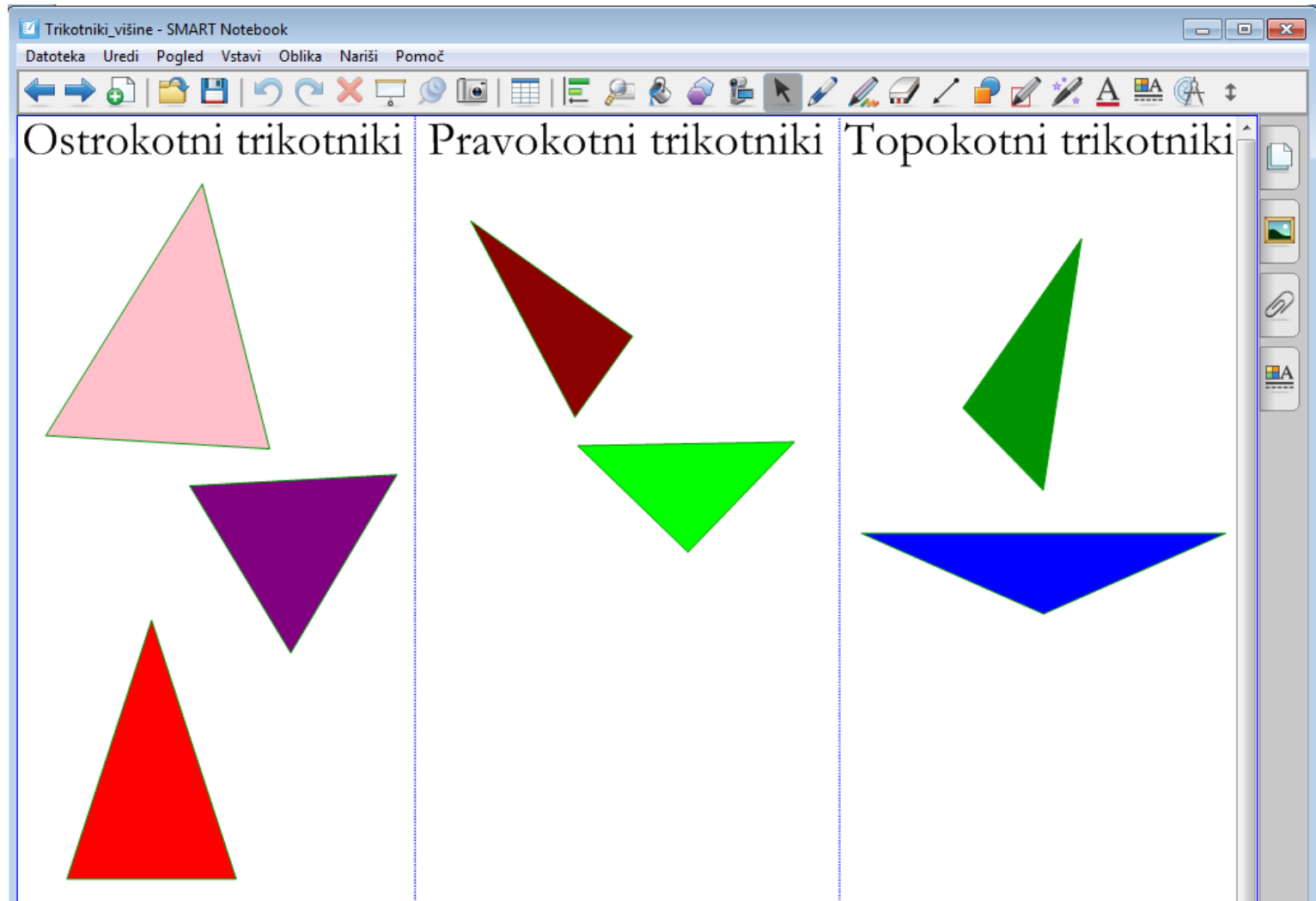


# 1. ura

Trikotniki\_višine - SMART Notebook

Datoteka Uredi Pogled Vstavi Oblika Nariši Pomoč

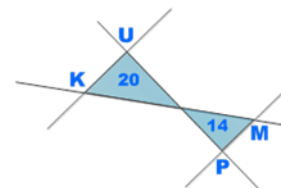
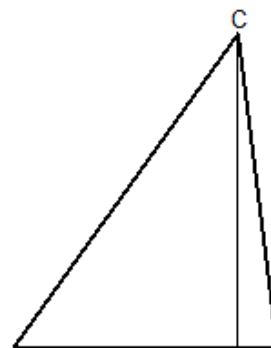
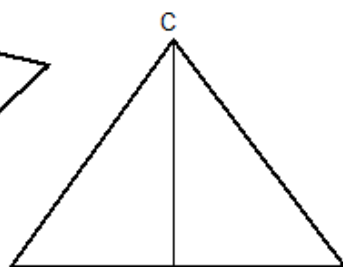
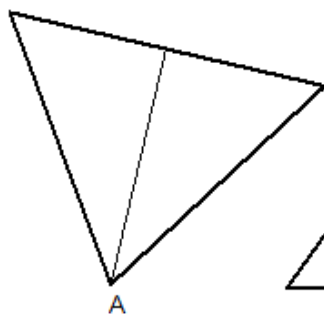
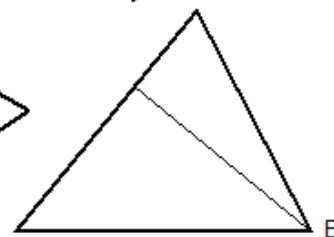
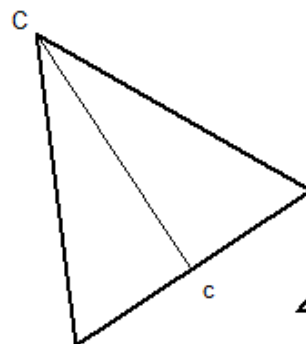
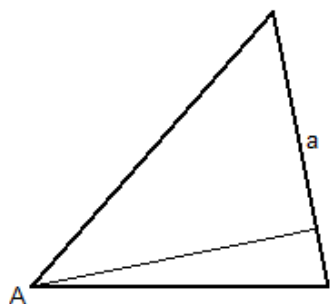
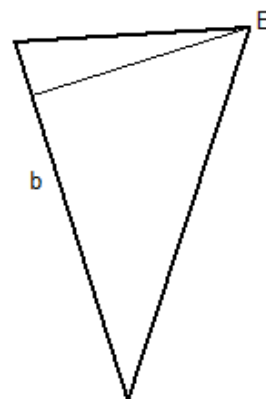
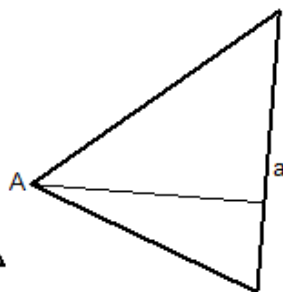
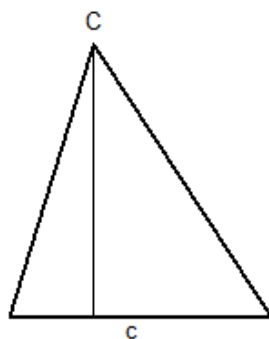
Ostrokotni trikotniki Pravokotni trikotniki Topokotni trikotniki



The screenshot shows a SMART Notebook application window titled "Trikotniki\_višine - SMART Notebook". The window has a menu bar with "Datoteka", "Uredi", "Pogled", "Vstavi", "Oblika", "Nariši", and "Pomoč". Below the menu bar is a toolbar with various drawing and editing tools. The main workspace is divided into three vertical panels by dotted lines. The first panel is titled "Ostrokotni trikotniki" and contains three triangles: a pink one, a purple one, and a red one. The second panel is titled "Pravokotni trikotniki" and contains two triangles: a dark red one and a bright green one. The third panel is titled "Topokotni trikotniki" and contains two triangles: a green one and a blue one. On the right side of the workspace, there is a vertical toolbar with icons for file operations and drawing tools.

