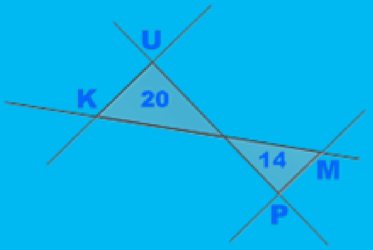
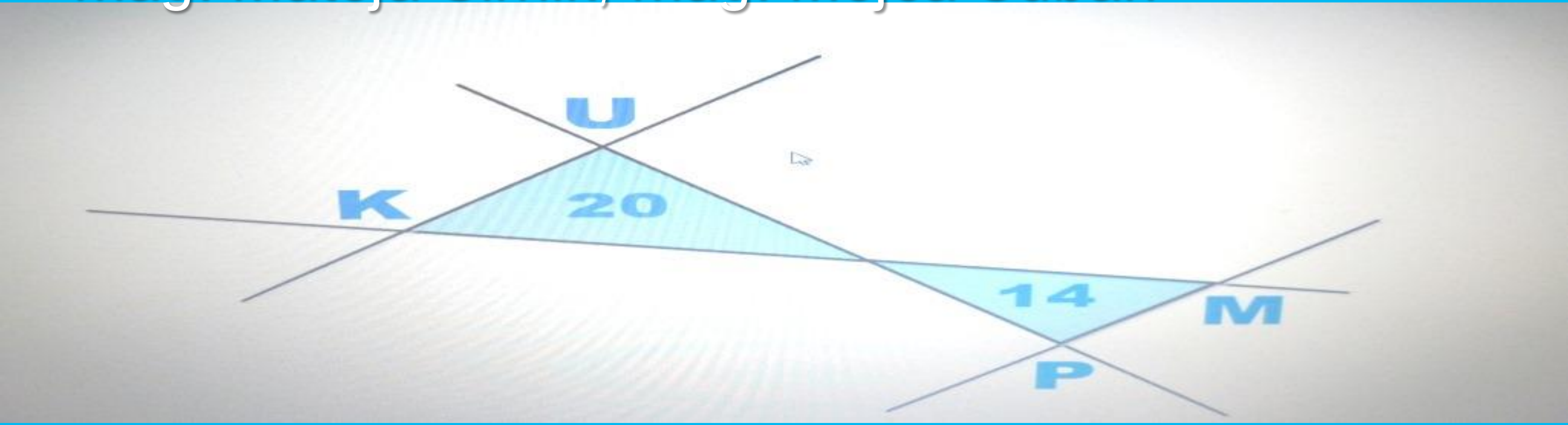


Geometrijski pojem kot v domači in tuji literaturi

mag. Mateja Sirnik, mag. Mojca Suban



Zavod Republike Slovenije za šolstvo
The National Education Institute Slovenia

Geometrijski pojem kot v učnem načrtu

5. razred:

- opazujejo in primerjajo kote v večkotniku
- opazujejo in primerjajo kote, ki nastanejo pri sekanju premic

6. razred:

- usvojijo pojem kot
- usvojijo pojme in simboliko: vrh kota *V*, kraka *k*, *h*, ... , meja, notranjost kota, zunanjost kota, oznaka kota (< AVC, a, b, c)
- razlikujejo vrste kotov: udrti/izbočeni, polni kot, kot nič, iztegnjeni kot, ostri kot, topi kot, pravi kot
- narišejo kote in opišejo velikost posameznih vrst kotov
- *grafično (koti le v stopinjah) in računsko določijo vsoto in razliko kotov*

7. razred

- uporabljajo različne strategije načrtovanja kotov s šestilom in ravnilom
- prepoznajo kota s paroma vzporednih krakov (izmenični koti) in ugotovijo odnos med njunima velikostma
- danemu kotu poiščejo sovršni kot, sokot
- oblikujejo vzorce z vrteži
- opišejo trikotnik (označijo kote), razvrščajo trikotnike glede na kote in stranice
- razlikujejo pojma notranji in zunanji kot trikotnika
- poznajo in uporabljajo vsoto notranjih in zunanjih kotov trikotnika pri računskih in načrtovalnih nalogah
- poznajo odnose med notranjimi koti trikotnika in stranicami trikotnika ter to uporabljajo pri načrtovalnih nalogah
- poznajo in uporabljajo potrebne in zadostne podatke za skladnost trikotnikov pri načrtovalnih nalogah
- poznajo in uporabljajo vsoto notranjih kotov štirikotnikov
- poznajo lastnosti štirikotnika in ga načrtajo glede na dane podatke

