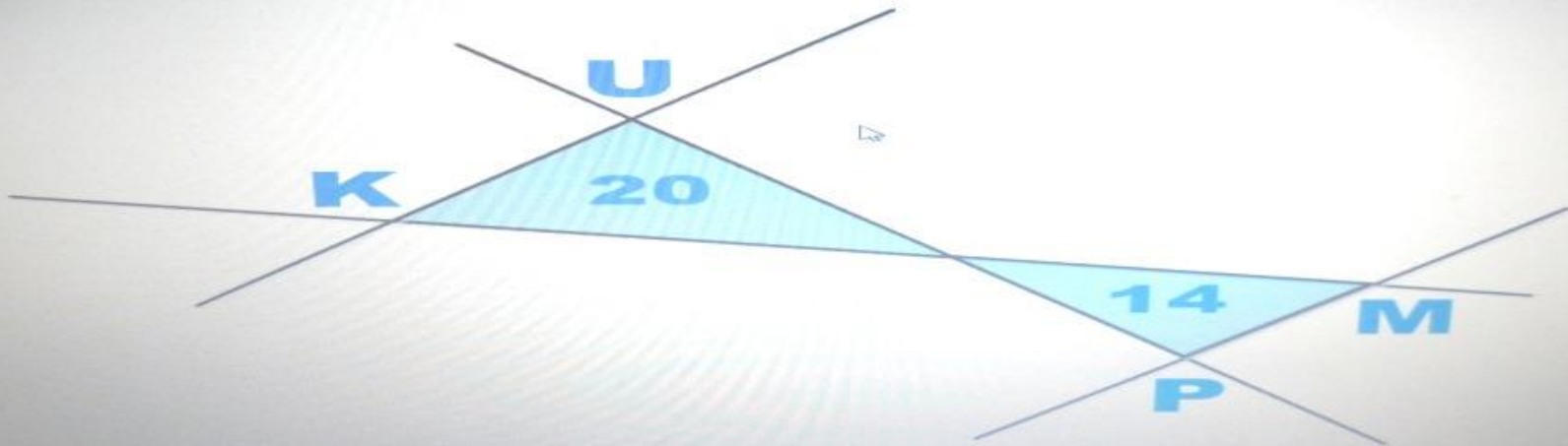
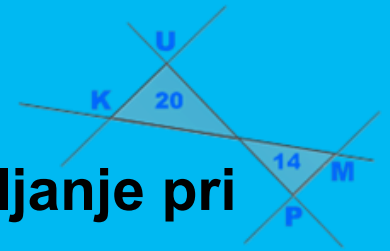


# Samorefleksivno mišljenje in formativno spremljanje pri reševanju matematičnih problemov

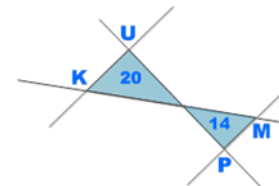
mag. Leonida Novak in Sandra Mršnik



Zavod Republike Slovenije za šolstvo  
The National Education Institute Slovenia



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo



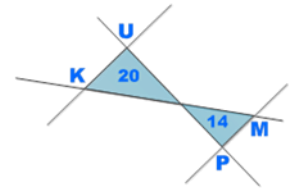
**Ali imate kakšen  
problem?**

**Zakaj je to za vas  
problem?**





# Problem torej ...

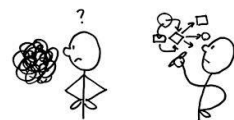


- *»ima izhodišče (začetno stanje), cilj (končno stanje) in neznano pot od izhodiščnega do končnega stanja. Pot vključuje različne operacije in akcije, ki nas vodijo proti cilju, pri tem pa moramo upoštevati različne omejitve in se spoprijemati z ovirami, ki preprečujejo prehod iz začetnega v končno stanje« (Kompore, 2006, str. 267).*

*primer Hanojski stolp:*

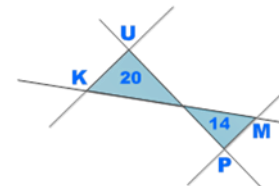


- *Bistvena lastnost problema je določena »nevralgičnost, vozlišče, kompleksnost, protislovnost«, kar posebej otežuje reševanje problema (Strmčnik, 2001, str. 27).*





Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo



Predstaviti pomen  
razvoja  
samorefleksivnega  
mišljenja na razredni  
stopnji

Predstaviti možnosti za  
spremljanje razvoja  
samorefleksivnega  
mišljenja pri reševanju  
problemov

Odkriti možnosti za  
izkoriščanje prednosti  
formativnega spremljanja za  
razvoj samorefleksivnega  
mišljenja