1) Poišči skupne lastnosti trikotnikov in včrtanih daljic.

# 1. ura



Zapiši kaj si opazil: \_\_\_\_\_

---



---



---



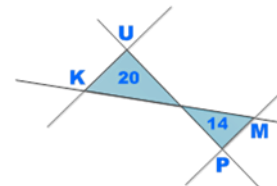
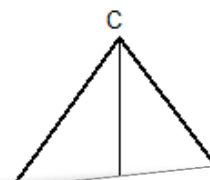
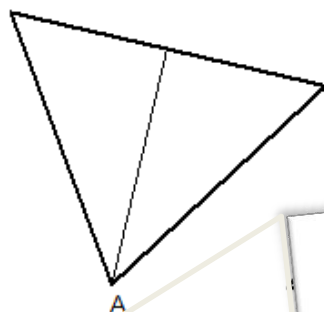
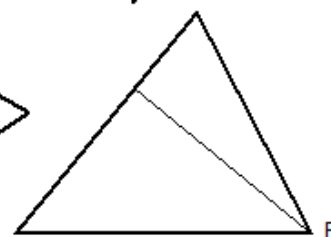
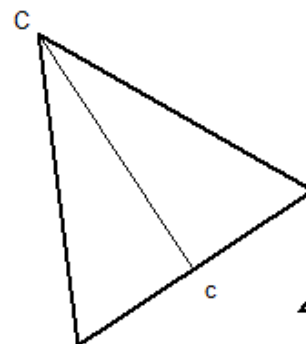
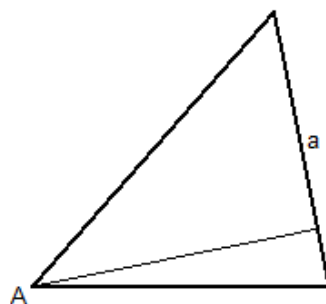
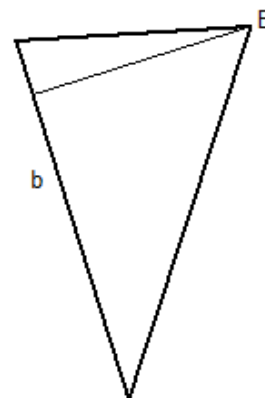
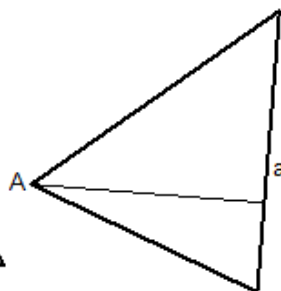
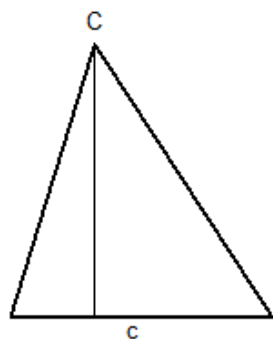
---



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo

# 1. ura

1) Poišči skupne lastnosti trikotnikov in včrtanih daljic.



Zapiši kaj si opazil: \_\_\_\_\_

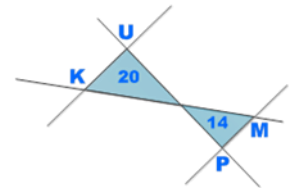
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Zapiši kaj si opazil: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

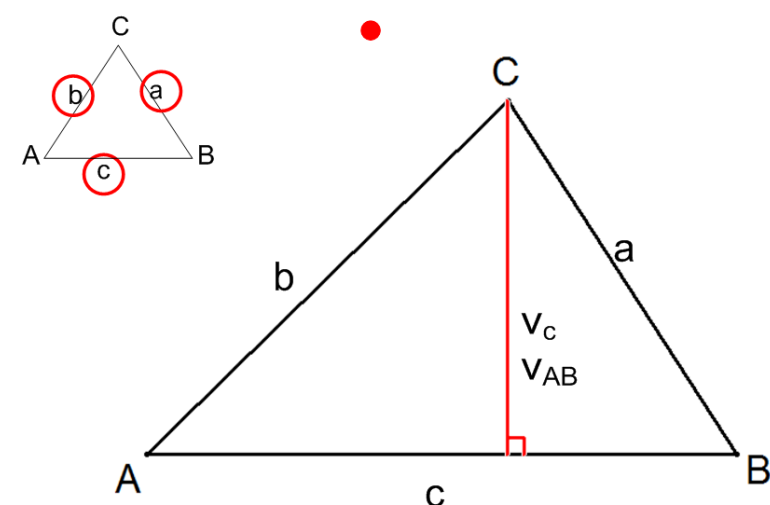


# 1. ura

Trikotniki\_višine \* - SMART Notebook

Datoteka Uredi Pogled Vstavi Oblika Nariši Pomoč

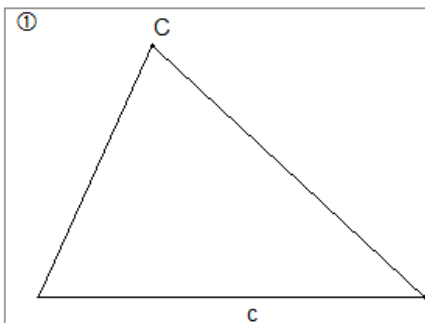
$a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$ ,  $c = 7 \text{ cm}$



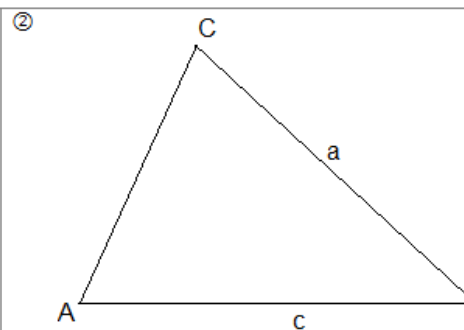
Višina v ostrokotnem trikotniku je daljica, ki poteka od oglišča do nasprotne stranice in je nanjo pravokotna.

# 1. ura

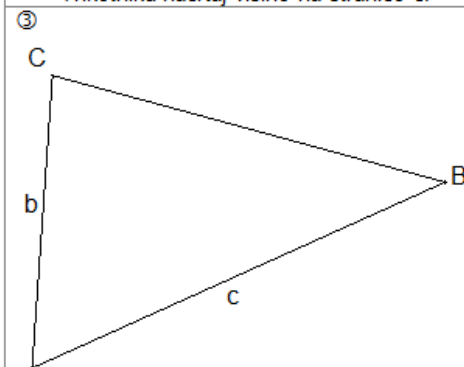
**2.a)** Načrtaj višine in jih označi.



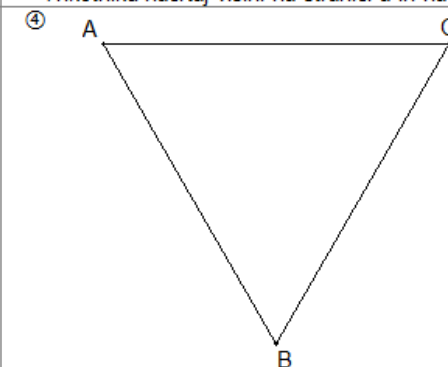
Trikotniku načrtaj višino na stranico c.