8. razred

- opišejo in označijo večkotnik (stranice, kote…)
- poznajo vsoto notranjih in zunanjih kotov večkotnika
- Izračunajo dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka

9. razred

- prepoznajo podobne trikotnike in s tem povezane pojme: istoležne stranice, istoležni koti

Van Hilejeva teorija razvoja geometrijskih pojmov

- Opazovanje
- Opisovanje
- Povezovanje (definicija, neformalni nivo dedukcije)
- Dokazovanje
- Abstrahiranje

dr. Franc Močnik, Geometrija za nižje gimnazije, Prvi del

II. O kotih.

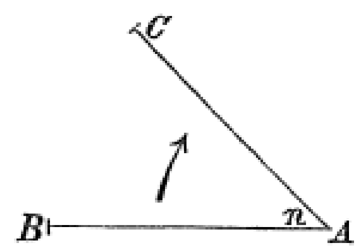
1. Kakó koti postajajo in kakó jih zaznamenujemo.

§ 26. Ako potegnemo od točke *A* (slika 11.) dva traka *AB* in *AC*, razločita se le-ta gledé meri drug od druzega. Veličino razlike med merima teh dveh trakov, stikajočih se v skupni točki, imenujemo k o t *(Winkel)*. Znamenje za kot je ∡.

Misliti si moremo, da je kot na ta način postal, da se je vrtel trak *AB* v ravnini okoli svojega mejišča *A*, dokler ni prišel v drugo ležo *AC*; veličina tega vrteža določuje kot.

S šestilom lahko pokažemo, da koti res takó postajajo.

Slika 11.



Traka *AB* in *AC*, katera tvorita kot, imenujemo njega k r a k a *(Schenkel)*, točko *A* pa, v kateri se stikata, njega v r h *(Scheitel)*.

Kot zaznamenujemo ali s črko pri vrhu, ali z majhno črko, katero zapišemo blizo vrha med kraka, ali s tremi črkami, izmed katerih izgovarjamo in pišemo najprej črko pri jednem kraku, potem črko pri vrhu in na zadnje črko pri druzem kraku. Kot v sliki 11. imenujemo ali kot *A*, ali kot *n*, ali kot *BAC* ali *CAB*.

Franc Savnik, Matematika za 5. razred

Dogovor:

Presek polravnin, ki pripadata isti ravnini in nimata vzporednih robov, imenujemo izbočeni kot. Poltraka h in k imenujemo kraka, njuno skupno izhodišče V pa vrh kota.

Izbočeni kot, ki ima vrh V in ima na svojih krakih točki A in B, označimo takole: ∢AVB, ali takole: ∢V, in preberemo: "Izbočeni kot AVB", oziroma: "Kot z vrhom V".

Dogovor:

Zunanjost izbočenega kota sestavlja skupaj z njegovo mejo vdrti kot.

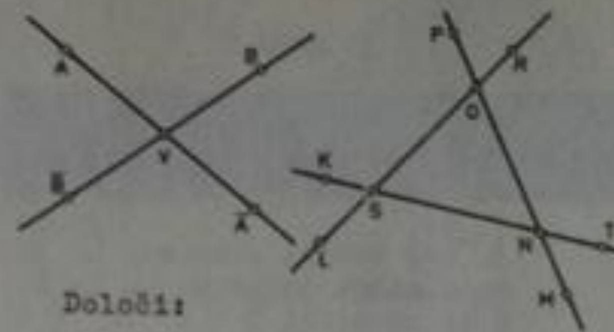
Označimo ga takole:

∢ AVB

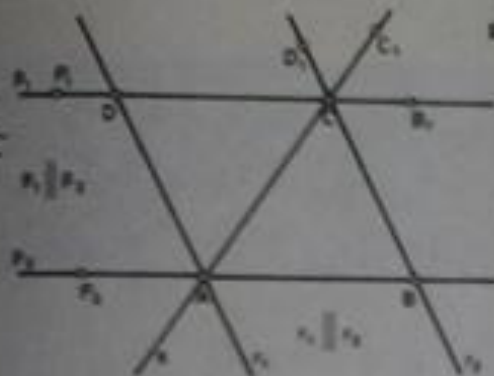
in preberemo:

"Vdrti kot AVB"

12 Označi z barvnikom kote: $\sphericalangle AVB$, $\sphericalangle \bar{A}V\bar{B}$, $\sphericalangle KSL$, $\sphericalangle SON$ in $\sphericalangle MNT$!