# Samorefleksivno učenje je ...



**A**naliziranje  
**S**intetiziranje  
**V**rednotenje  
**R**eflektiranje  
**S**klepanje  
**K**omuniciranje

„intelektualen“  
proces

=



Posploševanje  
za prepričanja  
in delovanje  
v svetu

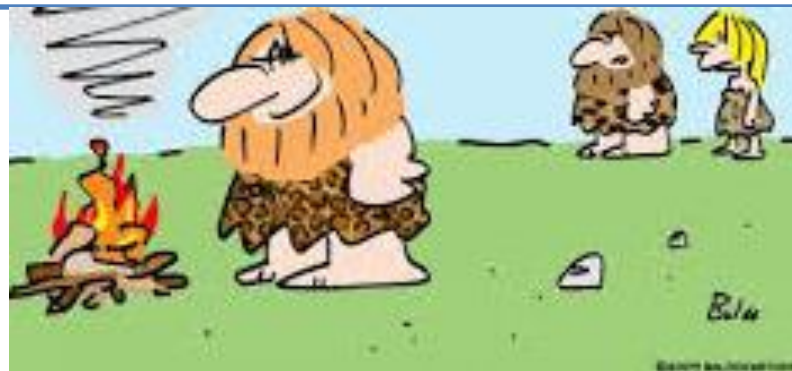


## Samorefleksivno učenje sodi v ...

**metakognitivna  
kognicija**  
(izkustva in znanje)



**metakognitivna kontrola**  
(sledenje kognitivni  
aktivnosti in  
samoregulacija)



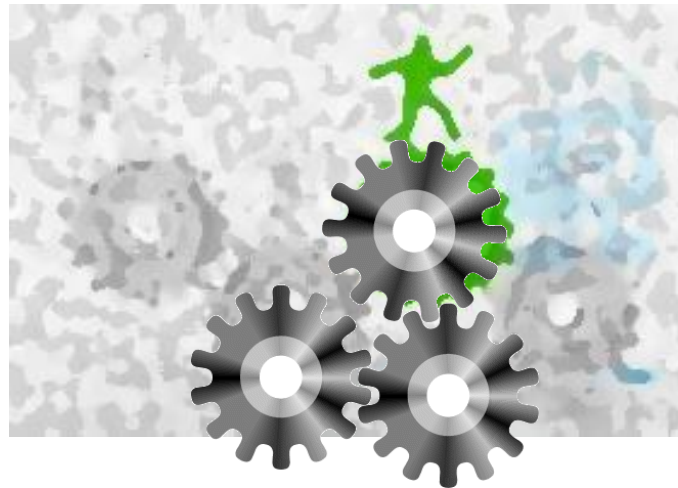
(Bakračević po Brown, Bransford, Ferrara in Campione, 1983)





**Temeljno vodilo pri  
razvoju  
samorefleksivnega  
mišljenja je ...**

- ***kako razmišljati, namesto, kaj razmišljati***  
(Clement, 1979)





**Učinki ...**



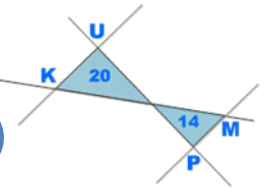


# Zakaj samorefleksivno mišljenje integrirati v poučevanje?

- samorefleksivno mišljenje je za to, da bi boljše vedeli, razumeli, uporabljali - kar je cilj učenja,
- zato je priporočljivo, da ga načrtno razvijamo, vadimo in neprestano integriramo v poučevanje, predvsem za aktivno učenje



# Mejniki samorefleksivnega mišljenja



PREDŠOLSKO OBDOBJE:

ŠOLSKO OBDOBJE:

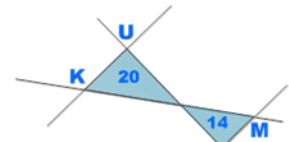
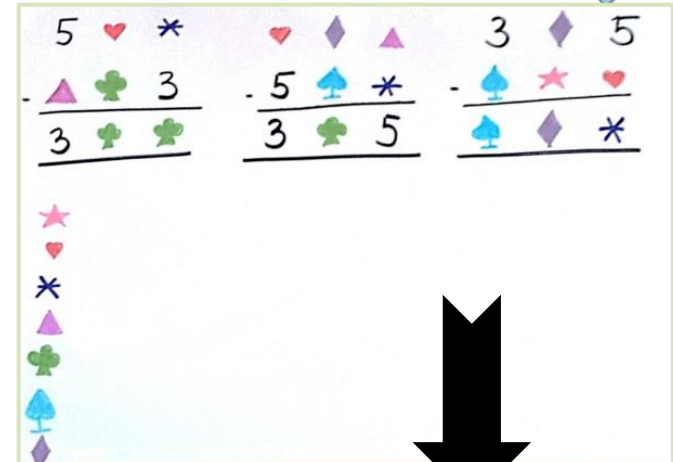
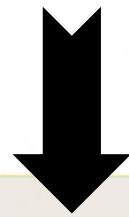
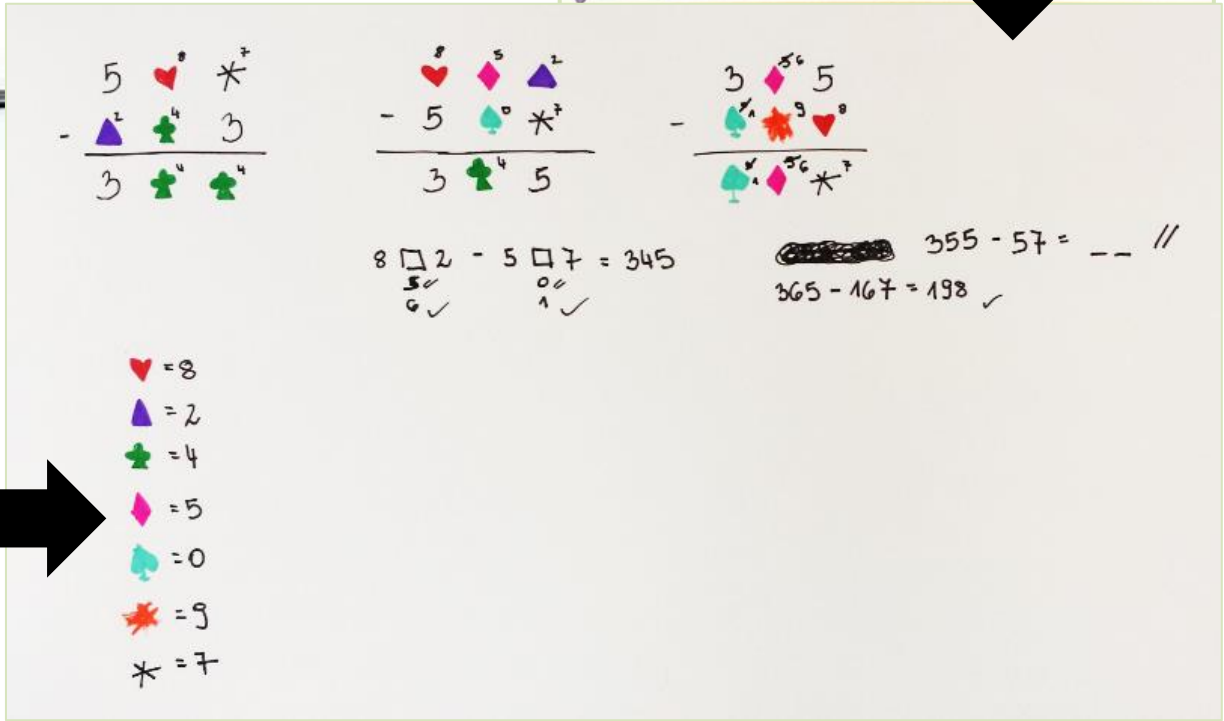


**Stara sem 4 leta.**

Moj kognitivni sistem še ni samorefleksiven, je pa **samosenzitiven**, kar pomeni, da čutim lastno funkcioniranje, registriram čustva in izkušnje.

# SISTEMATIČNA SKRB POMENI

...

$8 - 2 = 6$   
 $5 - 3 = 2$   
 $3 - 3 = 0$

~~$355 - 57 = \dots //$~~   
 $365 - 167 = 198$  ✓

Reševanje preprostega  
problem, ki terja veliko  
metakognitivnega  
znanja



(prirejeno po Easy  
Learning Maths, Collins,  
2006)

# Najboljša podpora k SR mišljenju in reševanju

## problemov je postavljanje **pravih vprašanj**:

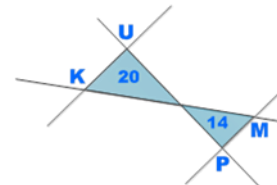


- Kaj mislim o tem?
- Zakaj mislim tako?
- Na kaj se naslanja moje znanje?
- S čim lahko to povežem?
- Kaj lahko iz tega sklepam?
- Kakšno je moje mnenje (stališče) o tem?
- Ali lahko pogledam na to še kako drugače?
- Kako sem razmišljal-usmerjen v rešitev ali usmerjen v potek (pot) reševanja?

- Imam vse podatke?
- Kaj moram izračunati?
- Katero področje pokriva problem?
- Ali sem že kdaj reševal podoben problem?
- Kaj lahko od takrat uporabim?
- Kaj bom izračunal/narislal/skiciral najprej? Zakaj?
- Si lahko potek reševanja narišem? Si lahko potek reševanja predstavljam?
- Mi bo to pomagalo?