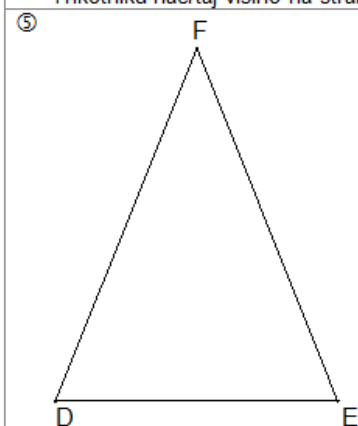
Trikotniku načrtaj višini na stranici a in na c.



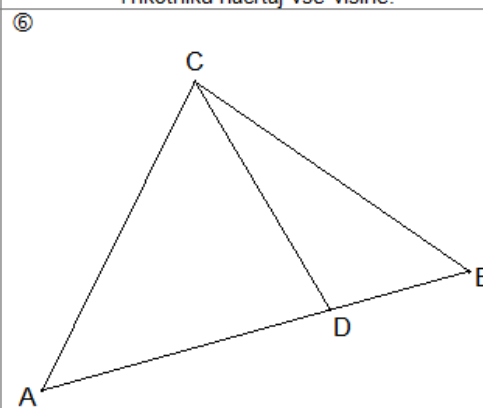
Trikotniku načrtaj višino na stranico BC.



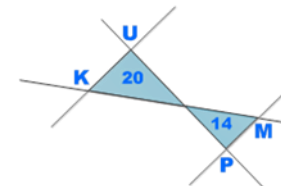
Trikotniku načrtaj vse višine.



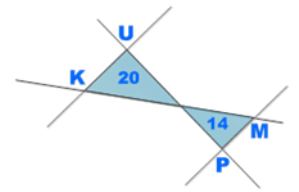
Trikotniku načrtaj vse višine.



Trikotniku ADC načrtaj vse višine.



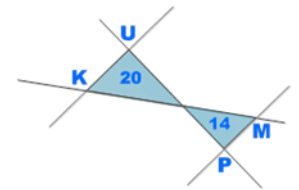
**2.b)** Vsakemu \_\_\_\_\_ trikotniku lahko načrtamo \_\_\_\_\_