13



Določi:

a) $\sphericalangle BAD \cap \sphericalangle CAP_2$ = ______

$\sphericalangle DCC_1 \cap \sphericalangle D_1CB_1$ = ______

$\sphericalangle CAB \cap \sphericalangle C_1CB_1$ = ______

$\sphericalangle BAD \cap \sphericalangle B_1CD_1$ = ______

$\sphericalangle DAB \cap \sphericalangle D_1CB_1$ = ______

$\sphericalangle BAC \cap \sphericalangle DAC$ = ______

b) $\sphericalangle DCC_1 \cap \sphericalangle D_1CB_1$ = ______

$\sphericalangle DCB \cap \sphericalangle ACB_1$ = ______

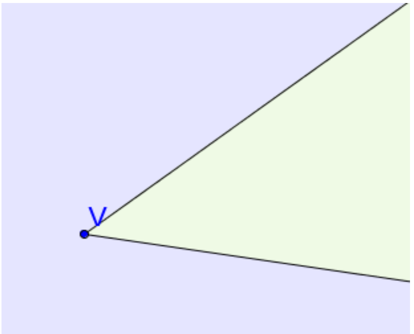
$\sphericalangle P_1DA \cap \sphericalangle P_1CB$ = ______

$\sphericalangle ACD \cap \sphericalangle B_1CC_1$ = ______

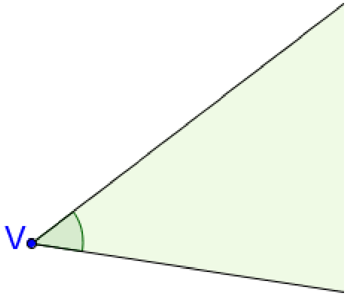
$\sphericalangle C_1CB_1 \cap \sphericalangle P_2AD$ = ______

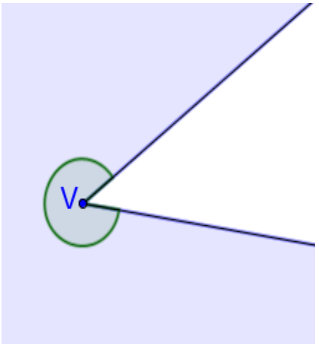
Dr. Peter Legiša, Matematika 1, Geometrija v ravnini

Dva poltraka s skupnim izhodiščem nam ravnino razrežeta na dva kota, kot vidimo na sliki.

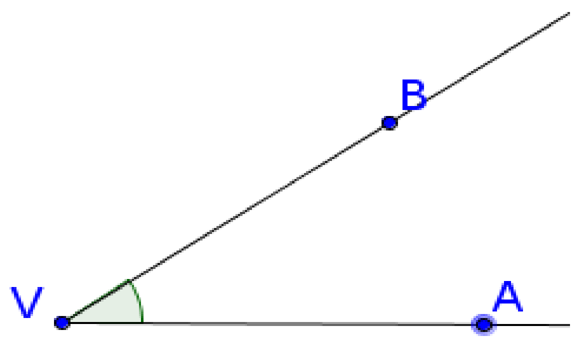


Vsak od obeh kotov ima dana poltraka za kraka, skupno izhodišče obeh poltrakov pa je vrh obeh kotov. Kraka in vrh pripadata kotu. Navadno nas zanima le eden od obeh kotov. Označimo ga tako, da v njem narišemo krožni lok.





Kot lahko podamo tako, da podamo točko na enem kraku, vrh in točko na drugem kraku. (Pri tem zmeraj mislimo na konveksni kot, določen s temi podatki.)



Dr. Dušan Pagon, Osnove evklidske geometrije

Tujima množicama, dobljenima s pomočjo relacije »leži na isti strani premice *p*«, pravimo polravnini glede na premico *p* (bregovoma premice *p*). Omogočata nam, da definiramo pojem kota.