# IN KAJ IMA S TEM FORMATIVNO SPREMLJANJE?



**POSTAVLJANJE CILJEV**

**PREVERJANJE PREDZNANJA**

Razjasnitev,  
soudeleženos pri  
določanju in razumevanju  
namenov učenja in  
kriterijev za uspeh

**SAMOREFLEKSIJA  
SAMOOCENJEVANJE  
SAMOVREDNOTENJE**

Aktiviranje učencev za  
samoobvladovanje  
njihovega učenja

Formativno  
„vrednotenje“  
predvideva uporabo  
petih strategij  
(William, 2013)

**NAČRTOVANJE STRATEGIJE  
REŠEVANJA PROBLEMA**

Priprava takšnih  
dejavnosti v razredu, s  
katerimi je mogoče  
pridobiti dokaze o učenju

**ZBIRANJE IN PRESOJANJE  
DOKAZOV**

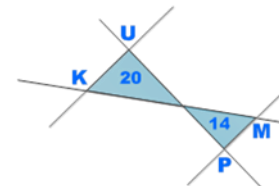
**VRSTNIŠKO POUČEVANJE  
IN VREDNOTENJE**

Aktiviranje učencev, da  
postanejo drug drugemu  
vir poučevanja

Zagotavljanje povratnih  
informacij, ki učence  
premikajo na

**ZAGOTAVLJANJE  
POVRATNIH INFORMACIJ**

# IN KAJ IMA S TEM FORMATIVNO SPREMLJANJE?



## 1. POSTAVLJANJE CILJEV

- Kaj imam na voljo? Katere podatke poznam?
- Kaj moram izvedeti, narediti? Kako bom to naredil?
- Kako bom vedel, da sem uspešen?

## 2. PREVERJANJE PREDZNANJA

**Navodilo:** Imaš vrečko frnikol. Dodaš pet frnikol in odvzameš dve. Kako se je spremenila vsebina vrečke? Kako pa v primeru, če vzamemo iz vrečke še 3 frnikole?

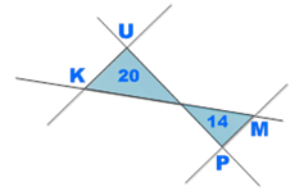
Učenec meče kocko in ob vsaki vrženi vrednosti izpolni preglednico.

PODVOJI ŠTEVILO	PODVOJEN O ŠTEVILO + 1	DO DESET
3+3	6+1	7+3
2+2	4+1	5+5

Vse o številu   
 Ime mu je   
 Izgleda kot   
 Število pred njim je   
 Število za njim je   
 Prikaži s črticami.   
 Štej.



# IN KAJ IMA S TEM FORMATIVNO SPREMLJANJE?

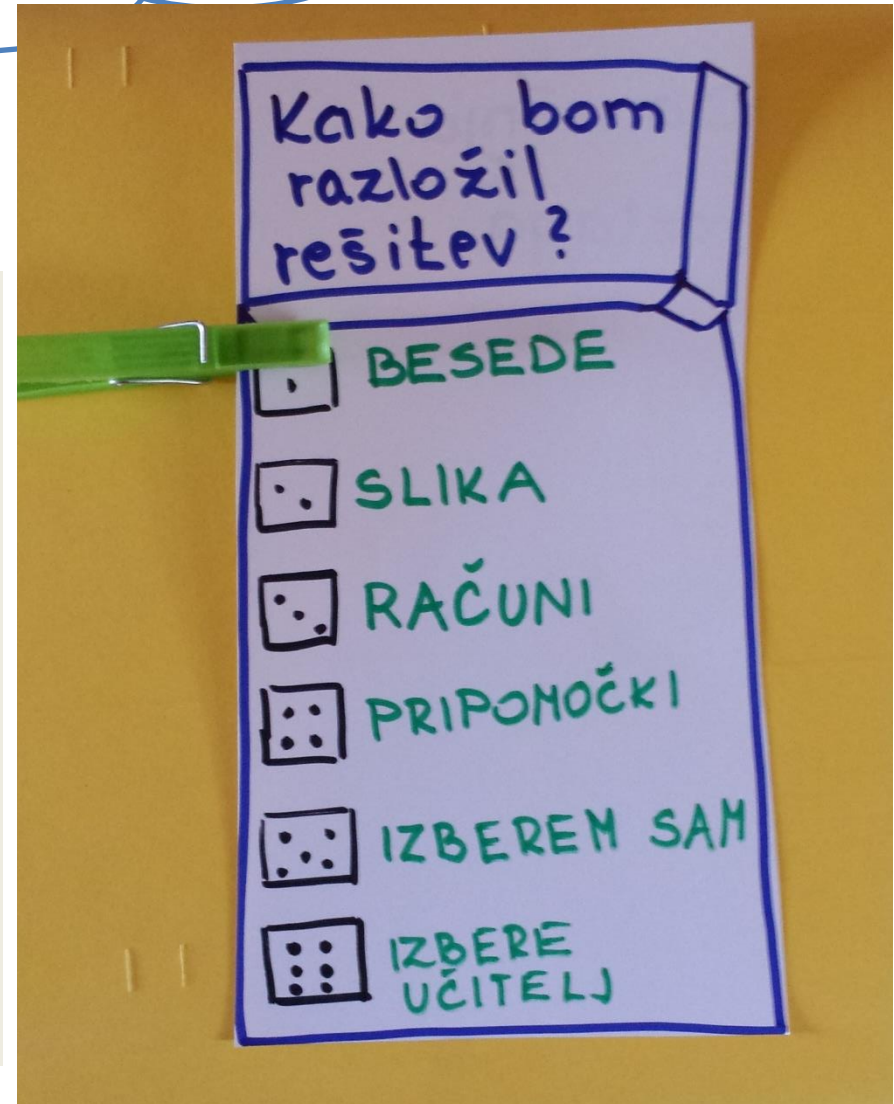


## 3. NAČRTOVANJE STRATEGIJE REŠEVANJA PROBLEMA

- Katere dejavnosti bom izvedel, da rešim problem?
- Katere načine že poznam?