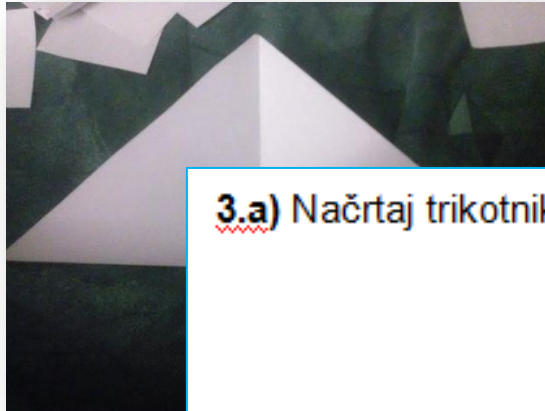
# 1.ura



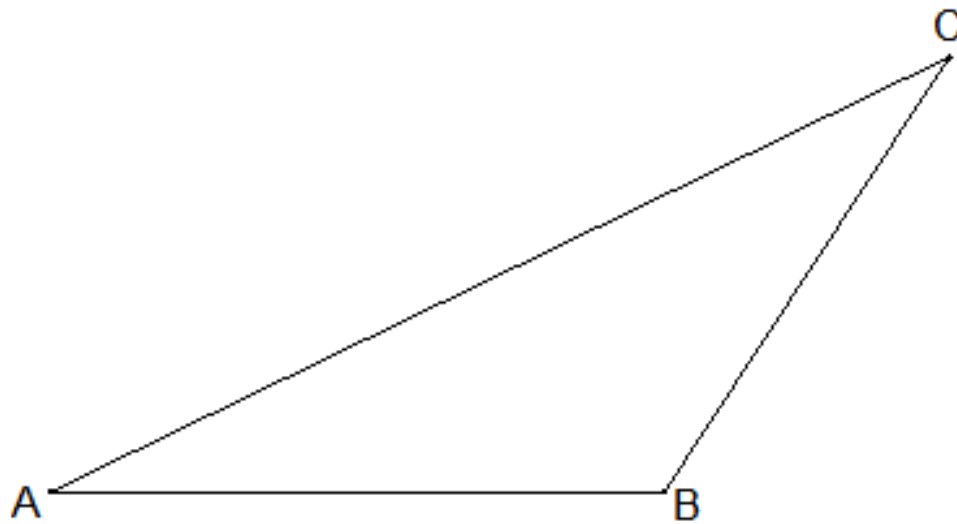


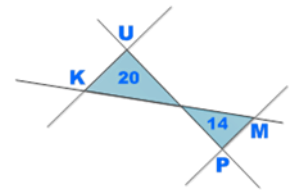


## 2.ura

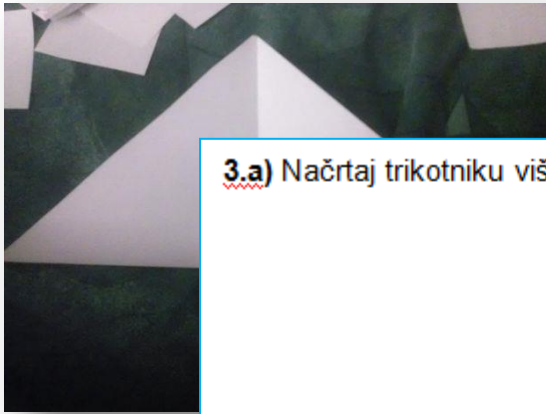


**3.a)** Načrtaj trikotniku višino iz oglišča C.

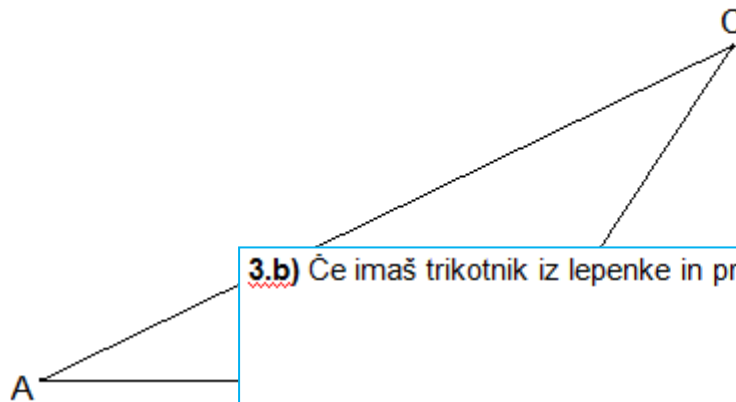




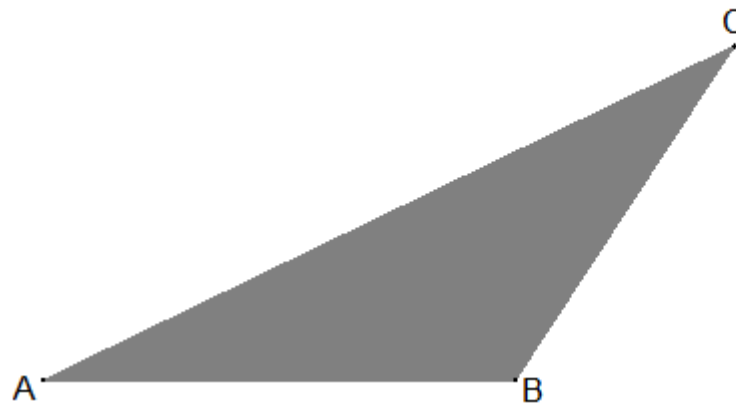
# 2.ura

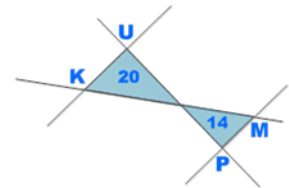


**3.a)** Načrtaj trikotniku višino iz oglišča C.



**3.b)** Če imaš trikotnik iz lepenke in pritrdiš vrvico v oglišče C. Kakšna bo lega vrvice?





# 2.ura

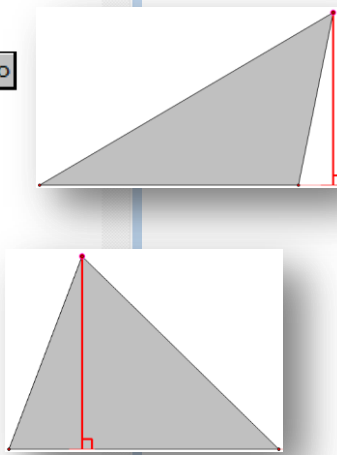
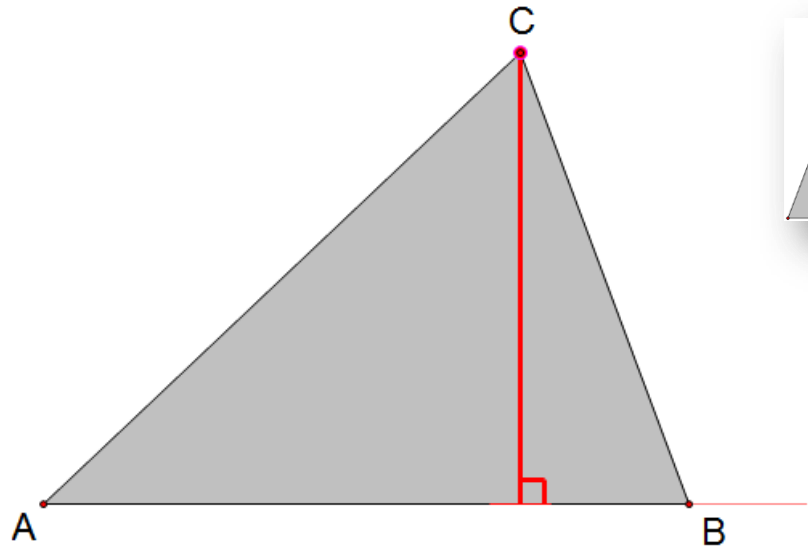
Sketchpad - [UL3 - Pomoč za UL 3]

Datoteka Urejanje Pogled Načrtovanje Transformacije Merjenje Graf Okno Pomoč

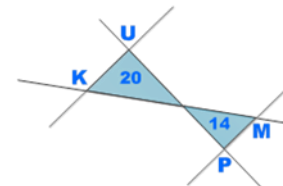
## Pomoč za UL 3

Premikaš lahko vsa tri oglišča.

**Skrnij višino**



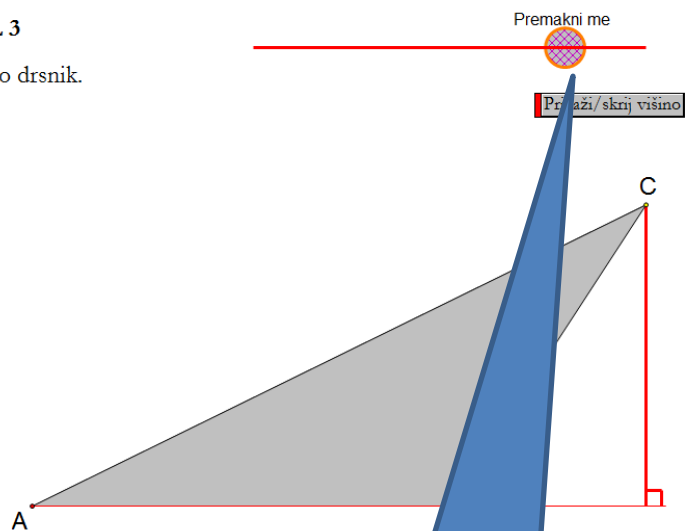
Izbrano: točke C



# Predstavitev in primerjava didaktičnih predlog

Pomoč za UL 3

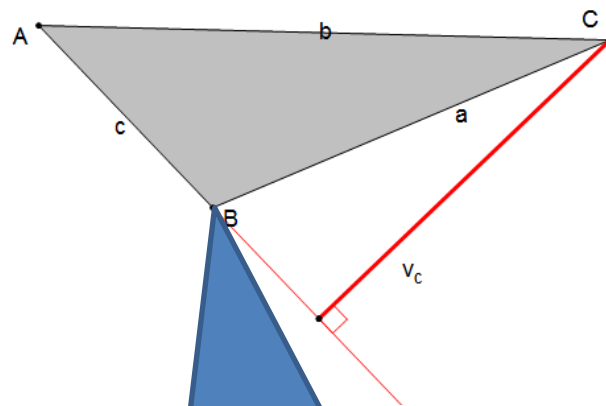
Premikaš lahko drsnik.



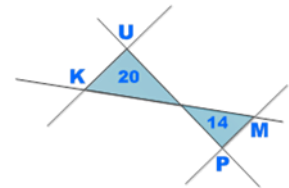
Učenec opazuje.  
Opazovanje je  
vodeno po  
avtorjevih korakih.

Pomoč za UL 3

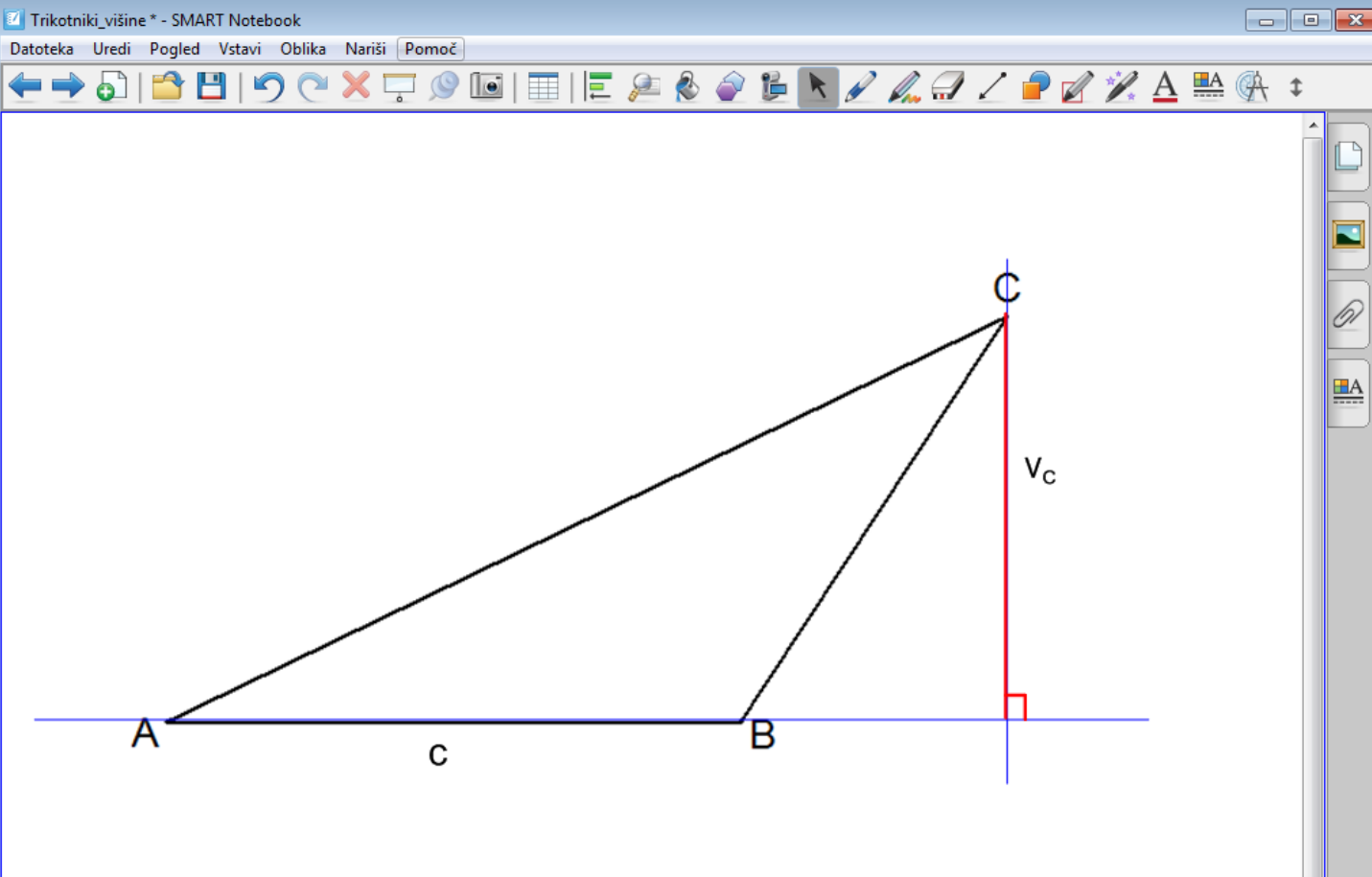
Premikaš lahko vsa tri oglišča.