Za poljubna dva nekolinearna poltraka *k, l* s skupnim krajiščem *E* rečemo, da podajata kot, ki ga označujemo s $\angle kl$ (oziroma $\angle lk$) ali $\angle AEB$, kje je *A* poljubna točka enega od danih poltrakov, *B* pa točka drugega poltraka. Točko *E* imenujemo vrh kota $\angle AEB$, poltrakoma *k=EA>*, l=EB> pa rečemo kraka danega kota. Točkam ravnine, ki ležijo na isti strani premice <EA> ko točka *B* in na isti strani premice *EB* kot točka *A*, pravimo notranje točke kota $\angle AEB$, vsem drugim točkam ($C \notin \sphericalangle kl \cup k \cup l \cup \{E\}$) pa zunanje točke danega kota. Množico vseh notranjih (zunanjih) točk nekega kota kratko imenujemo notranjost (zunanjost) kota.

Dr- Zdravko Kurnik, Terminološki problemi u nastavi matematike

1) (III. razred) Neka su a i b polupravci sa zajedničkom početnom točkom V. Možemo zamisliti da polupravac a pri vrtnji ostavlja tragove sve dok se ne poklopi s polupravcem b. Svi ti tragovi čine dio ravnine koji se zove **kut**. Oznaka: (a, b).	2) (V. razred) Neka su AB i AC dva dana pravca. Promatrajmo po jednu poluravninu što ih određuju ti pravci. Presjek poluravnina je **kut**. Oznaka: $\sphericalangle BAC$.
3) (1. razred) Neka je S skup svih polupravaca ravnine s vrhom O. U skupu $S \times S$ definira se relacija $\approx$: uređeni par (x_1, x_2) je u relaciji $\approx$ s uređenim parom (y_1, y_2) ako postoji rotacija f koja polupravac x_1 preslikava na x_2 i y_1 na y_2. $\approx$ je relacija ekvivalencije. Klasa svih ekvivalentnih uređenih parova polupravaca naziva	4) (3. razred) **Kut** je uređen par (p, q) dviju zraka koje imaju isti početak V. Označavamo ga s $\sphericalangle pVq$. Točku V nazivamo **vrh**, zraku p nazivamo **prvi krak**, a zraku q drugi **krak kuta** $\sphericalangle pVq$. Kut definiran na ovaj način naziva se **orijentirani kut**.

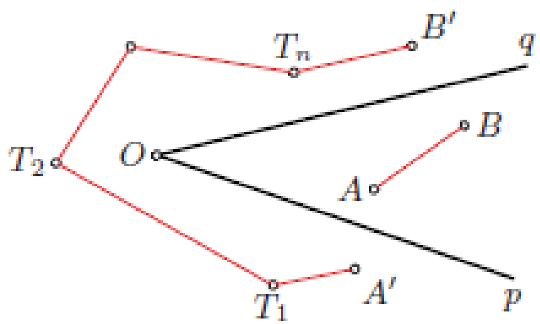
David A. Ledbetter. Elementary College geometry

Kot je definiran kot množica točk, ki so unija dveh nekolinearnih poltrakov s skupnim izhodiščem. Označen je s <CAB ali <BAC, kjer je vrh kota točka A. Ugotavljamo, da je vrstni red točk na krakih nepomemben.

V nadaljevanju je definirana **notranjost kota** kot množica točk P, ki ležijo na isti strani premice AB, kot točka C, in na isti strani premice BC, kot točka A. Označena je s <ABC.

Milan Mitrović, Skozi evklidsko geometrijo

Naj bo pq oz. pOq kotna lomljenka. Definirajmo novo relacijo na množici vseh točk ravnine razen točk, ki ležijo na lomljenki. Pravimo, da sta točki A in B na isti strani kotne lomljenke pq (kar označimo z $A, B \ddot{-} pq$), če obstaja lomljenka $AT_1T_2 \cdots T_nB$, ki kotne lomljenke pq ne seka oz. z njo nima skupnih točk (slika 2.24).