## 4. ZBIRANJE IN PRESOJANJE DOKAZOV

- Kaj je dokaz mojega učenja?
- Kateri dokaz je najboljši po moji presoji?

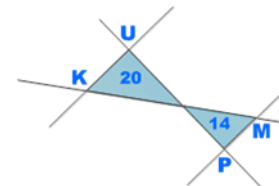




Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo



# IN KAJ IMA S TEM FORMATIVNO SPREMLJANJE?



## 5. ZAGOTAVLJANJE POVRATNIH INFORMACIJ

- ugotoviti razliko med želenim oz. zahtevanim in doseženim
- dobiti napotek in usmeritev za aktivnosti, ki bodo razliko odpravile

## 6. VRSTNIŠKO POUČEVANJE/VREDNOTENJE

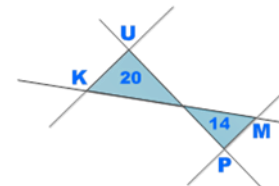
## 7. SAMOVREDNOTENJE



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo



**KAKO VSE SKUPAJ  
POVEZATI?**



**REŠEVANJE  
PROBLEMOM**



**SAMOREFLEKSIVNO  
MIŠLJENJE**



**FORMATIVNO  
SPREMLJANJE**



## IDEANS

VPRAŠANJA  
(lahko učni pari)

V športni trgovini je bila razprodaja. Nogometna žoga je na razprodaji stala 4 EUR, medtem ko je košarkarska žoga stala 5 EUR. Prodanih je bilo 12 žog in zaslužek je bil 52 EUR. Koliko nogometnih žog in koliko košarkarskih žog so prodali?



Identificirati problem: Na katera vprašanja želimo odgovor?

1. Koliko košarkarskih žog so prodali?  
Koliko nogometnih žog so prodali?

**D**efinirati problem: Kaj je problem v tej problemski situaciji? Kateri so pomembni podatki, ki oblikujejo ta problem?

2. PROBLEM: število žag

PODATKI: žaga za nagamet = 4 EUR

žaga za kosačko = 5 EUR

prodanih = 12 žag

zarobček = 52 EUR

**E**videntirajte možnosti: Katere so možne rešitve? Kako bomo reševali problem?

3. Reševanje 1:  $10 \cdot 4 = 40$

$$2 \cdot 5 = 10$$

Reševanje 2:  $4 \cdot 5 = 20$

- 52 razdelim na dva dela  
dobim 26

-  $4 \cdot 5 = 20$ , me dam 5, ker potem  
31 ni deljivo s 4, zato  
dadam 6 in ta meseč  
b 26

- dobim 32 in delim s 4

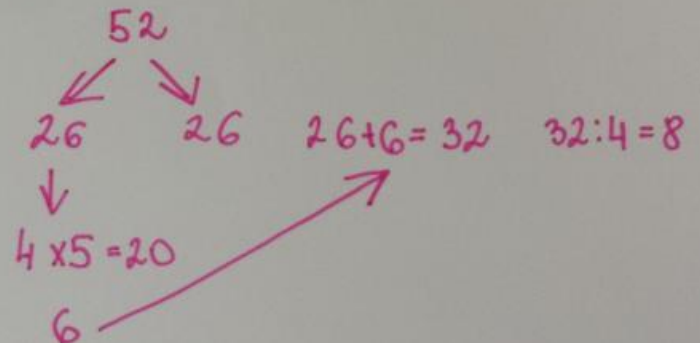
- dobim  $4 \cdot 5 = 20$  in  $8 \cdot 4 = 32$

- prodali so 8 nagametnih zag  
in 4 košarbarske

Reševanje 4:



Reševanje 5:





**A**nalizirajte možnosti:

Kaj je najboljši potek?

**N**aredite seznam možnosti:

Zakaj je to najboljši potek?

4. Reševanje 1:

- dobim pravo število žog, zaslužek ni pravi

5

Reševanje 2:

- število žog ni pravo in zaslužek ni pravi

4

Reševanje 3:

- Število žog je pravo in zaslužek je pravi.

3

Reševanje 4:

- S sistemom cen lahko dodajam in odzeman košarkarske in nogometne žoge. Hitro sem končal.

2

Reševanje 5:

- Če lahko pišem tako kot mislim, lažje računam in si predstavljam.