Učenec raziskuje.  
Raziskovanje ni  
usmerjano.



# 2.ura



Trikotniki\_višine \* - SMART Notebook

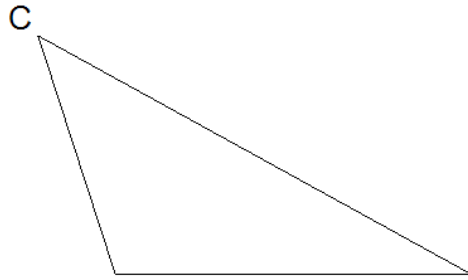
Datoteka Uredi Pogled Vstavi Oblika Nariši Pomoč

**Višina v topokotnem trikotniku je daljica, ki poteka od oglišča do nosilke nasprotne stranice in je nanjo pravokotna.**

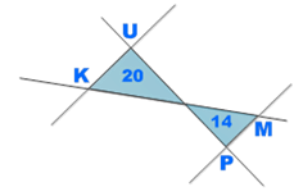
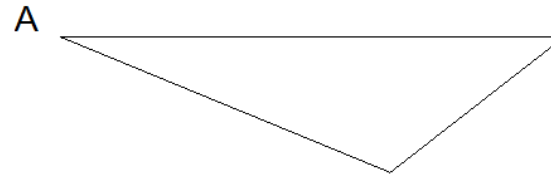
# 2.ura

4) Trikotnikoma na sliki načrtaj višine iz imenovanih oglišč.

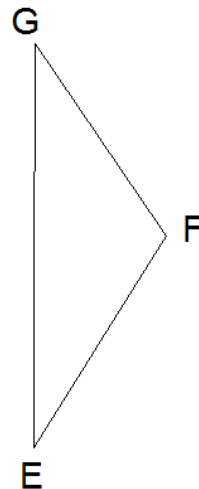
a)



b)



4.c) Trikotniku EFG načrtaj vse tri višine



# 3.ura

Sketchpad - [Predloga\_v2 (6) - Naloge]

Datoteka Urejanje Pogled Načrtovanje Transformacije Mejenje Graf Okno Pomoč

**NALOGE**  
Prikaži vse tri višine in odgovori na vprašanja.

Pokaži višino iz B na AC

Pokaži višino iz A na BC

Pokaži višino iz C na AB

a) Ali je mogoče, da so vse tri višine zunaj trikotnika? Razloži.

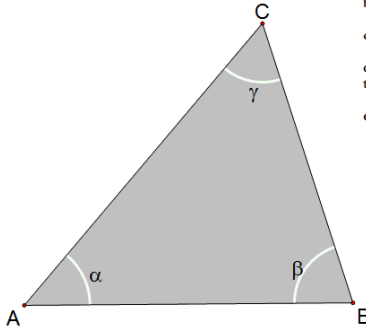
b) Ali je mogoče, da sta dve višini zunaj trikotnika? Razloži.

c) Ali je mogoče, da je samo ena višina zunaj trikotnika? Razloži.

d) Ali je mogoče trikotnik spremeniti tako, da je ena višina zunaj trikotnika in ostali dve višini na stranicah trikotnika? Razloži.

e) Ali se višine sekajo? Razloži.

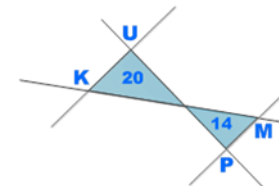
Skrj vprašanja



Zavrti trikotnik

Nazaj na prvo stran

Višina Naloge



Na naslovu <http://goo.gl/xYTj1> najdeš datoteko s katero boš ponovil svoje znanje o višini trikotnika in poiskal nekatere zakonitosti lege višin v tem liku.

## NALOGE

a) Ali je mogoče, da so vse tri višine zunaj trikotnika? Razloži.

---

---

---

---

---

---

---

---

b) Ali je mogoče, da sta dve višini zunaj trikotnika? Razloži.

---

---

---

---

---

---

---

---

c) Ali je mogoče, da je samo ena višina zunaj trikotnika? Razloži.

---

---

---

---

---

---

---

---

d) Ali je mogoče trikotnik spremeniti tako, da je ena višina zunaj trikotnika in ostali dve višini na stranicah trikotnika? Razloži.

---

---

---

---

---

---

---

---

e) Ali se višine sekajo? Razišči in zapiši.