Slika 2.24

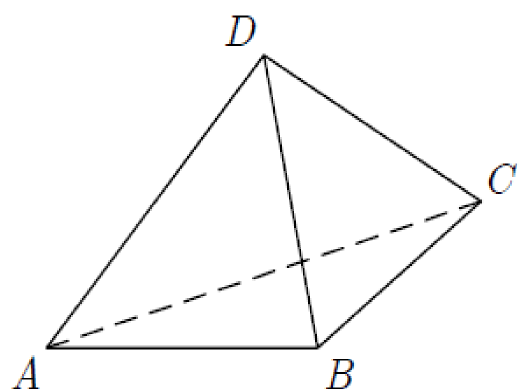
Tudi relacija $\ddot{-}pq$ je ekvivalenčna relacija, ki ima dva razreda. Unijo vsakega od teh dveh razredov s kotno lomljenko pq imenujemo *kot* pq, ki ga označimo z $\angle pq$, oz. $\angle pOq$. Kotna lomljenka torej določa dva kota. Dilemo, za katerega od kotov gre pri oznaki $\angle pOq$, bomo kmalu odpravili. Poltraka p in q sta *kraka kota* in točka O *vrh kota*. Če sta

Če kotna lomljenka pOq ne določa iztegnjenenega kota oz. ni enaka premici, se izkaže, da pOq določa dva kota, ki predstavljata konveksen in nekonveknen lik - imenujemo ju *konveksen kot* in *nekonveksen (izbočeni) kot*. Formalen dokaz tega dejstva bomo na tem mestu izpustili. Če ne poudarimo drugače, bomo pod oznako $\angle pOq$ (oz. $\angle pq$ ali $\angle POQ$) vedno mislili na konveksen kot (slika 2.26). V tem smislu je že iz definicije kota

jasno, da (konveksna) kota pOq in qOp predstavljata isti kot.

Pregled različnih nalog
Višja raven mature iz matematike, 7. junij 2008

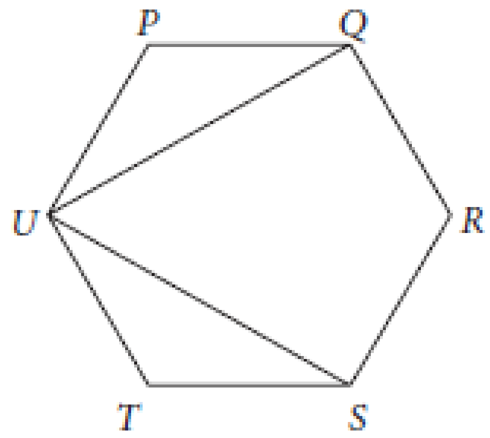
03. Dana je tristrana piramida $ABCD$.



a) V trikotniku ABC s podatki $\alpha = \sphericalangle BAC = 45^\circ$, $\beta = \sphericalangle ABC = 60^\circ$ in polmerom trikotniku očrtane krožnice $R = 2$ cm je točka S središče temu trikotniku očrtane krožnice. Izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$.

(4 točke)

TIMSS 2007



PQRSTU je pravilni šestkotnik. Kolikšna je velikost kota *QUS*?