1

**S**amorefleskija, samokorekcija: Poglej, ponovno, kaj manjka?

*Pri reševanju problema sem našel različne načine reševanja, vendar nisem bil pozoren na število žog, ko sem dobil ustrezno vsoto denarja. Lahko bi se spomnil podobnega problema, ki smo ga že reševali in to uporabil ob reševanju tega problema.*

# PREDALI

- razumevanju matematičnega problema
- razjasnjuje interpretacijo besedila
- poveča jasnost z vizualizacijo problema in rešitve



SHEMA



Tim si je zaželel nogometni dres, ki stane 50 EUR. Privarčevanih je imel le 20 EUR. Odločil se je, da bo en teden v počitnicah pomagal v očetovi delavnici in zaslužil nekaj denarja. Oče mu je ponudil 2 EUR na uro za njegovo delo. Tim je delal 10 ur v tednu. Ali je Tim zbral dovolj denarja za nakup dresa?

1. Tim je delal 10 ur v tednu. Vsako uro je zaslužil 2 EUR

VEM:  
ima 20 EUR  
potrebuje 50 EUR  
10 ur na teden dela  
na uro zasluži 2 EUR

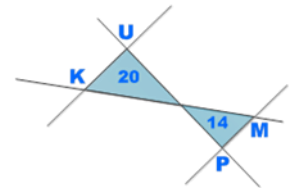
IZVEDETI ŽELIM:  
- koliko je zaslužil?  
- ali ima dovolj?

Timu manjka  
10 EUR.  
še 5 ur dela.

2. Ugotoviti moram kolika je Tim zaslužil. To bom naredil tako da pomnožim število ur z zaslužkom. Potem moram zaslužek prišteti k privarčevanemu denarju. Mislim da bo zbral dovolj denarja

3.  
 $10 \text{ ur} \cdot 2 \text{ EUR} = 20 \text{ EUR}$   
 $+ 20 \text{ EUR} =$   
 $40 \text{ EUR}$   
 $50 \text{ EUR} - 40 \text{ EUR} = 10 \text{ EUR}$   
 $10 : 2 = 5$

4. Tim je v enem tednu zaslužil 20 EUR. Da bi si lahko kupil dres potrebuje še 10 EUR. Zato bi moral delati še 5 ur.







# KAJ PA POVRATNA INFORMACIJA?



Ime: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

## SHEMA ZA REŠEVANJE MOJIH MATEMATIČNIH PROBLEMOV

 <p>KAJ VEM O PROBLEMU?</p>	 <p>KAJ MORAM RAZREŠITI?</p>
 <p>OBLIKOVANJE ODGOVORA, REŠITVE</p>	<p>KATERE OPERACIJE BOM/BIL LAHKO UPORABIL?</p> <p><math>+</math> <math>-</math> <math>\times</math> <math>\div</math> <math>=</math></p>  <p>MOJA KONČNI ODGOVOR REŠITEV.</p>

rižoga. mg. = 4 €  
rižoga. hš. = 5 €  
prodanih 12 rižog.  
zarlučih = 52 €

Koliko korčarkarških  
in koliko nogometnih  
rižog so prodali?

$8 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 52 \text{ €}$   
 $4 \cdot 5 + 8 \cdot 4 = 52 \text{ €}$

Predlagam, da  
še enkrat pogledam  
podatke - Je tak  
izračun mogoč?

Kje so  
uporabili  
: in - ?

$+$   $\times$   $\div$   $=$   $-$

Prodali so 8  
korčarkarških in 3  
nogometne rižoge ali  
pa 4 korčarkarške in  
8 nogometnih rižog.

Zakaj ta možnost  
ni prava?

# CILJ





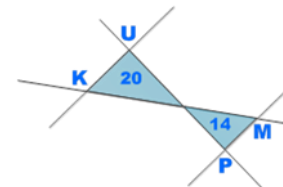
## Razlogi za uvajanje ...







Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo



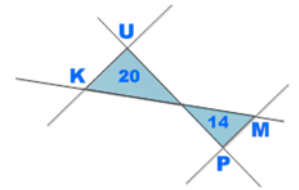
# Problem poljubov

(povzeto po: Lishu Liu, Yun Zhang, Prosunjit Biswas,  
Tahmita Ahmed)

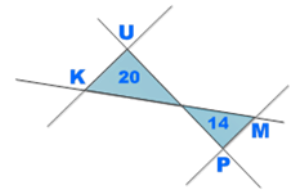




## PROBLEM



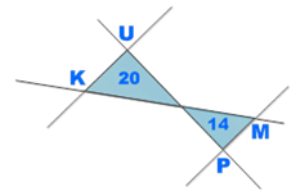
- Za naš matematični problem definiramo, da je potreben en poljub takrat, ko se dva človeka poljubita v pozdrav.
- Koliko poljubov si lahko izmenjajo v pozdrav, če imamo  $n$  ljudi?