---

---

---

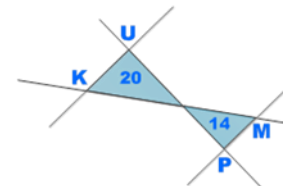
---

---

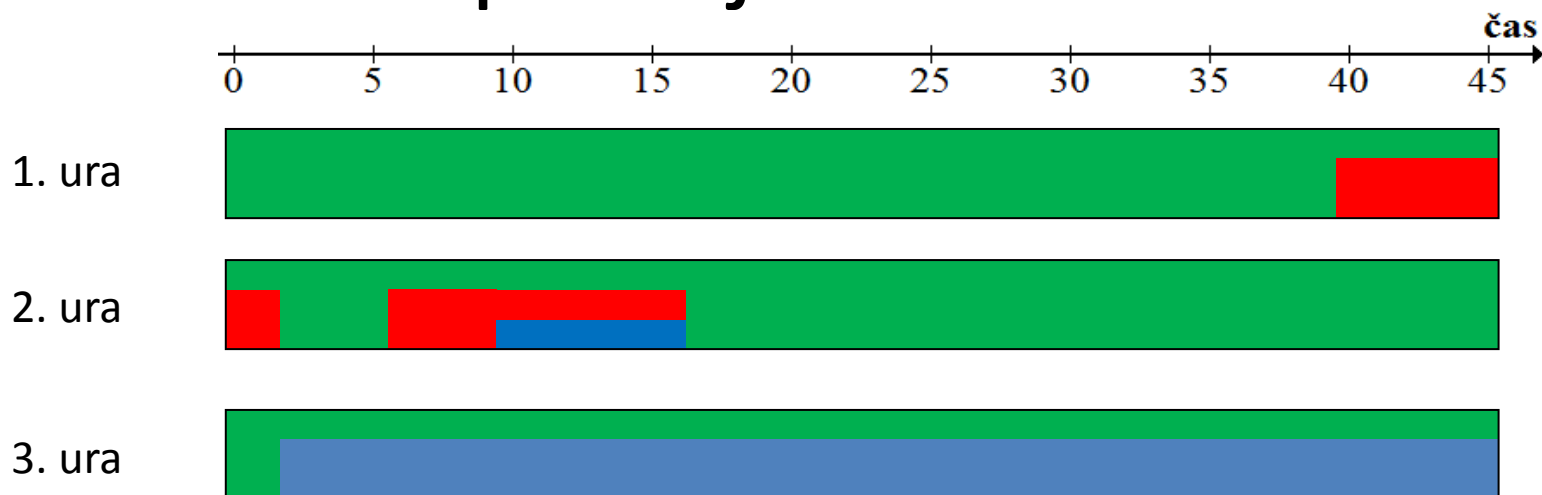
---

---

---



# Vloga različnih reprezentacij v zaporedju treh učnih ur

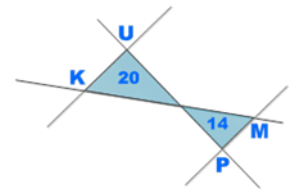


 Svinčnik in papir

 Fizični model

 Program dinamične geometrije/ raziskovanje z didaktično predlogo

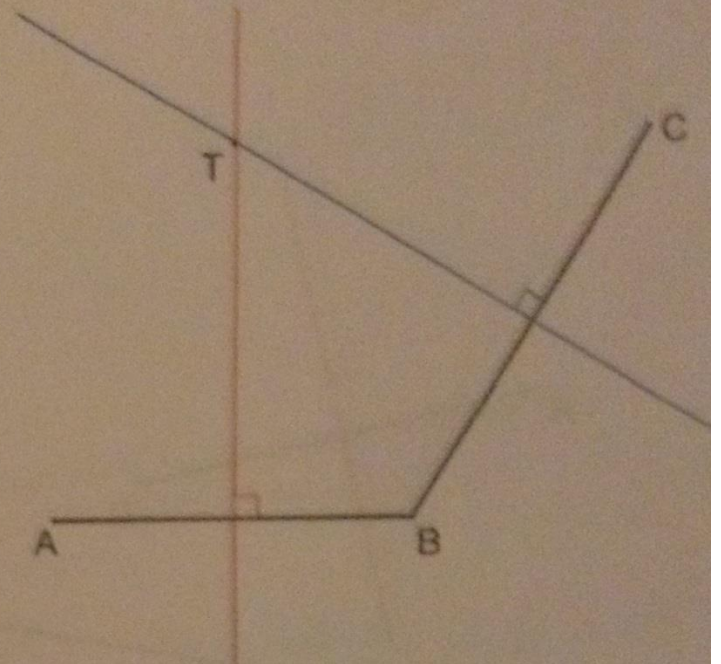


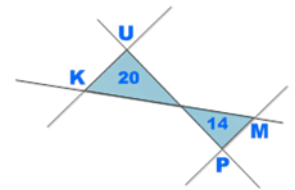


# Stopnja po Van Hieleju (pred)

3) Opiši geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

ima dva presečišča,  
in dva prava kota.





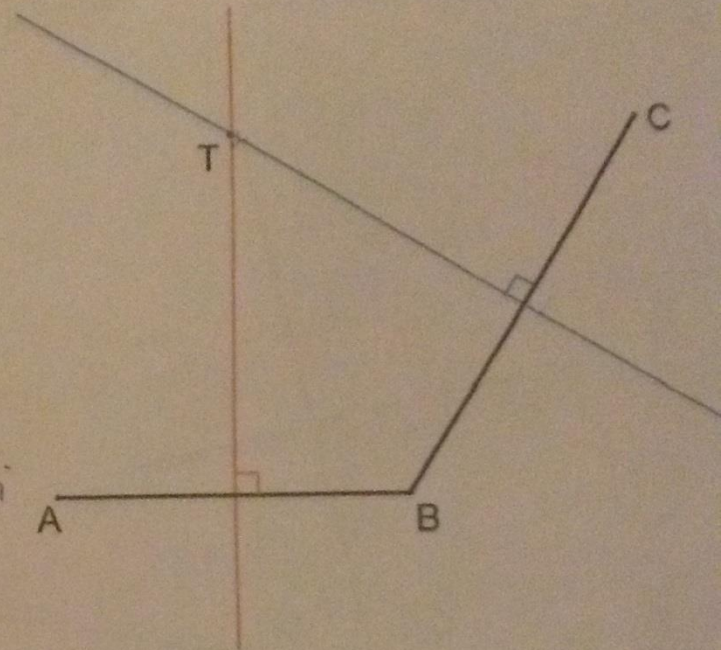
# Stopnja po Van Hieleju (pred)

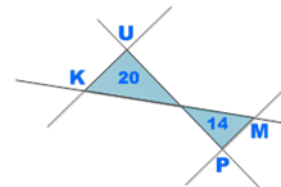
3) Opiši geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

točka T je ~~točka~~ točka, kjer  
se sekata obe simetrali.

Točka T je enako oddaljena  
od vseh kvržišč

daljic. Rdeča premica razdeli  
daljico AB na dva enaka  
dela. Modra premica razdeli  
daljico BC na dva enaka dela





# Stopnja po Van Hieleju (pred)

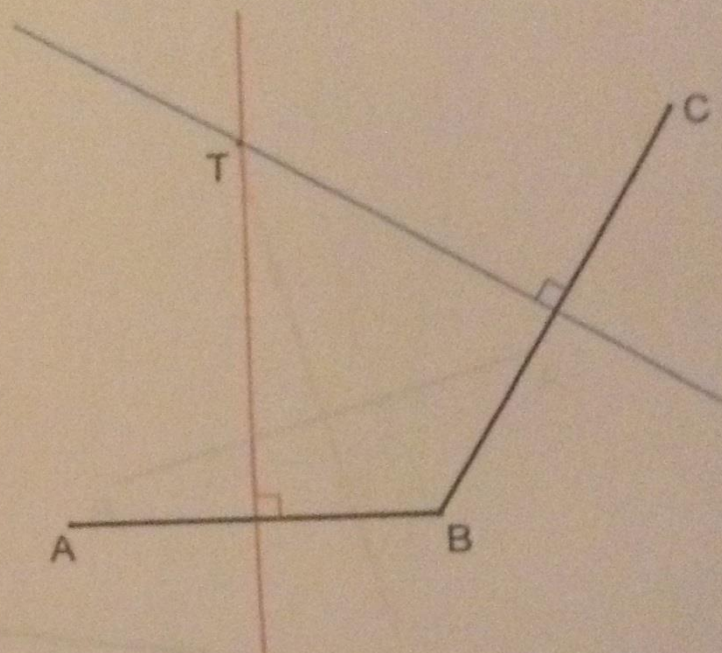
3) Opiši geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