Ⓐ 30°

Ⓑ 60°

Ⓒ 90°

Ⓓ 120°

Vsebinsko področje: Geometrija

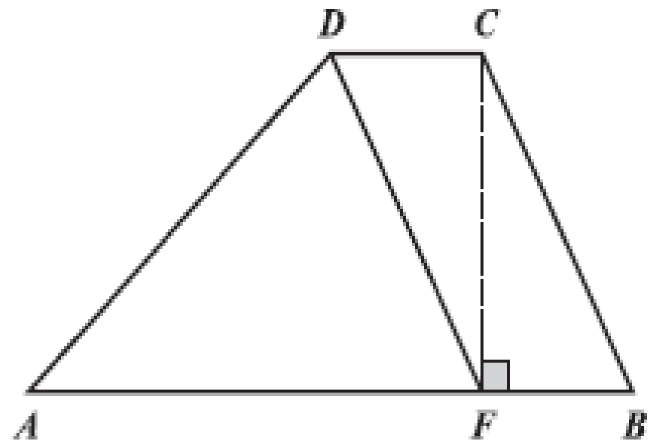
Poglavje: Geometrijske oblike

Kognitivno področje: Uporaba znanja in razumevanje konceptov

Rešitev: B

Hrvaška Matura, osnovna raven 2014

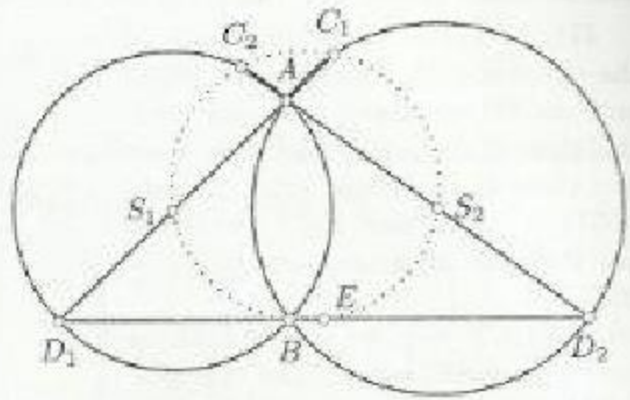
11. U četverokutu $ABCD$, prikazanome na slici, stranica $\overline{AB}$ paralelna je sa stranicom $\overline{CD}$, a stranica $\overline{BC}$ paralelna je sa stranicom $\overline{DF}$, s time da je zadano $|AB| = 4.5$ cm, $|FB| = 1.3$ cm, $|FC| = 2|FB|$ i $\angle CFB = 90°$.



Kolika je površina četverokuta $ABCD$?

Knjiga:50 National Mathematical Olypiads in Slovenia

II/3. The Thales' theorem (the angle in a semicircle) tells us that C_1, C_2 and B are the feet of the altitudes of the triangle D_1D_2A. Thus, the points C_1, C_2, D_1 and D_2 lie on the same circle with the centre at E. The connection between the central and the inscribed angle for this circle implies $2\sphericalangle C_2D_1C_1 = \sphericalangle C_2EC_1 = 2\sphericalangle C_2D_2C_1$.



Similarly, for $\mathcal{K}_1$ we have $\frac{1}{2}\sphericalangle C_2S_1A = \sphericalangle C_2BA$, and for $\mathcal{K}_2$ we get $\frac{1}{2}\sphericalangle AS_2C_1 = \sphericalangle ABC_1$. Also, $\sphericalangle C_2S_1C_1 = \sphericalangle C_2S_1A = 2\sphericalangle C_2D_1A = 2\sphericalangle C_2D_1C_1 = \sphericalangle C_2EC_1$ and $\angle C_2S_2C_1 = \angle C_2EC_1$. Finally,

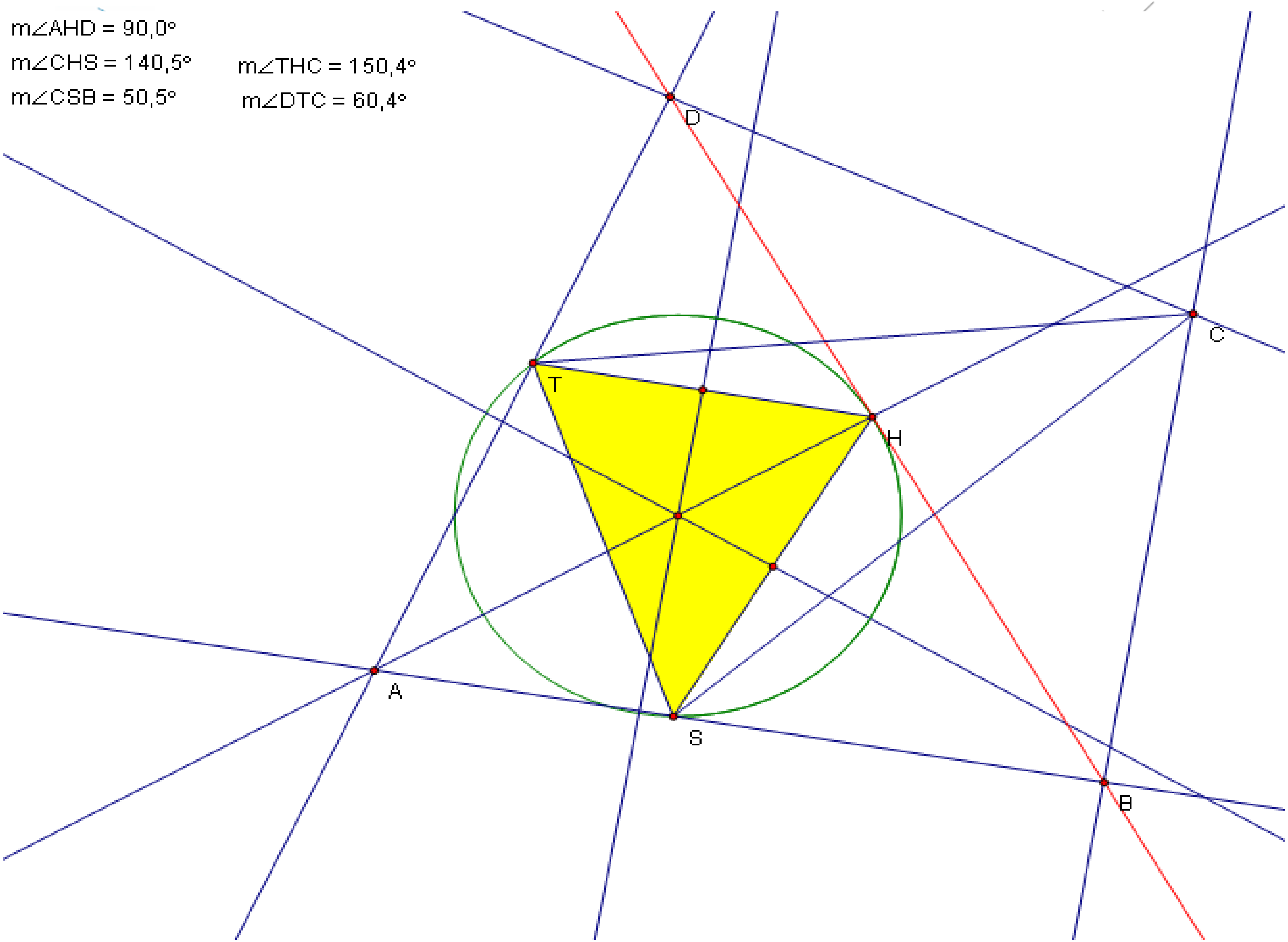
$$\begin{aligned}\sphericalangle C_2BC_1 &= \sphericalangle C_2BA + \sphericalangle ABC_1 = \frac{1}{2}(\sphericalangle C_2S_1A + \sphericalangle AS_2C_1) = \\ &= \frac{1}{2}(\sphericalangle C_2S_1C_2 + \sphericalangle C_2S_2C_1) = \frac{1}{2}(2\sphericalangle C_2EC_1) = \sphericalangle C_2EC_1).\end{aligned}$$