# Samorefleksivna vprašanja

Pred reševanjem:

1. Kaj sedaj misliš o tem problemu?
2. Ali imaš vse potrebne podatke, da lahko rešiš problem?
3. Kaj problem od tebe zahteva?
4. Si že kdaj reševal/a tak problem? Ali boš lahko uporabil/a izkušnje?
5. Kako boš reševal/a? Boš skiciral/a? Boš računal/a? Boš ugibal/a?
6. Katere postopke boš uporabil/a?



Po reševanju:

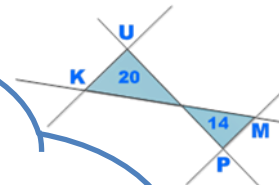
9. ! Kako sem reševal/a: sem bil/a usmerjen/a v rezultat ali v pot reševanja?

10. Kje lahko pridobljen način reševanja uporabim?

11. Sem bil uspešen? Sem bila uspešna? Kaj je vplivalo na to?



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo

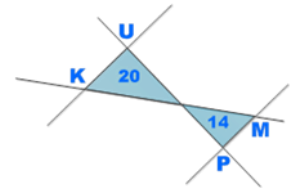


**IN KAJ JE TUKAJ SPLOH PROBLEM?**  
**Koliko poljubov v pozdrav si lahko  
izmenjajo udeleženci na konferenci  
KUPM 2014?**  
**VABLJENI K REŠEVANJU PROBLEMA.**

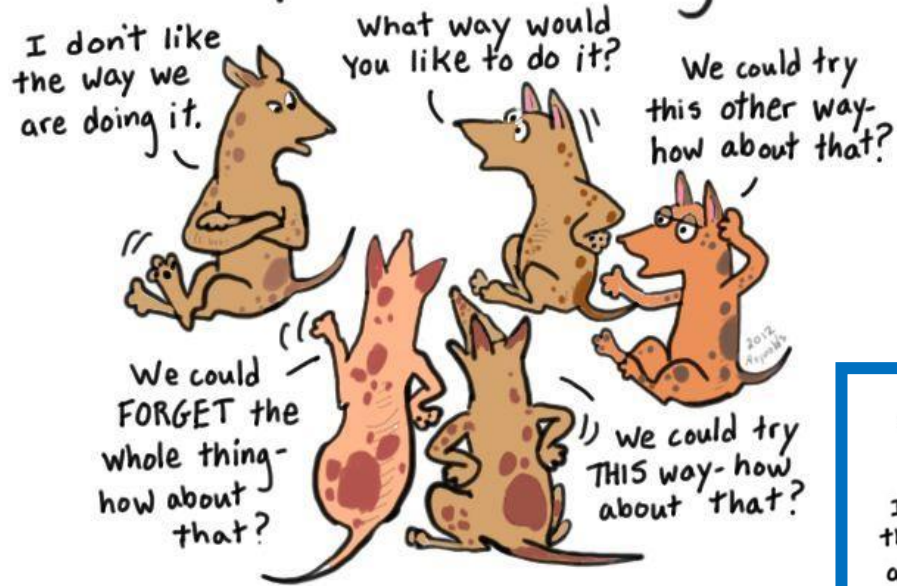




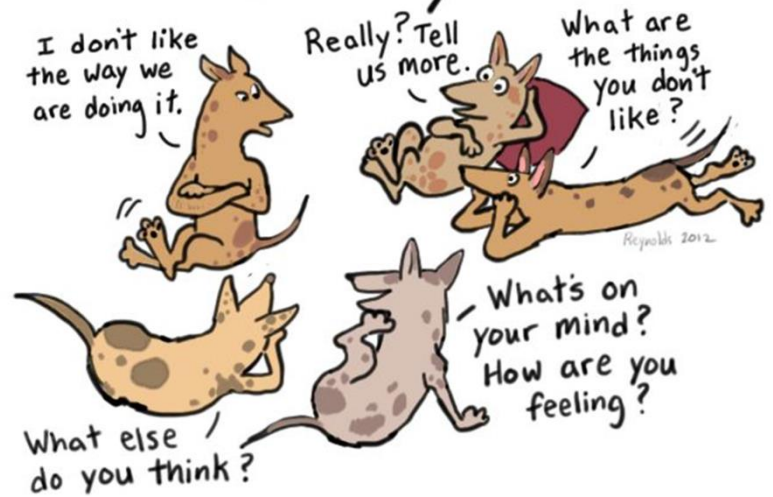
Zavod  
Republike  
Slovenije



## This is problem solving:



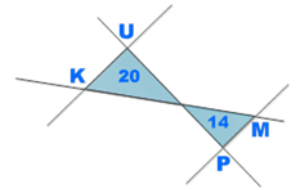
## This is Curiosity:



# HVALA.







# VIRI IN LITERATURA:

- VIRI SLIK v PPT in ANIMACIJAH:

ŠTIRILETNICA: [http://www.savvymom.ca/index.php/expert\\_blog/helping-your-child-develop-healthy-self-esteem](http://www.savvymom.ca/index.php/expert_blog/helping-your-child-develop-healthy-self-esteem)

PETLETNICA: <http://loving-kindness-compassion-yourself.blogspot.com/>

SEDEMLETNICA: <http://www.open.ac.uk/cpdtasters/pdi-demo/three.htm>

FANT z OČALI: <http://www.skillsconverged.com/FreeTrainingMaterials/tabid/258/articleType/ArticleView/articleId/997/Problem-Solving-Exercise-Look-at-the-Problem-from-a-Kids-Point-of-View.aspx>

Bakračevič, K. (2000). Razvoj mišljenja v odrasli dobi, Maribor, PEF.