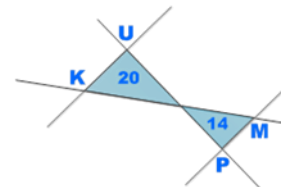
$|AB|$ ,  $|BC|$

$\perp AB$  in  $\perp BC$   $\cap$   $T$

$\perp AB$

$\perp BC$

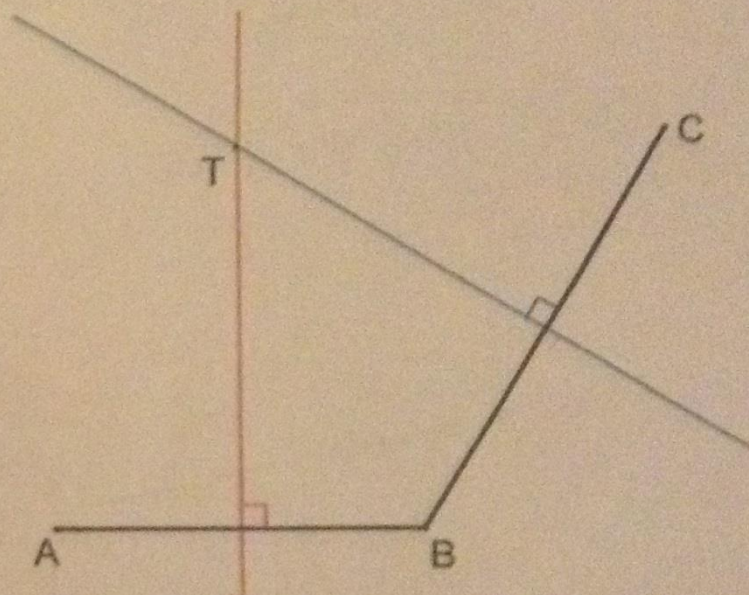


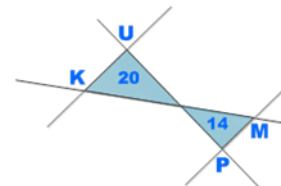


# Stopnja po Van Hieleju (pred)

3) Opiši geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

Premica  
 Ravnina in ~~mostra~~ prikazujeta  
 simetrični daljice. Točka T je os  
 simetričnosti, kjer se  
 obredne simetrični sekata.





# Stopnja po Van Hieleju (pred)

3) Opisi geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

Na sliki sta dve daljici: AB in BC.

Ker njima je točka B skupna tvorita

kot 2 vrhovi v točki B. ~~Be sta~~ Narisani

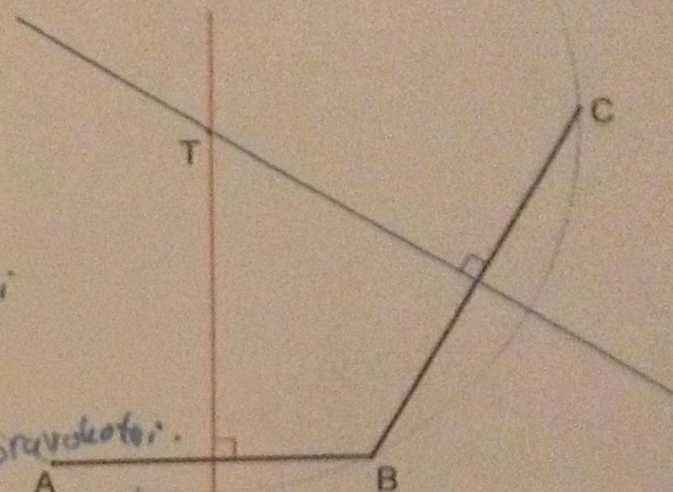
sta tudi simetrali za vsako daljico. Obe

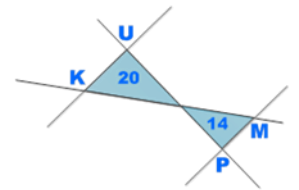
simetrali sta na daljico, ki jo razpolavljeta pravokotno.

Točka s točko T je označeno presečišče simetral,

kar pomeni, da je enako oddaljena od krajišč obeh daljic, torej točk A, B,

To lahko preverimo tako da skozi točko narišemo krožnico s središčem





# Stopnja po Van Hieleju (pred)

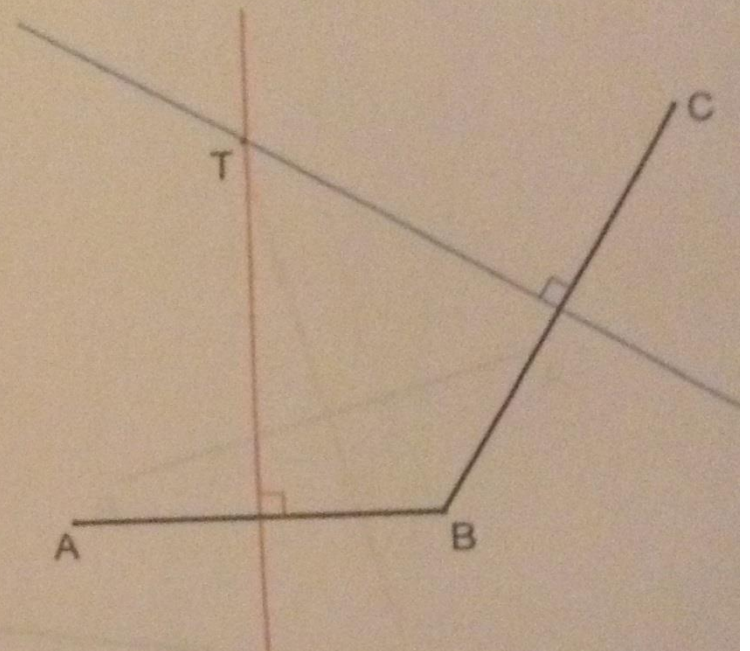
3) Opiši geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

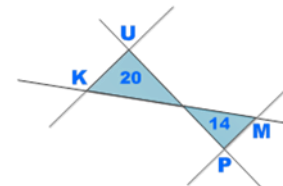
$|AB|, |BC|$

$\perp AB$  in  $\perp BC$   $\cap$   $T$

$\perp AB$

$\perp BC$

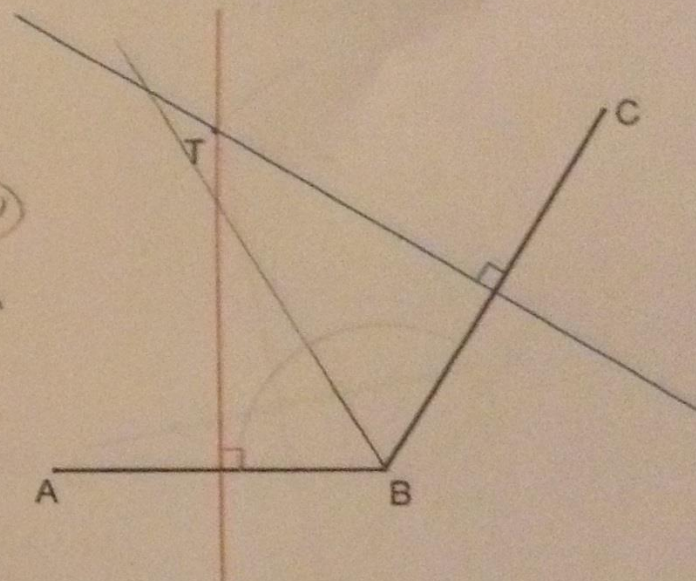




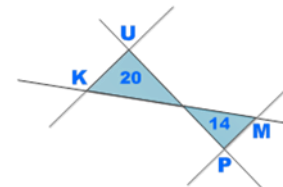
## Stopnja po Van Hieleju (pred)

3) Opisi geometrijske elemente na sliki. Kaj vse lahko poveš o točki T? Zapiši.

! To je oreh koda,  
da je simetrična točka  
ali presečišče dveh simetral.