Matematična olimpijada, 8.7.2014

Naloga 3. V konveksnem štirikotniku $ABCD$ je $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$. Točka H je nožišče pravokotnice iz točke A na premico BD. Točki S in T, pri čemer točka S leži na stranici AB in točka T na stranici AD, sta taki, da točka H leži znotraj trikotnika SCT in da velja

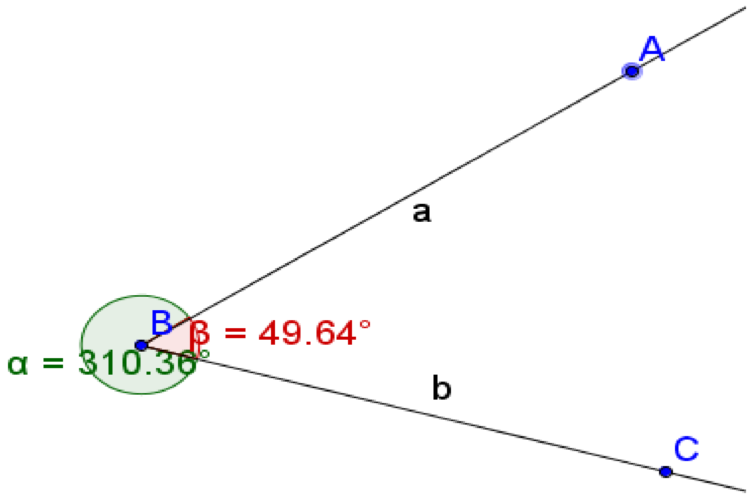
$$\angle CHS - \angle CSB = 90^\circ, \quad \angle THC - \angle DTC = 90^\circ.$$

Dokaži, da je premica BD tangenta trikotniku TSH očrtane krožnice.