- Bakračevič Vukman, K. (2000). Točnost metakognitivnih ocen v različnih razvojnih obdobjih. Dostopno na: <http://www.dlib.si/stream/URN:NBN:SI:DOC-MDUA3GWF/6b6dd082-778f-4a27-b15d-4a4e617ac66b/PDF> (25.7.2014).
- Bandura, A. (2003). Self-efficacy: The exercise of control. New York: W. H. Freeman and Company.
- Benko, A., Loaiza, R., Long, R., Sacharski, M., Winkler, J. (1999). Math word problem remediation with elementary students. Sant Xavier University and IRI. Skylight. Chicago
- Black, P., Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom learning. Assessment in Education, 5, št. 1.
- Brown, M.N. Kelley, S.M. (1986). Asking the right question: A guide to critical Thinking. Engelwood Cliffs. New York: Prentice Hall
- Clark, P. (2006). Easy Learning Maths. London: Collins.
- Clement, J., and Lochhead, J. (1979). Introduction to research in cognitive process instruction. Hillsdale, NY: Cognitive Process Instruction.
- De Corte, E. (2013). Zgodovinski razvoj razumevanja učenja. V: Durmont, H. in sod. (ur.). O naravi učenja. Uporaba raziskav za navdih prakse, str. 37 - 58. OECD, Centre for Educational Research and Innovation. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo
- Didaktika ocenjevanja znanja (2008). Zbornik prispevkov. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Facione, P.A. (2007). Critical thinking: What it is and why it counts. Dostopno na: [http://www.student.uwa.edu.au/\\_\\_data/assets/pdf\\_file/0003/1922502/Critical-Thinking-What-it-is-and-why-it-counts.pdf](http://www.student.uwa.edu.au/__data/assets/pdf_file/0003/1922502/Critical-Thinking-What-it-is-and-why-it-counts.pdf), pridobljeno (18.4.2014)
- Gibbs, G. (1988). Learning by Doing: a guide to teaching and learning methods. Oxford: Oxford Brookes Further Education Unit.
- Komljanc, N. (2008). RAP dosežek. Elektronsko gradivo iz delovnega srečanja RAP. Otočec.(URL: <http://www.zrss.si/default.asp?link=predmet&tip=92&pID=199>).
- Marentič Požarnik, B. (2000). Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
- Marjanovič Umek, L. (2011). Vloga jezika in socialnih kontekstov za razvoj predbralnih in prednapisovalnih zmožnosti. V. Noliml, F. (ur.) Bralna pismenost v Sloveniji in Evropi. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. (str. 15-26).
- Nokes, J.D., Dole, J.A, Hacker, D.J. (2007). Teaching high school students to use heuristics while reading historical texts. Journal of Psychology. Št. 99 (3), str.498-504.
- Pečjak, S. (2013). Metakognitivne sposobnosti pri učenju z branjem in kako jih razvijati. V: Fani Noliml (ur.) Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do znanja. Dostopno na: [http://www.zrss.si/bralnapismenost/files/6\\_D3\\_Noliml.pdf](http://www.zrss.si/bralnapismenost/files/6_D3_Noliml.pdf) (pridobljeno 15. 4. 2014)
- Pintrich, P.R. (2005). The role of goal orientation in self-regulation learning. V.M. Boekaerts, P.R. Pintrich in M. Zeidner (ur.), Handbook of self-regulation (str. 451-502). San Diego: Academic Press.
- Snyder, L.G., Snyder, M.V. (2008). Teaching critical thinking and problem solving skills. V The Delta Pi Epsilon Journal. št. 2. (str. 90-101)
- Sentočnik, S. (2012). Slovene – English Glossary of Assessment Terminology. In: Effective assessment for learning. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Wiliam, D. (2000). Integrating summative and formative functions of assessment. Prague: Keynote address to the European Association for Educational Assessment.
- Wiliam, D. (2013). Vloga formativnega vrednotenja v učinkovitih učnih okoljih. V: Durmont, H. in sod. (ur.). O naravi učenja. Uporaba raziskav za navdih prakse, str. 123 - 146. OECD, Centre for Educational Research and Innovation. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo
- Žakelj, A. e tal. (2011). Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika: Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport. Zavod RS za šolstvo. Dostopno na: [http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni\\_UN/UN\\_matematika.pdf](http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf), pridobljeno (24.5.2012)