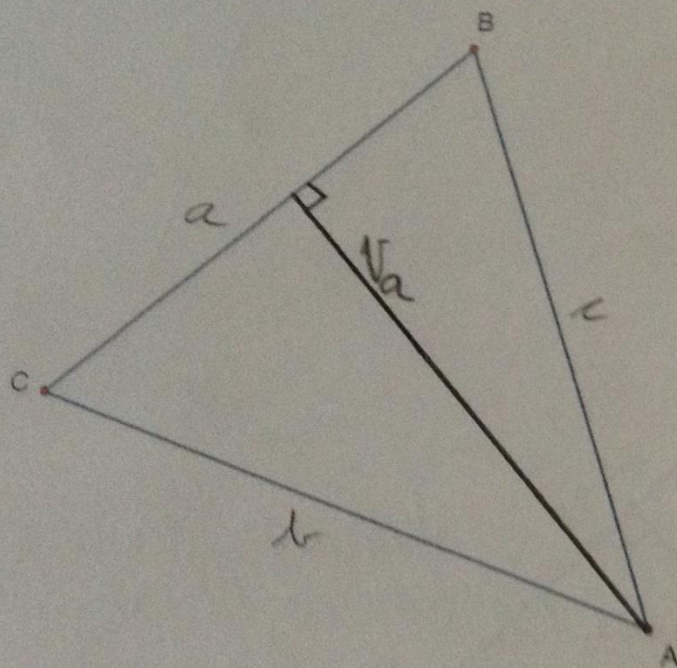


Kaj vidi učenec? Razhajanja med pričakovanji učitelja in učenca



# Rezultati (po)

1. Izmeri oddaljenost točke A od stranice BC. Zapiši meritev in opiši, kako si meritev izvedel.



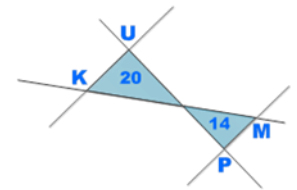
Meritev:  $h_a = 4,8 \text{ cm}$

d (AE)

Meritev sem izvedel tako, da sem  
nacisala pravokotnico  
iz točke A na  
stranico BC

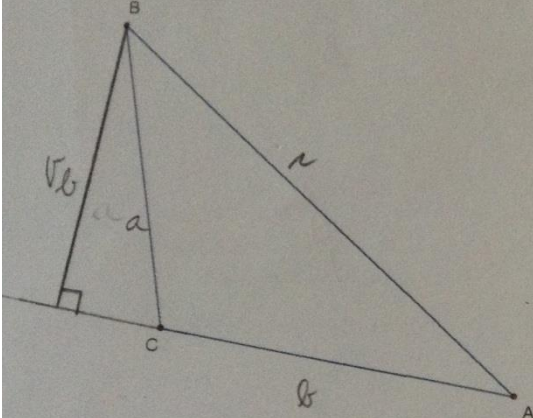
**Cilj: povežejo** pojem višine z razdaljo točke od premice





# Rezultati (po)

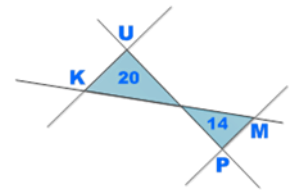
2. Izmeri razdaljo med stranico  $b$  in točko  $B$ . Zapiši meritev in opiši, kako si meritev izvedel.



Meritev:  $h_b = 3,8$

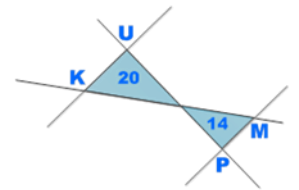
Meritev sem izvedel tako, da sem podaljšala stranico  $b$  in iz točke  $B$  narisala pravokotnico na stranici  $b$ .

**Cilj: povežejo** pojem višine z razdaljo točke od premice



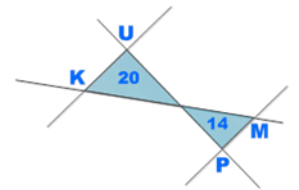
Presodi in označi s kljukico, če dve lastnosti trikotnika lahko veljata hkrati.

<b>Vrste trikotnikov</b>	Ostrokotni	Pravokotni	Topokotni
Raznostranični			
Enakokraki			
Enakostranični			



Presodi in označi s kljukico, če dve lastnosti trikotnika lahko veljata hkrati.

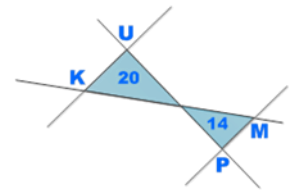
<b>Vrste trikotnikov</b>	Ostrokotni	Pravokotni	Topokotni
Raznostranični	✓	✓	✓
Enakokraki	✓	✓	✓
Enakostranični	✓		



## Rezultati (po)

Vrste trikotnikov	Ostrokotni	Pravokotni	Topokotni
Raznostranični	12	14	<b>23</b>
Enakokraki	14	16	11
Enakostranični	<b>21</b>	6	2

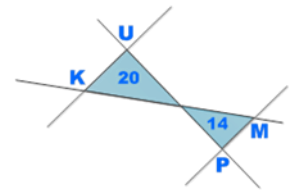
N= 26



# Rezultati (po)

Vrste trikotnikov	Ostrokotni	Pravokotni	Topokotni
Raznostranični			
Enakokraki			
Enakostranični		20	24

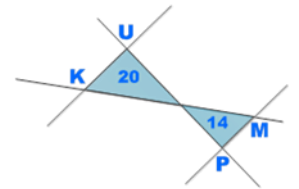
N= 26



# Spremljanje pred in po

- Stopnje po van Hieleju

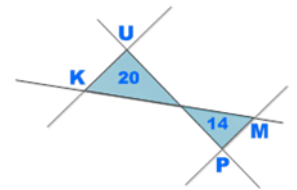
Stopnja	Pred				Po			
	1	2	3	4	1	5	6	7
<b>1</b>	25	25	25		-			
<b>2</b>	19	15	7		<b>20</b>			
<b>3</b>		2						
<b>3*</b>				<b>18</b>		<b>14</b>	<b>15</b>	<b>11-23</b>
	N= 28				N= 26			



Presodi in označi s kljukico, če dve lastnosti trikotnika lahko veljata hkrati.

<b>Vrste trikotnikov</b>	Ostrokotni	Pravokotni	Topokotni
Raznostranični			✓
Enakokraki		✓	
Enakostranični	✓		

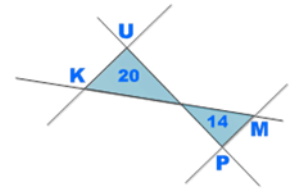
Kako interpretirate prikazano rešitev?



## Pogled naprej

- Presenečenje: dobra predstava dinamičnosti ‚brez dinamike‘.
- Učinke programov DG bo treba spremljati z različnimi nalogami.
- **Načrtno raziskovati odvisne in neodvisne** geometrijske objekte z vključeno fazo dinamične shematizacije in doseči stopnjo 3 po van Hieleju pri čim več pojmi in učencih.





# Viri

1. Kokol Voljč Vlasta: Razvoj osnovnih matematičnih pojmov z uporabo programov za dinamično geometrijo – dinamična ponazoritev, Pedagoška obzorja, 2006, 21/1, str. 34–47
2. Johnstone-Wilder, Sue; Pimm, David: Using information and communication technology (ICT) v Johnstone-Wilder, Sue et al: Learning to teach mathematics in the secondary school, London Routledge 1999, str. 158–186
3. Kynigos, Chronis: Using half-baked microworlds to challenge teacher educators' knowing, International Journal of Computers for Mathematical learning, 2007, 12/2, str. 87–111.
4. Laborde, Colette: The hidden role of diagrams in pupils' construction of meaning in geometry v Kilpatrick, Jeremy: Meaning in mathematics education, New York, Springer 2005, str. 159–180
5. Olivero, Frederica; Robutti Ornella: Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving, International Journal of Computers for Mathematical learning, 2007, 12/2, str. 135–156.
6. Michael de Villiers: Some Reflections on the Van Hiele theory, Zagreb 2010, pridobljeno na <http://frink.machighway.com/~dynamicm/vanhiele-reflection.pdf> (12. 2. 2014)