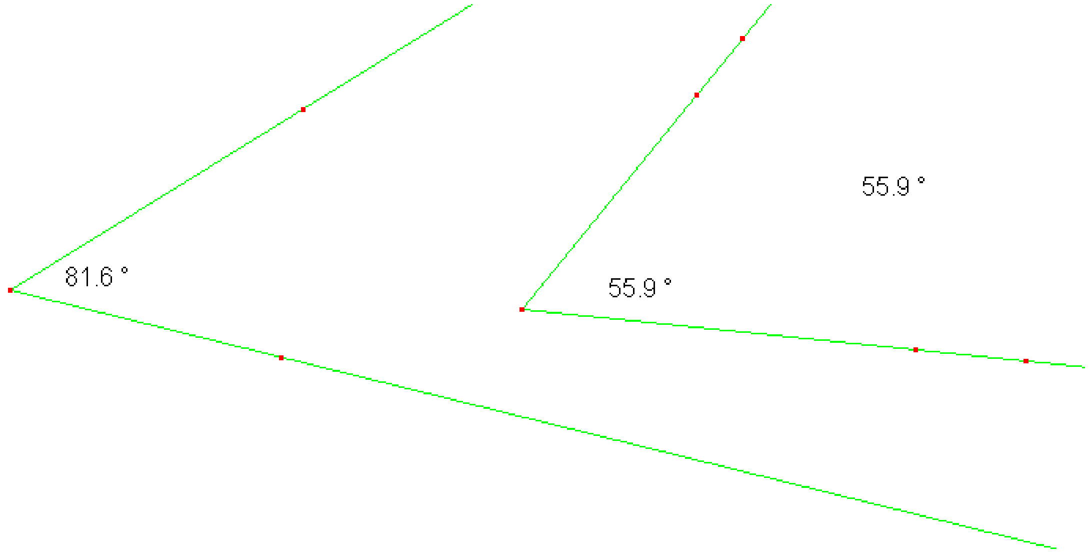

m∠AHD = 90,0°
m∠CHS = 140,5°
m∠CSB = 50,5°
m∠THC = 150,4°
m∠DTC = 60,4°
D
C
T
H
A
S
B

Kot in programi dinamične geometrije

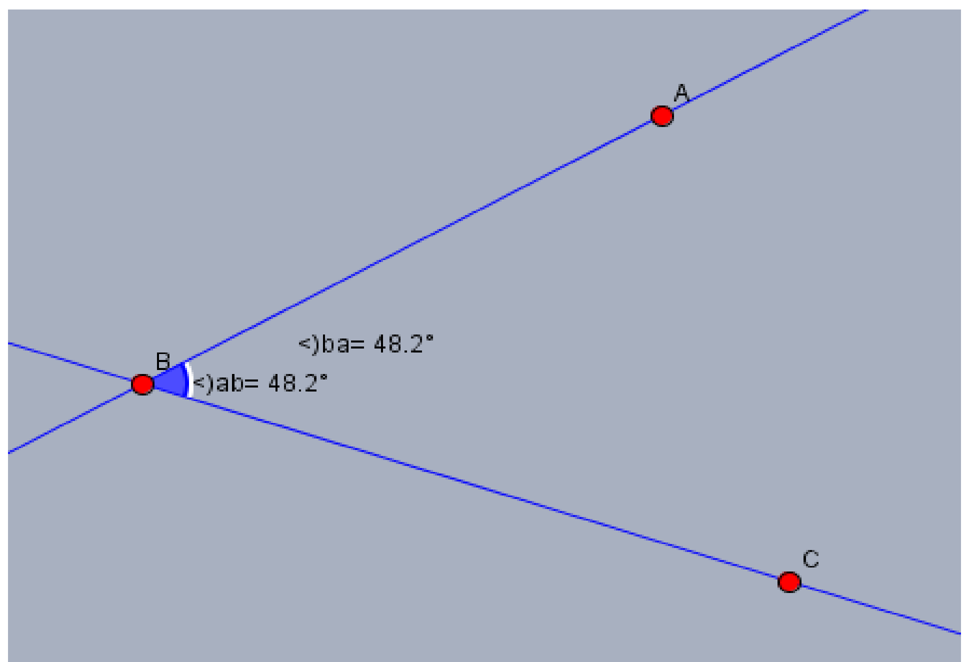
- Sketchpad
- Geogebra



- Cabri



- Cinderella



Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Oblikovanje pojmov je osrednja naloga pouka (Hans Aebli)

Dokler navajamo otroke na razumno opazovanje predmetov, budimo njih dušne moči, ki se po naravnem potu razvijajo, vadijo in ostre, delujemo v smislu formalnega namena izobraževanja. (F. Močnik)